



Зборник на трудови

Меѓународна конференција за образованието по математика, физика и сродни науки

Природно-математички факултет, Скопје

27 – 28 септември, 2019



Зборник на трудови
Меѓународна конференција за образованието по математика, физика и
сродни науки

Издавачи:

Друштво на физичарите на Република Македонија
Просветно дело АД, Скопје
Природно-математички факултет, Скопје

Уредници:

Ламбе Барановски
Ѓорѓи Маркоски
Боце Митревски
Анета Гацовска – Барановска
Ана Иванова

Редакциски одбор:

Ицко Ѓоргоски
Александар Скепраовски
Ѓорѓи Маркоски
Слаѓана Јакимовиќ
Ламбе Барановски
Весна Целакоска – Јорданова
Оливер Зајков
Анета Гацовска – Барановска
Ирена Стојковска
Боце Митревски
Марина Стојановска
Јасмина Марковска
Валентина Гоговска
Валентина Миовска
Сузана Диневска Ќофкаровска
Ристо Атанасов
Владимир Петрушевски

© 2019 ДФРМ

Сите права се задржани. Ниту еден дел од оваа книга не смее да биде препечатуван или пренесуван во каква било форма или со какви било средства, електронски или механички, вклучувајќи и фотокопирање, документирање или да биде зачуван во систем за повторно пронаоѓање без писмена согласност од издавачот.

Печати: Печатница „Напредок“ ул. 120 бр.1, Тетово
Тираж: 300

ISBN 978-608-4711-09-4

Зборник на трудови

Меѓународна конференција за образованието по математика, физика и сродни науки

во организација на

Природно – математички факултет во Скопје (ПМФ)
Друштво на физичарите на Република Македонија (ДФРМ)
Сојуз на математичарите на Македонија (СММ)

Организациски одбор

Ламбе Барандовски
Ицко Ѓорѓоски
Ѓорѓи Маркоски
Александар Скепаровски
Валентина Миовска
Боце Митревски
Анета Гацовска-Барандовска
Фадил Ајредини
Весна Манчевска
Милена Мицковска
Несет Изаири

Поканети предавачи

Мирјана Јоноска, Македонија
Ристо Атанасов, САД
Александар Липковски, Србија
Ванес Мешиќ, Босна и Херцеговина
Аленка Липовец, Словенија
Кирил Барбареев, Македонија
Крешо Задро, Хрватска
Јасмина Милинковиќ, Србија
Тони Чехларова, Бугарија
Мичо Митровиќ, Србија
Дончо Димовски, Македонија
Небојша Икодиновиќ, Србија

Програмски одбор

Мирјана Јоноска, Македонија
Дончо Димовски, Македонија
Мичо Митровиќ, Србија
Јасмина Милинковиќ, Србија
Кирил Барбареев, Македонија
Ристо Атанасов, САД
Крешо Задро, Хрватска
Ванес Мешиќ, Босна и Херцеговина
Александар Крапеж, Србија
Слаѓана Јакимовиќ, Македонија
Тони Чехларова, Бугарија
Весна Ц. Јорданова, Македонија
Аленка Липовец, Словенија
Оливер Зајков, Македонија
Небојша Икодиновиќ, Србија
Барбара Ровшек, Словенија
Валентина Гоговска, Македонија

Благодарност

Друштвото на физичарите на Република Македонија и Сојузот на математичарите на Македонија, ја изразуваат својата благодарност на Институтот за физика и Институтот за математика при Природно – математичкиот факултет во Скопје за успешната коорганизација на Меѓународната конференција за образованието по математика, физика и сродни науки.

Организаторите на КОМФСН 2019 најискрено се заблагодаруваат на Генералниот поддржувач Просветно дело АД, Скопје.



Содржина

1.	Кирил Барбареев , <i>Професијата на наставникот - од конструктивизам до форма на уметност</i>	11
2.	Мирјана Јоноска, Ламбе Барандовски , <i>Како до поквалитетна настава по физика?</i>	19
3.	Дончо Димовски , <i>Приказна за записите и имињата на природните броеви - бројни системи</i>	29
4.	Тони Чехларова , <i>Подготовка за математически пѐрформанс „Правилни звездни многоъгълници“</i>	34
5.	Мићо Митровић, Бранислава Мисаиловић, Билјана Максимовић, Андријана Жекић, Милица Милојевић , <i>Значајне цифре у бројним вредностима физичких величина</i>	44
6.	Nebojša Ikodinović , <i>How to keep balance in education?</i>	51
7.	Јасмина Милинковић , <i>Истраживања у математичком образовању као подстицај за унапређење наставе</i>	61
8.	Александар Т. Липковски , <i>Развој образовног система Руске федерације - поуке за будућност</i>	68
9.	Vanes Mešić , <i>Razvoj konceptualnog razumijevanja u nastavi talasne optike</i>	78
10.	Krešo Zadro , <i>Tko je ugasio svjetlo ili O novom kurikulumu fizike u Hrvatskoj</i>	80
11.	Alenka Lipovec , <i>Elementary teachers' mathematical knowledge for teaching in Slovenia</i>	82
12.	Ристо Атанасов , <i>Математички натпревари: за и против</i>	83
13.	Александар Крапеж , <i>Математика у предколумбовској Америци</i>	84
14.	Ирина Петреска , <i>Европска олимпијада по физика: досегашни искуства и анализи</i>	85
15.	Yilmaz Deliktaş, Irena Stojkowska , <i>Investigating the impact of flipped learning on mathematics performance and math anxiety</i>	93
16.	Зоран Каделбург, Милан Живановић , <i>Графичка метода решавања једначина и неједначина</i>	103
17.	Vesna Nedanovska, Slagjana Jakimovik , <i>The Use of Picture Books and Prompting Questions in the Mathematics Classroom</i>	111
18.	Боце Митревски, Анета Гацовска-Барандовска , <i>Корелација на наставата по физика и наставата по математика преку решавање математичко-физички проблеми</i>	117
19.	Делчо Лешковски, Валентина Миовска , <i>Геометриски докази на некои неравенства</i>	129
20.	Марина Стојановска , <i>Escape room – иновативен пристап за поттикнување на креативноста во наставата</i>	140
21.	Румјана Ангелова , <i>Работата в малки учебно–изследователски групи – за мотивирачко STEM образование</i>	149
22.	Катерина Дрогрешка, Драгана Черних, Јасмина Најдовска , <i>Едукација за заштита од земјотрес - придобивка за во иднина</i>	157
23.	Ивана Круљ, Татјана Мишић, Марина Најдановић – Лукић, Љубиша Нешић , <i>Закон одржања енергије у настави физике у основној школи</i>	164
24.	Јасмина Маркоска, Ѓорѓи Маркоски , <i>Од реална ситуација до математичка задача: Формулирање и решавање</i>	170
25.	Виктор Урумов , <i>Гравитационен билијард</i>	178
26.	Јасмина Маркоска, Дончо Димовски, Ирена Стојменовска, Вено Пачовски , <i>Примена на Геогевра (Geogebra) во изучувањето на поимите композиција на функции и инверзна функција</i>	183
27.	Петар Соколоски, Јасмина Сретеноска, Елена Котевска , <i>Примена на апликацијата „Пресметувач на матрици“ (matrixcalc.org) во наставата по математика</i>	189

