

## В О В Е Д

Економските појави и процеси се манифестираат во облик на количина, квантитет коишто во текот на времето во процесот на стопанскиот развој постојано се менуваат, но секогаш останувајќи меѓусебно зависни. На пример, количината на производството, потрошувачката, инвестициите, увозот и т.н. се менуваат во текот на времето. Промената на една од нив влијае во определена мерка и на промената на останатите величини. Колку степенот на стопанскиот развиток е повисок толку степенот на меѓузависноста на овие величини е поголем.

Целта на економската анализа е да ги утврди зависностите што постојат меѓу економските појави и процеси заради нивно објаснување и предвидување. Таа има задача да одговори на прашањата како што се: што се случило, односно која економска величина се променила? Во која мерка таа се променила? Какви промени на другите величини предизвикала? Кој можен правец на појавата на таа величина е оптимален? и т.н.

Според начинот на коишто економската анализа ја извршува својата задача на погорните прашања, спрема техниката со која се служи, таа може да биде квантитативна и квалитативна. За нас е од интерес оваа втората којашто со примена на разни математички методи ги квantiфицира меѓузависности-

те што постојат меѓу економските појави и процеси во реалниот економски свет.

Економскиот живот е сложен, во него учествуваат многу фактори. Економската анализа ги собира сите тие фактори, ги класифицира и пристапува кон нивно детално проучување. Во тоа мноштво од фактори ги избира само оние најглавните, т.н. стратешки променливи на економската појава. Така вршиме определен степен на апстракција, на поупростување на економската стварност. Направената слика ја споредуваме со реалноста, да видиме дали таа е добра. Ако не е добра, ја подобруваме и ги менуваме некои претпоставки. Но, секако не доаѓаме до "реалниот живот" зошто тој е секогаш положен отколку што можеме да го насликаме. Слика на таа поупростечена економска стварност, на економскиот систем, ќе го наречеме економски модел. Целта на нашата теза се економските модели, нивна градба и усовршување.

Во природните науки експериментот е раширен и вообичаен метод. Во него можеме да ги менуваме само оние процеси и појави чиј меѓусебен однос сакаме да го испитаме, а останатите остануваат непроменети. На полето на економските науки не е можно да се експериментира како на полето на природните науки. Затоа методите на мерење во економијата мора поканку да се применат.

Примената на математичките методи во економијата се одвива во форма на конструирање на еден модел. Овие модели – математички модели – се средства за отряз на реалноста. Тие модели ги содржат само релациите битни за поставената цел, додека свесно ги испуштаме другите елементи што влијаат на изучуваниот проблем. При конструирање на овој модел се прибериствува кон

упростување на претпоставките.

Определувањето на релациите и структурата на еден математички модел (преведување на конкретниот проблем на јазикот на математиката) е прва задача ако сакаме еден економски проблем математички да се реши. Тоа не е ни одблизку лесна задача зошто на еден таков модел треба да соработува една низа од стручјаци од различен профил (економист, математичар, технolog, комерцијално - финансиски стручњак итн.).

Предноста на еден така конструиран модел е во следното:

- а) математичкиот модел овозможува подобро изразување карактеристиките на проблемот отколку што тоа може да се направи со зборови;
- б) моделот ни соопштува кои податоци треба да се соберат ако се сака проблемот квантитативно да се обработи;
- в) ги објаснува оние ситуации кои во минатото останале неразјаснети;
- г) овозможува примена на математички методи кои инаку не би можеле да ги примениме на проблемот;

Како аналитички инструмент на квантитативната економска анализа служат диференцијалните и диференциските равенки.

Во развојот на првиот, односно вториот тип равенки можеме да разликуваме, општо кажано, три правии на развој: квалитативно - аналитички, апроксимативен и правец на експлицитно наоѓање на решенија на една равенка.

Третиот правец е класичен и се состои во наоѓање функции кои се решенија на дадената равенка. Можеме да кажеме дека класата диференциски равенки кои можат да се решат аналитички,

во затворен вид, т.е. за кои може да се најде експлицитна функција која е нивно решение е доста мала.