28.	Соња Чаламани, Мажанна Северин – Кузмановска, Елена Котевска, Споредба на наставната содржина децимални броеви во учебниците по математика за VI одделение	201
29.	Кети Иваноска, Марина Стојановска, Примена на техниката на интервјуирање во откривање на погрешните претстави во врска со темата киселини и бази	210
30.	Марина Стојановска, Иванка Мијќиќ, Наставата и наставникот по хемија во основното образование	218
31.	Вено Пачовски, Ирена Стојменовска, Дончо Димовски, Јасмина Маркоска, Фракталите како мотивација во наставата по математика	226
32.	Славољуб Митиќ, Југослав Ђорђевиќ, Зимски камп физике "Сокобања"	232
33.	Мирослав Петроски, Определување на издвоената маса гас при електролиза	239
34.	Стојан Манолев, Од идеја, преку експеримент и мерење до потврда на физички закон	248
35.	Никола Делевски, Физика со роботика - Ефективна настава по физика заснована на роботика во средното образование	253
36.	Анкица Спасова, Викторија Илиевска, Примена на математиката во објективно утврдување на времетраењето на користење на современата технологија и нејзино влијание врз постигнатиот успех на учениците	262
37.	Слаѓана Митреска, Вера Зороска, Изучување на физичките величини и нивните мерни единици по предметите математика и физика во основното образование	270
38.	Валентина Степановска-Андонова, Михаил Јанакиевски, Андреј Јовановски, Христијан Николовски, „Паметни венецијанерки“	278
39.	Невена Серафимова, Новите образовни парадигми во напредното математичко образование: можности, предизвици, ограничувања	284
40.	Елена Котевска, Соња Чаламани, Петар Соколоски, Мажанна Северин – Кузмановска, Математика од основно образование до факултет-дали сме ланец или посебни алки?	292
41.	Аида Петровска, Биљана Васиќ, ETWINNING проекти во наставата и воннаставните активности во основните училишта	300
42.	Иван Петков, Google приложения в обучението по информационални технологии	308
43.	Мејдин Салији, Инверзијата како геометриска трансформација	315
44.	Адријана Тодорова, Пајак на делители	321
45.	Димче Грнчаровски, Светлана Грнчаровска, Корелација на математичките поими со содржините од другите наставни предмети	327
46.	Добринка Петровиќ, Соња Крстеска, Лили Јанковска, Ивана Митевска, Критериуми за успех и зајакнување на самооценувањето во наставата по математика во одделенска настава– до поквалитетно учење	333
47.	Фроска Смиљкова, Иновативното учење преку новите технолошки процеси, односно преку мултимедијалните технологии	341
48.	Јулијана Трајковска, Ирина Павловска, Даниела Цветковска, Соња Михајловска, Ефективно испрашување и одговарање на учениците по природни науки	347
49.	Марија Шопова Граматковска, Диференцираната настава во наставата по математика	355
50.	Силвана Јакимовска Бинова, Образование базирано на компетенции – предизвици и можности во наставата по математика во основно образование	363
51.	Силвана Ристевска, Марина Јаневска, Истражуваме за квалитетот на воздухот што го дишаме во училишта преку Golab проектот	373

52.	Тодорка Цилева, Рената Петровска, Дана Гроздановска, <i>Студија на наставен час за анализа на меѓуученичкото оценување</i>	380
53.	Валентина Палифрова, <i>Споредба на критериуми на оценување на учениците од 7 одделение по предметот математика за учебните 2013/14 год и 2019/20 год</i>	388
54.	Вангелина Мојаноска, <i>Професионален и кариерен развој на наставниците</i>	397
55.	Василка Ѓурчиновски, <i>Професионалната етика на наставникот како фактор за обезбедување на поддршка во развивање на личноста на ученикот</i>	405
56.	Весна Пупчовска, Бранка Лазаревска, Оливера Вељковиќ, Катица Бошевска, <i>Самооценување на учениците по математика во одделенска настава</i>	409
57.	Анета Гацовска-Барандовска, Весна Целакоска-Јорданова, Емилија Целакоска, <i>Едукативните таксономии и наставата по математика</i>	418
58.	Игор Богданоски, Моника Богданоска, <i>Компаративен приказ на воведување на алгебрата во наставата во Финска, Норвешка, Шведска, САД и Македонија</i>	419
59.	Каролина Дамјаноска, <i>Моите искуства од учеството на EGU 2019 во Виена</i>	420
60.	Слаѓана Јакимовиќ, <i>Алиса во Земјата на математиката</i>	421
61.	Валентина Гоговска, <i>Преформулирање на текстуални задачи како средство за поттикнување на креативноста и математичкото мислење кај учениците</i>	422
62.	Живко Ангеловски, <i>Доказите и теоремите во наставата по математика во основното образование некогаш и денес</i>	423
63.	Методија Јанчевски, <i>Настава по математика, физика и сродни предмети со примена на образовен софтвер</i>	424
64.	Анета Гацовска-Барандовска, Весна Целакоска-Јорданова, <i>Дефинициите на математичките поими како основа за усвојување нови знаења</i>	425
65.	Бејхан Биљали, <i>Дидактичкиот триаголник и неговата улога во изучувањето на лабораториски експерименти по предметот хемија за средно образование</i>	426

ПРЕДГОВОР

Почитувани колеги, пред Вас е Зборникот на трудови, од Меѓународната конференцијата за образованието по математика, физика и сродни науки, која се одржа од 27 до 28 септември 2019 година на Природно – математичкиот факултет во Скопје. Потребата за одржување на ваква конференција потекнува од фактот што образовните системи во Македонија и земјите од поблискиот регион се во процес на постојани реформи, кои за жал не секогаш и не секаде го подобрија целокупниот наставен процес. Во 2018 година се одржа првата ваква конференција исто така на Природно – математичкиот факултет, од која произлегоа низа заклучоци, испратени до сите релевантни чинители на образовниот процес во Македонија. И иако дел од тие заклучоци беа прифатени како нешто што треба да веднаш да се имплементира, година дена подоцна не е многу направено околу тоа. Заради постојаните реформи, привидно се чини дека образовниот систем во Македонија е во постојано движење по нагорна линија, но фактичката состојба на терен како и споредбата на постигнувањата на нашите ученици како на меѓународните тестирања така и на меѓународните натпревари, покажуваат дека знаењето на учениците од Македонија не само што не е на рамниште на нивните вршници од Европа и развиените земји од светот, туку е далеку на пониско ниво.

На овогодинашната конференција зедоа учество околу 300 учесници во најголем дел наставници од основните и средните училишта во Македонија кои предаваат математика, физика или природни науки, наставници од основните и средните училишта од Србија и Бугарија, како и еминентни имиња кои активно работат во областа на истражувањата во методиката на математиката, физиката и сродните науки од Универзитетите во Македонија, Србија, Хрватска, Словенија, Босна и Херцеговина, Бугарија и Соединетите Американски Држави.

Зборникот содржи трудови кои се презентирани на конференцијата и апстракти на предавања кои се одржани на конференцијата. Сите трудови пред печатењето на овој Зборник беа рецензирани и во оваа прилика се заблагодаруваме на сите рецензенти за нивната посветена и ефикасна работа што неоспорно доведе до зголемување на квалитетот на секој труд поединечно.

Исто така се заблагодаруваме на членовите на Меѓународниот програмски одбор кој многу придонесе во процесот на почетната селекција на трудовите. Особена благодарност искажуваме и кон сите автори кои одлучија нивните трудови да бидат објавени во овој зборник и сите кои на било каков начин го помогнаа одржувањето на оваа Меѓународна конференција.

Организациски одбор

Професијата на наставникот - од конструктивизам до форма на уметност

Кирил Барбареев¹

¹Универзитет „Гоце Делчев“, Факултет за образовни науки, Штип, Р.С. Македонија

Апстракт. Постмодернизмот и конструктивистичката перспектива на мислење го променија и обележаа 20 век. Идејата за релативната а не за апсолутната природа на набљудување на стварноста го маркираше цврсто патот за напредок и развој, кој всушност се состои во сфаќањето дека со науката не раководи еден општ поредок, туку случајноста. Дидактиката и методиката се практични теории, кои имаат за цел да овозможат практични знаења на делувањето на наставникот во наставата и имаат многу длабока соработка со психологијата на давање инструкции. Дали патот на педагогијата и методиката е само во т.н. пристап во давање инструкции или во одреден момент треба да почнеме професијата на наставникот да ја гледаме како активност и чин кои ја надминуваат механиката на наставниот план и програма и кои произведуваат автентична уметност? Овој труд е посветен на конструктивизмот како основа на современите епистемиолошки концепти на педагогијата, дидактиката и методиката, неговата примена во наставата, како и на природата на т.н. FLOW (проток) доживување во кои се наоѓаат клучните својства за креативно откривање, решавање проблеми, развој на способностите.

Клучни зборови: конструктивизам, настава, флоу (flow), наставник.

ВОВЕД

Брзите промени во современиот свет предизвикуваат и подразбираат се поголема флексибилност, критичност, креативност и иницијатива како императиви на современиот живот. Оттука, се менуваат претставите за можностите на човековиот развој, и многу нови теории го менуваат светот на образованието и создаваат нова слика за развојот на секоја индивидуа. Ова значи дека во наставните курикулуми сè повеќе се нагласува науката, процесите на истражување и осознавање на суштината и смислата. Тоа создава постојано да се преиспитуваат методите на интеракција во наставата, содржината на курикулумот, тимската настава и стимулативната средина за учење и поучување¹.

Студијата на **Томас С. Кун** (Thomas Samuel Kuhn) „*Структура на научната револуција*“² (1962) создаде многу раздвижувања и размислувања во светот за позицијата на науката

¹ **Gojkov, G., Stojanović, A.** (2015). Didaktičke kompetencije i evropski kvalifikacioni okvir. Srpska akademija orazovanje, Beograd 2015.

² Thomas S. Kuhn, **The Structure of Scientific Revolutions**. Chicago and London: University of Chicago Press, 1970 (2nd ed.), p. 48. Структура на научната револуција (англиски: **The Structure of Scientific Revolutions**) е објавена првобитно како статија во Интернационалната енциклопедија, како спој од науки (англ. **International Encyclopedia of Unified Science**) од страна на филозофите од Виенскиот кружок. Го отсликува развојот на науката на начин до којшто до тогаш не бил прикажан. Научното истражување се состои од делови или пасуси на формалната теорија, класичниот експеримент и

за воспитанието. Сфаќајќи колку е не можно новите научни откритија да се објаснуваат со стандардното објаснување на старата парадигма, тој зборува дека е дојдено времето за нова парадигма и за целосно нова форма на научно мислење и истражување. Оттука, од 70-тите години на минатиот век европската педагогија формулираше три големи парадигматски ориентации: херменеутичка, емпириско-аналитичка (искуствено-научна) и дијалектичка, односно критичко-еманципаторска педагогија.

Конфликтот, кризата и острата војна на овие три парадигматски ориентации помеѓу себе во 70/80-те години на минатиот век направија голем број теоретичари на науката да ја доведат во прашање смислата на методолошкото нормирање на истражувачката пракса. **Паул Фајербенд** (Paul Fajerabend) во таа прилика ќе рече „*Сите методи имаат своја граница, а единственото правило, кое останува, гласи – anything goes* (сè оди, сè поминува). Но, уште порадикално одат претставниците на постмодернизмот **Жан Лиотар** (Jean – Francois Lyotard) силно напаѓајќи го „проектот на модерната“, односно, обидот преку просветителството да се дојде до општествено корисен човек, за кој сметаат дека е одамна пропаднат. Во суштина, овие автори ја застапуваат тезата дека науката не е прилагодена да ја опфати стварноста, теориски таа не може да се разликува од бајките, митовите и фантазиите³. Од друга страна, моделите од истокот (СССР, ДДР, СФРЈ), засновани на марксизмот и ленинизмот немаа шанси да преживеат заради многу фактори.

Дали педагогијата, дидактиката и методиката тргнаа само по патот на давање инструкции?

Дидактиката на образованието развиена од 60-тите години најмалку го менуваше својот курс, развиена од критичко-конструктивната дидактика е многу добро прифатена од теоретичарите и практичарите. Таа се одредува како практична теорија, чија цел е да даде практични знаења за делувањето на наставникот во наставата. Но, денес ретко емпириски се проучува теориското сфаќање на дидактиката, и затоа таа останува на нивото на академска дисциплина во која многу принципи се само нормативно одредени, а од самостојната научна дисциплина која ја истражува наставата останува многу малку.

Според многу автори, емпириските истражувања на педагогијата и дидактиката денес главно се насочени кон процесите на поучување и учење. Тоа бара тесна поврзаност со психологијата на инструкции, и затоа како најпрагматично решение педагогијата и дидактиката тргнаа по т.н. пат на инструкции (пристап на давање инструкции).

проверен метод. Научниците, природно, ја прифаќаат моменталната доминантна теорија, и се обидуваат да ја прошират дополнително објаснувајќи други теории, збунувачки податоци и воспоставувајќи прецизни мерки на стандардот и на појавата. Коперниковиот хелиоцентричен систем и замената на Њутновата механика со општата теорија на релативност, се примери на смената на две парадигми. Доаѓа до прашање и традиционалниот концепт на научниот напредок, како постепено, кумулативно стекнување на знаењето, кое подразбира рационално избрани експериментални заедници. Кун тврди дека всушност парадигмата ја одредува типот на експерименти кои ќе се користат научно, прашањата кои што ќе ги постави, како и проблеми кои ќе се сметаат за важни. Смената на парадигми воедно и ги инспирира научниците да ги насочат различно своите истражувања.

³ **Gojkov, G.** (2006). Didaktika I postmoderna. Metateorijska polazišta didaktike.

„Наставниците се важни“, извештај од 2005 година подготвен од **ОЕЦД** (Teachers matter, OECD, 2005), посочува дека квалитетот на наставникот е еден од најважните фактори кои влијаат врз успехот на ученикот и учењето. Во 2007 година, Корпорацијата **Мекензи** (McKinsey, 2007), објави извештај кој многу силно и влијателно ја нагласува главната улога на наставникот во најуспешните образовни системи во светот. Извештајот тврди дека, во текот на три години, учењето со висококвалитетен наставник, наместо со нискоквалитетен наставник, може да доведе до разлика од 53% во постигањата на ученикот. Извештајот завршува со заклучок, дека – *квалитетот на еден образовен систем не може да го надмине квалитетот на неговите наставници*⁴.

Искусвата на другите

Денес постојат две спротивставени струи на педагози реформатори, едните пропагираат образование како цел, мотивација, интеграција, мрежа, центар за учење. Додека другата струја на педагози реформатори пропагира глобални, полно неутрални тестови на знаење, натпреварувачки дух, конкуренција, ефикасност, казни. Првите сметаат дека преку образованието треба да се развие креативноста, вторите културата на стандардизација и тестови. Во истражувањето на 25 образовни системи, вклучувајќи ги и 10-те најдобри во светот, забележени се неколку важни карактеристики.

Доказите посочуваат дека од надвор наметнатите промени во образованието можат да имаат само ограничен ефект. Метаанализата на истражувачките докази подготвена од **Џон Хети** (Hattie, 2009) посочува дека дури 85% од наставниците даваат отпор кон промени во својата постојна практика. Минатите и сегашните искуства на поединечни наставници мошне силно влијаат врз обликувањето на нивната секојдневна практика во училищата. **Хети** заклучува дека обидите за воведување отчетност, владин притисок и други облици на присила ретко кога даваат резултат.