Доста проблеми од анализата, физиката, економијата и другите гранки, доведуваат до диференцна равенка.

Во современиот развој повеќе акцент е ставен на првите два правци, но сепак, сите тие правци во разгледувањето и решавањето на некои проблеми, се испреплетуваат.

Посебно место во теоријата на диференцните равенки им припаѓа на линеарните диференцни равенки со полиномни коефициенти. Така, на пример, од тој вид е равенката

$$(1) \quad (Ax^2 + Bx + C) \Delta^2 y + (Dx + E) \Delta y + Fy = 0$$

кадешто  $A, B, C, D, E$  и  $F$  се коефициенти.

Соодветната диференцијална равенка од ист вид

$$(2) \quad (a_2x^2 + a_1x + a_0)y'' + (b_1x + b_0)y' + c_0y = 0$$

ја проучува **Abel Laine**

и добил услов кој треба да го задоволуваат полиномните коефициенти за да таа има полиномно решение.

Овој резултат е генерилизиран, од **Sheffer** за линеарна хомогена диференцијална равенка од произволен ред од видот

$$(3) \quad \sum_{i=0}^m P_i(x) y^{(i)} = 0, \quad P_k(x)-\text{полином од степен } .$$

Да забележиме дека наоѓањето услови на коефициентната зависност е доста важно како поради квалитативното изучување на соодветните решенија на диференцната равенка, така и поради нивно изразување во експлицитен вид. Од тие причини

во овој труд, особено во првиот дел, ќе се задржиме на наоѓање услови, потребни и доволни, кои треба да ги задоволуваат полиномните коефициенти на дадена линеарна диференцна равенка, за да таа има полиномни решенија.

Врз проблемот на егзистенција на полиномни решенија на алгебарски хомогени диференцијални равенки има работено Шапкарев [24] и методот кој таму е користен ќе биде применуван и овде кај линеарни диференцијални равенки со полиномни коефициенти.

Трудот е поделен во три глави. Во првата глава разгледувана е една класа линеарни диференцијални равенки од видот (1). За неа се добиени потребни и доволни услови за егзистенција на полиномно решение.

За некои посебни случаи добиена е формула за општото решение.

Понатаму се добиени потребни и доволни коефициентни услови линеарна хомогена диференцна равенка од видот (3) да има полиномно решение.

Разгледувајќи ги диференцните равенки забележуваме дека некои особини се пренесуваат од теоријата на обичните диференцијални равенки. Сепак, постојат доста разлики од причини што диференцијалниот оператор  $\Delta$  има особини што ги нема диференцијалниот обратно.

Во втората глава се разгледуваат некои класи од нелинеарни диференцијални равенки коишто можат да се решат аналитички. Ќе кажеме дека постои мала класа од нелинеарни диференцијални равенки кои можат да се решат аналитички.

Потоа се испитува проблемот на рамнотежа на пазарот, поконкретно во функциите на побарувачка и понуда. Некои од разгледаните нелинеарни равенки се користени за градба на економски модели.

Во третата глава се разгледуваат неколку динамички модели како: модел на непрекинати променливи, Самуелсоновиот модел, динамички модел на добивка и други. Наведени се неколку нивни модификации, дадени се нови облици.

На крајот да забележиме дека во овој труд се обработуваат линеарни диференцни равенки во реална област зошто и самите проблеми што се разработуваат се од практичниот живот, од економската практика.

---

Овој труд од самиот почеток е работен под раководство на д-р Илија Шапкарев, редовен професор на Електро-техничкиот факултет. Со помош на неговото богато искуство многу резултати добија свој конечен вид. Многу резултати од обичните диференцијални равенки имаат своја аналогија и кај диференцните равенки. Ја користам прилика и му изразувам огромна благодарност за неговото водење низ трудот, несебичното помагање во многу моменти и подршката изразена во секој поглед.

Голема благодарност му изразува на д-р Томислав Зечевиќ, редовен професор на Економскиот факултет во Белград, кој со своите совети придонесе за подобрување на трудот при