Истражувањето на **Викман** (Wikman, 2010) укажува дека голем дел од знаењата на наставниците се имплицитни, интуитивни, ситуациски и резултат на околностите. Стратегиите за наставничкото учење можат да бидат клучни за одржлив напредок и развој на образованието, но голем дел од она што го прави наставникот влече корени од традицијата, искуствата и контекстот, и обично наставниците не го артикулираат на начин кој би поттикнал осмислена и аргументирана дебата⁵.

Во периодот од 1980 до 2005 г., **САД** ги зголемиле инвестициите во образованието по ученик за 73%. Во текот на истиот период вработени се повеќе наставници, намален е бројот на ученици по наставник за 18%, на пример некаде од клас со 28 ученици е воведен стандард на 15 ученици. Федералната влада, државните политики, училишните одбори, наставниците и асоцијациите на наставници, многу компании, невладини организации и други засегнати страни вовеле стотици иницијативи за подобрување на квалитетот во училиштата. Но, резултатите на учениците, од националните мерење на Институтот за образование останале скоро исти. Иако имало мали подобрувања во математика, сепак јазичната писменост на 9,13 и 17 годишниците бил истиот и во 2005 и во 1980 година.

⁴ Види повеќе: **Наставничката професија во 21 век**. Видовиќ, В., Велковски, З. (уредници). Центар за образовни политики, Белград, 2013. Стр. 14.

⁵ (http://stepbystep.org.mk/WEBprostor/toolbox/Nastavnicka_profesija_za_21_vek.pdf).

Но, **САД** не се единствената земја која имала проблеми со образовниот систем. Всушност, скоро секоја држава од земјите на ОЕЦД значително ги зголемила инвестициите во образованието во истиот период, и спровеле многу реформи за поквалитетно образование. Но, многу малку училишни системи имале значителни резултати.

Овие големи реформски напори на многу земји биле и добро обмислени и имале долгорочни цели, но сепак нивниот успех е зачудувачки не успешен. На пример, во **Англија** речиси секој аспект од различните реформи бил посебно анализиран и потоа реорганизиран. Реформите го опфаќале:

- Финансирањето на училиштата,
- Управувањето на училиштата,
- Стандардите во наставната програма и план,
- Оценувањето и тестирањето,
- Проверката на квалитет
- Улогата на локалната власт,
- Улогата на Владата,
- Форматот и природата на делување на националните агенции,
- Односот на училиштата и заедницата.

Извештајот објавен од страна на **Националната фондација за истражување во образованието** во 1996 г., покажала дека во периодот од 1948 до 1996 г., немало подобрување на стандардите во јазична и математичка писменост во училиштата во Англија.

Еден од луѓето кој носел одлуки за подобар образовен систем во **Нов Зеланд** изјавил: „Многу е наивно да верувате дека квалитетот во училишната ќе го подобрите само со промена на структурата“.

Во студијата се анализирани и 112 случаи во кои е направена редукција на големината на класот со цел подобри резултати на учениците, и само во 9 случаи е констатиран позитивен резултат, иако резултатите не отскокнуваат значително.

Конструктивизмот и современата педагогија - „Ние не го опишуваме светот што го гледаме, туку го гледаме светот што може да го опишеме“

Конструктивизмот како теорија на учење има за цел образованието на детето да се фокусира врз автентични задачи. Тоа се задачи кои имаат вредност и корисност во вистинскиот свет или, пак, произлегуваат од реалноста, кои се интегрирани во наставниот план и програма, кои, пак, овозможуваат соодветен степен на учество на ученикот. Според оваа теорија, децата ја учат целината за да запомнат дел од неа, а не да направат надградба на знаењето. Идеите и интересите на децата го движат процесот на учење. Наставниците се флексибилни, понекогаш тие на учениците им пренесуваат знаење, но често се во улога на насочувачи.

Потеклото на оваа теорија се наоѓа од 18 век од делото на **Емануел Кант** „Критика на чистиот ум⁶“, кој многу силно ја застапува тезата дека знаењето зависи од сетилата, но не

⁶ (германски: Kritik der reinen Vernunft) е филозофско дело на Имануел Кант, издадено во 1781. Познато и како Кантовата „прва критика“, проследено е од Критика на практичниот ум во 1788, а во 1790 од Критика на судењето. Во предговорот на првото издание Кант го објаснува насловот:

го исклучува и разумот. Само разумот ги има условите за интерпретација на тоа како гледаме на светот. Психологијата од 19 век се повикува на оваа теза на **Кант**, давајќи му на субјектот значајна улога во когнитивниот развој. Оттогаш, започнува движењето под името „конструктивизам“ засновано на спонтаните потреби или „природните интереси“ на поединецот. Оваа епистемологија силно заговара слобода во изразувањето, креативност и знаење на субјектот, како да се усвојува знаењето, како да се реализираат стратегиите. Личноста не се задоволува само со усвојување на податоци и информации, туку прави избор и започнува акција.

„Конструктивизмот е насочен кон детето, тој претпоставува дека средината на учење треба да овозможува различни видувања или толкувања на реалноста, конструирање на знаење, богатство на содржини, активности кои се базираат на искуство. Конструктивизмот се фокусира на конструирањето на знаењето, а не на повторување на знаењето. Станува збор за верување дека личноста го создава своето знаење врз основа на сопственото искуство, менталните структури и верувањата кои се користат за толкување на објектите и настаните. Умот се користи како инструмент во толкувањата на настаните, целите и перспективите бидејќи тие се лични и индивидуални. Нашиот поглед на надворешниот свет се разликува од оној на другите поради нашите сопствени стекнати искуства. „Ние не го опишуваме светот што го гледаме, туку го гледаме светот што може да го опишеме⁷.“

Проток (FLOW) – доживување

Тезата за флоу-доживувањето ја развил американскиот психолог **Mihaly Csikszentmihalyi**. Во своите проучувања тој поаѓа од човековите активности за кои е неспорно дека се обавуваат под дејство на висока мотивација. Такви активности се шах, алпинизам, композирање музика, хирургија и сл. Во овие активности тој гледа најголема сличност помеѓу играта и работата. Луѓето за време на овие активности чувствуваат посебно „екстатичко“ (слично на екстаза) возбудување или обземеност. Ова чувство **Mihaly Csikszentmihalyi** го нарекува **Флоу – доживување** (англ. Flow – тек, проток, плима). Станува збор за силна концентрација на внимание, во исклучување на другите дразби освен оние кои се однесуваат на самата активност.

Полето на сензорната стимулација се стеснува, личните проблеми се потиснуваат, исчезнуваат грижите и анксиозноста, и наместо нив се појавува флоу – доживувањето, кое всушност ја бриши границата помеѓу себе и околината. На пример: алпинизмот е добра илустрација. Иако алпинистот доживува напор, ладно, разреден воздух и слични неугодности, алпинистот е високо мотивиран. Што го мотивира алпинистот? Што го мотивира хирургот? Самото доживување кое протекува низ организмот додека е човекот во акција. (**Csikszentmihalyi**, 1975).

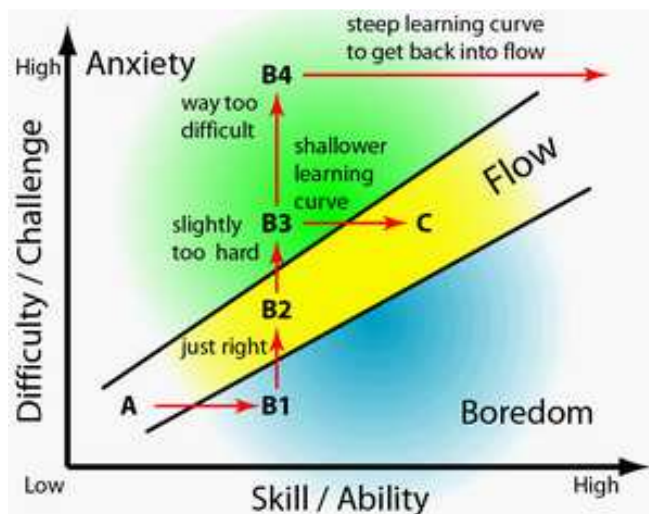
Csikszentmihalyi, смета дека субјектите кои се занимаваат со активности за кои се внатрешно мотивирани имаат развиено чувство за самопочитување, повисоко ниво на уживање во работата и развиено чувство за солидарност со другите. Од друга страна, однесувањата и активностите на субјектите засновани на надворешен притисок,

„Не подразбирам критика на книги и системи, но на разумот воопшто, во однос на сето знаење по кое тој тежнее независно од сето искуство.“

⁷ **Настава и учење на 21-от век**. Прирачник за наставниците во основното образование. Скопје, 2009. USAID Проект за основно образование.

хиерархија, послушност и надворешно наградување, ги прати чувства на несигурност, фрустрација и отуѓеност.

Csikszentmihalyi, се залага феноменот на мотивација да се толкува мултифакторски, но воедно предупредува дека за науката овој метод на мултифакторска редукционистичка комбинаторика е неuverлив. На пример компонирањето музика. Тоа е активност која бара висок степен на способност и талент. Додека компонира музичарот реализира свои активности и когниција, тој има јасни цели и повратна спрега за тоа што компонира. Кога седи на клавирот, композиторот се концентрира на композицијата и со целото свое тело го следи текот на мелодијата која ја изведува на клавирот. Парадоксот на контролата му се јавува бидејќи не чувствува дека во собата е ладно, дека треба да го вклучи светлото или дека некој влегол во собата, едноставно тој целосно се концентрирал на мелодијата. Освен тоа го загубил чувството за време. Овакво ниво на обземеаност или екстатичка состојба има доживеано скоро секој човек на една или повеќе активности.



ШЕМА 1. Како учењето поминува во флоу-доживување⁸.

За тоа најдобро зборува шемата, во која е прикажано како напредувањето во учењето може да прерасне во флоу-доживување.

Оваа шема покажува како настанува флоу-доживувањето во текот на учењето. Конкретно оној кој учи тенис ќе почувствува флоу кога ќе стартува со учењето (A), кога првиот пат ќе го префрли топчето преку мрежата. Меѓутоа, кога ќе воочи дека ќе мора стотина и илјада пати да ги повтори движењата, тогаш настапува чувство на досада и умор (B1). Ако при тоа доживее неуспех или стагнација, може да се јави страв или анксиозност (B3, B4). Успехот во обуката може да се прикаже со давање споредба на почетокот и оствареното до сега, споредување на претходните и актуелните резултати, а тоа води кон градење на чувството за напредок, овладување и уживање во тенисот како спорт (C).

Csikszentmihalyi во своите истражувања ги наоѓа следните својства на ова доживување: задоволство, креативно откривање, решавање проблеми, предизвици и совладување,

⁸ Преземено од: <https://www.pinterest.com/pin/567875834237469458/?autologin=true>

развој на личните способности. Во суштина се издвојуваат три својства на флоу – доживувањето: **1)** зголемена контрола на околината, **2)** развој на способностите и **3)** откривање на јасни цели. Ниту една активност сама по себе не го предизвикува флоу-доживувањето. Овој вид на мотивација зависи од односот на субјектот спрема активностите.

Суштинската основа на флоу доживувањето е во уживањето, во внатрешната мотивација и задоволство. Тоа може да се оствари на основа на повеќе елементи:

- 1) Активности кои предизвикуваат и кои бараат способности
- 2) Реализирање на активности и когниција
- 3) Јасни цели и повратна спрега
- 4) Концентрација на задачата и физичка сосредоточеност
- 5) Парадокс на контрола (контрола само на флоу активностите)
- 6) Намалено ниво на самосвест
- 7) Трансформација на времето

Овие седум елементи на уживање во активност лесно можеме да ги препознаеме во некои активности кои го ангажираат целокупното човеково битие.

Што е психолошката основа на флоу доживувањето? По пат на субјективна когниција, или преку сопствените когнитивни техники (првенствено спонтани) субјектот ја реконструира стварноста на начин кој му овозможува да ја реализира саканата активност како флоу-доживување. Личноста учи на свој начин да ги тргне границите на реалноста и да ги исклучи другите активности или не релевантните околности. Во основата е силна но спонтана концентрација.

Сега клучното прашање е - дали е можно да се постигне флоу-доживувањето со учениците и студентите? Доколку се присетиме на сопствената историја кога се образувавме, можеме да кажеме дека тоа е можно дури и во традиционалната настава. Што е тоа што можеме да го воведеме во наставата за да можеме да генерираме флоу-доживување?

Во традиционалната настава студентот не чувствува напредок во текот на наставата, туку дури на крајот, кога доаѓаат испитите, кога се положуваат предметите. Значи, поентата е во тоа, што, во наставата мораме да обезбедиме континуирано напредување во учењето. Тоа значи дека на учениците и студентите треба да им обезбедиме начин преку кој нивните постигнувања ќе им овозможува повратна информација за напредувањето во текот на наставата.

Истражувањата покажуваат и искуството на многу универзитети кои имаат силна традиција во широката лепеза на наградувања и промовирања на учениците и студентите, дека учениците и студентите ги прифаќаат формите на мотивација.

Познатите универзитети како што се Оксфорд, Кембриџ, Ломоносов, Сорбона и др., покрај внатрешните мотиви кај кои наградата е активност сама по себе, се применуваат многу надворешни мотиви за студентите, меѓу кои: 1) материјална награда, 2) оценка, академско постигнување или просек од оценки, 3) пофалба, признание, 4) плакета, пехар, диплома, посебно признание 5) екскурзија, летување, излет, 6) графикон на успехот, 7) изложба, студентски лист, 8) приредба.

ЗАКЛУЧОК

На наставата треба да се гледа како комплексен феномен, полн со предизвици што бара високи стандарди на професионална компетентност и посветеност. Во Зелената книга за образованието на наставниците во Европа, Тематската мрежа на Европската Унија⁹ се посочува дека „наставата како пренесување на знаења или наставата како занает најверојатно застареле. Има мноштво уверливи аргументи дека овие нови концепции ќе треба да се заменат со подинамични концепции насочени кон нов професионализам, и кон нов педагошки професионализам“ (Зелена книга за образованието на наставниците во Европа/Green Paper on Teacher Education in Europe, 2000).

ЛИТЕРАТУРА

1. Avramović, Z., Država i obrazovanje. Institut za pedagoška istraživanja. Beograd: 2003.
2. Bognar, L., Matijević; M., Didaktika. Školska knjiga. Zagreb: 1992.
3. Csikszentmihalyi, Mihaly., Applications of Flow in Human Development and Education: The Collected Works of Mihaly Csikszentmihalyi. Dordrecht: Springer, 2014
4. Csikszentmihalyi, Mihaly., Creativity: Flow and the Psychology of Discovery and Invention. New York: Harper Perennial 1996.
5. Delor, Ž., Obrazovanje - Skrivena riznica (Unesko: Izveštaj Međunarodne komisije o obrazovanju za 21. vek). Republika Srbija: Ministarstvo prosvete. Beograd: 1996.
6. Djui, Dž., Vaspitanje i demokratija – Uvod u filozofiju vaspitanja. Cetinje: 1966.
7. Gojkov, G., Stojanović, A., Didaktičke kompetencije i evropski kvalifikacioni okvir. Srpska akademija obrazovanje, Beograd: 2015.
8. Gojkov, G., Didaktika I postmoderna. Metateorijska polazišta didaktike. Beograd: 2006
9. Gojkov, G., Prilozi postmodernoj didaktici. Viša škola za obrazovanje vaspitača. Vršac: 2004.
10. Graham Bird., Ted Honderich., The Oxford Companion to Philosophy. Oxford: Oxford University Press. 1995. стр. 439.
11. Настава и учење на 21-от век. Прирачник за наставниците во основното образование. Скопје, 2009. USAID Проект за основно образование.
12. Наставничката професија во 21 век. Видовиќ, В., Велковски, З. (уредници). Центар за образовни политики, Белград, 2013. Стр. 14.
13. Thomas S. Kuhn, The Structure of Scientific Revolutions. Chicago and London: University of Chicago Press, 1970 (2nd ed.), p. 48.
14. Hrvatić, N., Kurikulum pedagoške izobrazbe učitelja. Kurikulum. Zavod za pedagogiju, Školska knjiga, Zagreb: 2007, str. 385-413.

⁹ European Union Thematic Network

Како до поквалитетна настава по физика?

Мирјана Јоноска¹, Ламбе Барановски²

^{1,2} *Институт за физика, Природно – математички факултет,
Скопје, Македонија*

Апстракт. Добро е познато на секој кој е вклучен во образованието по физика дека најдобриот начин за постигнување на подлабоко разбирање на основните закони на природата е учениците и студентите да се поттикнат да бидат што поактивни за време на часовите, посебно преку примена на стекнатото знаење при решавање на различни видови проблеми. Демонстрационите експерименти, решавањето на различни нумерички, квалитативни или лабораториски задачи се најефективните активности за постигнување на целта. Во овој труд дадени се некои едноставни експерименти за кои не е потребна сложена апаратура, а се презентирани и некои квалитативни задачи, кои може да им бидат од корист на наставниците по физика.

Клучни зборови: образование, физика, демонстрациони експерименти, квалитативни задачи.

ВОВЕД

Општо е познато дека разликите помеѓу индустриски развиените земји и земјите со пониска продуктивност можат да бидат намалени преку квалитетно образование и развој на науката, основен елемент на развојот на модерното стопанство во секоја земја. Многумина мислат дека доброто образование и науката се релативно евтини инвестиции во споредба со други, а всушност тие се основни предуслови за севкупниот развој на една земја [1].

Голем е бројот на факторите што можат да влијаат на подобрување на состојбите во образованието во една земја. Основна задача на физичарите (посебно наставниците од сите нивоа) е да се ангажираме нашата наука, физиката, која по природата на нештата е интересна, да ја доближиме до нашите ученици или студенти, односно да се погрижиме да ја засакаат и со уживање да ја изучуваат.

КАКО ДО ПОДОБРО ОБРАЗОВАНИЕ?

Во нашата јавност е широко распространето мнението дека нашите деца се преоптоварени, дека учат непотребно голем број на поими, па според тоа треба бројот на часовите да се намали, како и да се скрати времетраењето на истите.

Но, дали е тоа добро и колку е тоа проследено со соодветна анализа на состојбите кога скратувањето се прави? Се прават ли анализи и споредби на бројот на поимите во наставните програми во поразвиените земји во споредба со нас. Се проучува ли во што лежат корените на формалистичкото учење кај нас и дали скратувањето на времетраењето на часовите е добро за да се постигне основната цел, да се создаде добро образована слободна личност спремна за живот во нови демократски услови?

За разлика од многу други земји, а врз база на анализа на бројот на поимите во реномираните учебници по физика, меѓународно признаени како добри, може да се

каже дека нашите ученици не учат многу. Проблемите најчесто лежат не во обемноста на материјалот кој се изучува, туку во тоа како тој се изучува, па всушност колку и што се научува, колку се разбира и колку останува како трајно знаење. Што треба да се стори за да се надминат ваквите состојби и да се зголеми вистинската продуктивност на нашето образование, да се зголеми трајното знаење?

Како до вистинското разбирање на физиката?

Во голем број земји државниот стандард на општото образование, а во таа смисла и на образованието на полето на природните науки е доста висок [2-4]. Кај нас се смета дека е доволно природните науки да се изучуваат само првите девет години. Програмите по природните науки, во прв ред на физиката треба да ги содржат нештата што го интересираат младиот човек, независно од тоа дали по професија ќе стане математичар, физичар, хемичар, биолог, бидејќи неговиот интерес е, или треба да биде, многу поширок, како на пример каква е примената на природните науки во медицината, екологијата, технолошките процеси или како е граден Универзумот и кои закони таму најмногу доаѓаат до израз.

Добро изготвени наставни програми, правени од група стручњаци, кои се грижат за добра корелација помеѓу науките е подлога за изготвување на солидни учебници. При оваа работа многу треба да се води сметка не само за стручната страна туку и за методичко-педагошката страна на наставниот процес.

ЗА АКТИВИРАЊЕ НА УЧЕНИЦИТЕ (СТУДЕНТИТЕ) ВО НАСТАВАТА ПО ФИЗИКА

Основна заложба на модерното училиште треба да биде учениците да ги научи како да учат цел живот бидејќи динамиката на промените во текот на работниот век на секоја индивидуа се многу големи и неверојатно чести. Физиката, сфатена како дел од културата на секој поединец, мислиме дека најмногу може да придонесе за создавање на личност која може да се снаоѓа во се поновите ситуации, личност која мора да се надоградува за да може да опстане во векот на така брзите научно-технолошки промени. При тоа, при изучувањето на физиката, како и при целокупното образование треба да се има предвид основната особина на човекот. За што станува збор?

Имено, со векови процесот на школувањето бил изградуван така што информациите од учителот биле предавани на ученикот. Според С. В. Анофрикова [5] „овој процес на предавање е спротивен на човековата природа“. Тоа значи како аксиома треба да ни биде тезата: „Човекот не може ние да го научиме, ние да го развиеме, да го воспитаме, тој може само самиот себеси да се научи, да се развие, да се воспита“. Луѓето се суштества кои дејствуваат само преку сопствените активности, секој го запознава светот што го опкружува, си создава услови за живот, бара свој пат во животот, ги решава своите или општествените проблеми, а внатрешниот мотив на таа дејствувачка сила е поврзана со личните потреби. Мора да се одбегнува [6] (B.E.Woolnough) „учениците да бидат предмет на поинакво „дејство“, да го слушаат наставникот, да ги помнат нештата, а да незнаат зошто го учат тоа со што се среќаваат во наставата“. Тоа значи како аксиома треба да ни биде тезата: „Човекот не може да го научиме, ние да го развиеме, да го воспитаме, тој може само самиот себеси да се научи, да се развие, да се воспита“. Или : „Учитсја -значит учит себја“ [7]. Во таа смисла треба да се промени претставата за улогата на учителот во процесот на учењето. Тој веќе не е извор на информации, туку организатор на активното учење и работата на учениците.

Физиката, по својата природа е наука што може најлесно да се предава со активно учество на учениците. Само ако правилно се предава. За жал, не е секаде и секогаш така.

Набљудувањето на природните појави околу нас, демонстрациониот експеримент во физиката, поставување на квалитативни или квантитативни задачи, лабораториски мерења, истражувања, се се тоа методи добро познати во наставата по физика.

Во основните, средните училишта, па секако и на ниво на високото образование настаните по физика треба да развијат интерес кон нивната настава. Не ретко, низ различни опити кои во првите степени на образование не се разликуваат многу од детските игри, наставниците можат многу лесно да ги постигнат овие цели. Само со користење на таквите методи може да се постигне целта, учениците сами да ја бараат вистината, сами да истражуваат. Таквите индивидуи научени на активно дејствување, способни се да создаваат нови продукти, способни се да се вклопуваат во новите технологии, способни се да осознаваат како се користат новосоздадени технолошки производи.

Ваквите активни методи треба да бидат вклучени при изучувањето на сите природни науки и тоа на сите степени на образование. При тоа посебно внимание треба да се обрне врз образованието на наставниците. Наставните планови и програми според кои се обучуваат наставниците по физика на сите нивоа не се проанализирани од овој аспект. Дали е извршена анализа на наставната материја од аспект на тоа како таа се предава? Дали е проверено колку и како ги активираме нашите студенти во текот на наставниот процес? Колку ги навикнуваме активно да мислат, а колку бараме да го повторуваат наученото? Колку и какви задачи им поставуваме на студентите? Не е ли востановена пракса на студентите да им се задаваат познати задачи, лабораториските вежби да се прават според востановени практикуми, при што често студентот може да ги изврши мерењата без подлабоко разбирање на појавите. Дали сме проанализирале колку се нашите студенти активни при предавањата, колку пати сме добиле прашање за време на предавањата? Треба добро да се проанализира дали е доволен бројот на часовите кои идните наставници ги имаат како наставничка пракса.

Пред дваесетина години во средните училишта на САД беа извршени големи реформи во образованието на природните науки. Но, тоа многу се одрази и на полето на едукацијата на идните наставници по физика на универзитетите. Нивните тогашни сознанија довеле до идеи за воведување на научно истражувачки проекти, финансирани од Американското физичко друштво, Друштвото на Американските учители, како и Националниот фонд за наука. Во еден од можеби почетните проекти [8] за воведниот курс по физика се посочуваат следниве водечки идеи:

- да се редуцира бројот на наставни единици, следејќи ја идејата „Less is more“ што во слободен превод значи „Помалку значи повеќе“;
- во програмите да се внесе повеќе материјал кој се однесува на современите достигнувања на физиката, и трето и најважно
- да се организира материјалот на курсот на теми, кои ќе ги мотивираат студентите на активно учење.

За да се постигне целта, во САД во тоа време, започнуваат да се издаваат книги – методички за новите начини за изучување на физиката. Така Eric Mazur [9] од Харвард Универзитетот има издадено книга за активирање на студентите. Јасно е дека само добро обучени наставници можат да обезбедат поголема ефикасност на наставата по природно-научните предмети, а тука во прв ред наставата по предметот физика на сите нивоа на образование.

Секоја индивидуа е различна, но секоја индивидуа има свои способности. Добриот наставник треба да умее да ги открие способностите на своите ученици и наставата да ја организира така што способностите на учениците дополнително ги развива. Затоа што

според рускиот академик В.А. Обручев [10] „Способностите се како и мускулите, растат со нивното вежбање“. Во оваа смисла наставникот по физика, развивајќи постојан интерес кон својот предмет мора да умее да ги вреднува (оценува) знаењата на своите ученици. Не смее да се случи ученикот училиштето да го чувствува како товар, да го мрази, да бега од часовите од страв дека ќе згреши при решавањето на одредени задачи. Но, исто така наставникот по физика мора да ги научи своите ученици на ред, дисциплина и на работа.

Многу повеќе работа на наставникот, работа на тоа часот да го направи интересен [11] веднаш се одразува и врз заинтересираноста на учениците, кои многу повеќе ќе ја ценат работата.

Во нашата денешна пракса не ретко се случува учениците да бидат незаслужено оценувани со повисоки оценки преку врски и протекции. Не се ретки наши одделенија во кои најголем број ученици се одлични по сите предмети. Многу се пишува за овие девијантни појави, но мислиме дека многу малку се прави појавите да се искоренат. Незаслужено добиената оценка многу лошо се одразува врз психата на ученикот. Животот е многу суров, таквата личност не може да се справи со тешкотиите со кои ќе се сретне во текот на идната работа, во семејството или пошироко во општеството. На таквата личност не и е направена услуга што лесно се „проврела“ низ школувањето, напротив, таа не е подготвена за предизвиците што го бара животот на возрасните.

Меѓународните истражувања на познавањата од областа на природните науки и математиката укажуваат на доста ниско ниво на знаење на нашите ученици. Тоа многу треба да не трогнува и треба многу активно да работиме на подобрување на овие состојби. Тука во прв ред е работата на наставниците по физика на сите нивоа.

ФИЗИЧКИОТ ЕКСПЕРИМЕНТ – ОСНОВА ЗА ПОСТИГНУВАЊЕ НА ЦЕЛТА

Воведувањето на компјутерската техника при изведувањето на наставата по физика, математика или која и да било друга природна наука, сигурно е дека придонесува во многу поуспешното изведување на наставата, меѓутоа реалниот експеримент изведен на час, односно лабораториско истражување проследено со соодветно мерење, никако не смеат да бидат занемарени, туку мора да играат првенствена улога. Мора да признаеме дека кај нас таквиот приод не се почитува секаде.

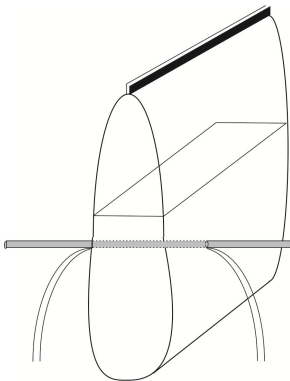
Во развиените земји се организираат конференции посветени исклучиво на физичкиот експеримент [12-14]. Некои од конференциите како што е таа одржана во Дуисбург [14], имаат цел да се демонстрираат едноставни, прирачни и евтини експерименти кои може да бидат изведени во било кое училиште, а ние мислиме и кај нас.

Во текстов што следува ќе посочиме некои од нив за да укажеме дека за изведување на демонстрационен експеримент не е нужна некоја многу скапа опрема. Следејќи ја основната природа на физиката како природна наука која се базира на „looking at something, thinking about it and working with it“ [15] (набљудување на нештата, размислување околу тоа и дејствување – работа), едноставните експерименти по физика се од голема полза за секаква едукација по физика во училиштата, на универзитетите, но и во научните центри или музеи, како и преку медиумите, во прв ред преку телевизијата. Кај ваквите експерименти доаѓа до израз самоиницијативноста на наставникот, но и креативноста на учениците што сигурно придонесува учењето да биде многу полесно.

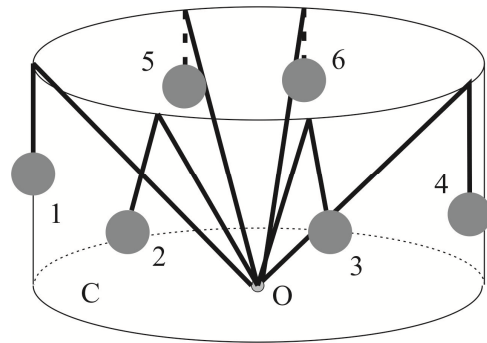
Наједноставен опит поврзан со слободното паѓање. Кога го изучуваме слободното паѓање, секогаш велíme сите тела, и тие со различна маса како на пример пердув и

метално топче, паѓаат еднакво. Се разбира за да го елиминираме влијанието на отпорот на воздухот обично во факултетски услови го демонстрираме слободното паѓање во долга стаклена цевка поврзана со вакуум пумпа. И познато е дека и пердувот како и метално тело, во вакуум паѓаат истовремено. Знаеме дека ваквиот експеримент тешко дека може да биде изведен во кое било наше училиште.

Но, затоа ова тврдење секој може едноставно да го потврди експериментално. Земете една подебела книга и парче хартија. Пуштете ги слободно да паѓаат од иста височина. Искуството ни кажува дека прво ќе падне книгата, а потоа листот хартија. Потоа опитот изведете го со листот хартија поставен врз книгата и повторете го опитот. Двете тела истовремено паѓаат. Побарајте потоа објаснување од вашите ученици. Има ли поедноставен опит во кој се убедуваме дека телата со различна маса еднакво паѓаат.



СЛИКА 1. Демонстрација на безтежинска состојба со помош на најлонска кеса и вода



СЛИКА 2. Демонстрација на безтежинска состојба со помош на еластични ленти и метални топчиња

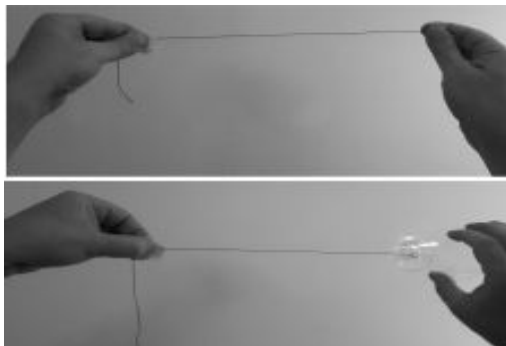
Безтежинска состојба. Се полни добро залепена најлон кеса со вода. Експериментаторот кесата ја држи во рака така што нејзиниот потесен дел е свртен кон слушателите (Сл.1). Се зема остро шило, или зашилано дрвце за правење на ражнички, и со него се дупнува кесата од двете страни. Потоа шилото се вади и водата почнува да истекува. Со два прста од другата рака се затвораат отворите на кесата, а експериментаторот се качува на повисок стол и ги отвара двата отвора и ја пушта кесата слободно да паѓа. Учениците (студентите) забележуваат дека во текот на слободното паѓање водата низ отворите не тече. Телата за време на слободното паѓање се наоѓаат во безтежинска состојба.

Безтежинската состојба може да се демонстрира и на следниов едноставен начин. Во пластична чаша С со ластик поврзан со еден држач на средината од чашата О се поврзани неколку (на пример 6) метални тела (може да бидат метални парички) (Сл. 2). Еластичните сили ја урамнотежуваат тежината на металните тела. Ако од височина пуштите уредот слободно да паѓа, поради тоа што телата во текот на паѓањето нема да тежат, еластичните сили ќе предизвикаат сите тела да се најдат во внатрешноста на садот.

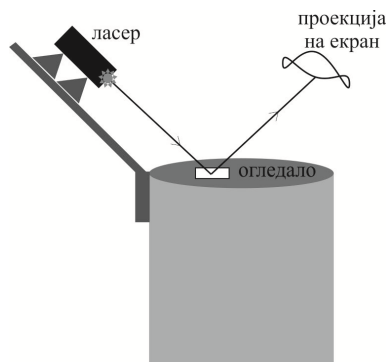
Демонстрации поврзани со звукот. Звучен извор мора да има резонатор за да се зголеми интензитетот на звучниот бран. Ако со натопено парче хартија влечеме по врвката АВ (Сл. 3а), ќе се предизвика осцилирање на врвката која претставува звучен

извор кој одвај се слуша. Ако опитот се повтори така што од едната страна на врвката поставиме хартиена чаша (Сл. 3б) звукот ќе има значителен интензитет.

Дека звучниот извор претставува осцилатор може да се демонстрира едноставно со извор на звук, на пример звучник врз кој е поставено мало огледало. Ако со ласерски поинтер се насочи светлински зрак врз огледалото кога звучникот работи (пуштена е музика или говор) рефлектираниот ласерски сноп осцилира, а истото може да се набљудува на ѕид или екран поставен на неговиот пат. Наместо звучник како извор на звук може да послужи сад (цилиндрична кутија) без двете основи, на кој на едниот крај е поставен држач за ласерскиот поинтер, а на другата страна мало огледалце. Кога во садот ќе се зборува тој претставува звучен извор што го регистрира од огледалото рефлектираниот ласерски сноп кој се рефлектира од ѕид или екран (Сл 4).

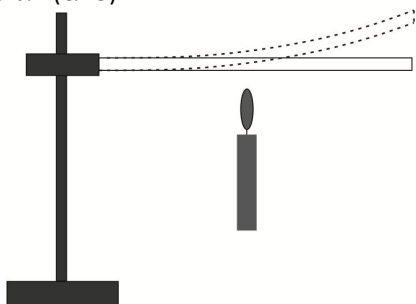


СЛИКА 3а , 3б. Демонстрација на појачување на звук со резонатор

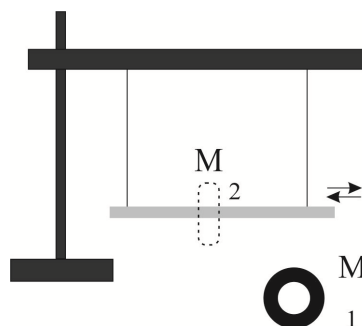


СЛИКА 4. Демонстрација на осцилации предизвикани од звук со помош на лимена кутија

Биметал. Интересен и едноставен опит може да се изведе со примена на метализирана хартија како „биметал“. Бидејќи алуминиумската фолија залепена за хартија повеќе се шири, при загревање доаѓа до искривување на вака импровизираниот „биметал“ (Сл.5).



СЛИКА 5. Демонстрација на различни коефициенти на топлинско ширење со „биметал“ направен од алуминиумска и обична хартија

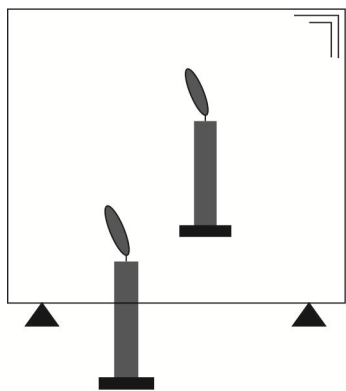


СЛИКА 6. Демонстрација на Ленцовиот закон за електромагнетна индукција

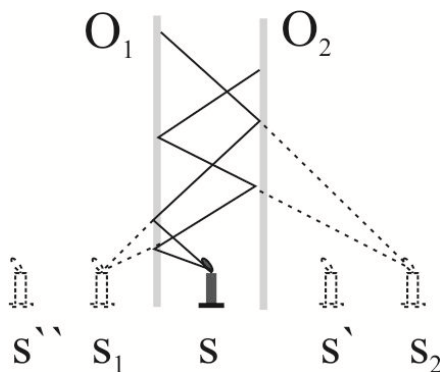
Електростатичко заемдејство. Обично се демонстрира привлекување на ситни предмети до стаклена или ебонитна прачка наелектризирана со триење. Многу ефектен

опит за електростатичко привлекување се прави ако до хоризонтално обесен дрвен стап се доближува наелектризирана стаклена или ебонитна прачка. Стапот треба да биде обесен на изолаторски конец.

Ленцов закон за електромагнетна индукција. Алуминиумска шипка В е обесена со две жици врз дрвен држач така што може да осцилира во рамнината на двете жици. Ако еден магнет со форма дадена на М (1) се постави во позиција 2, значи се провре така што шипката осцилира низ отворот на магнетот М, осцилирањето на алуминиумската прачка многу брзо се придушува. (Сл. 6)



СЛИКА 7. Демонстрација на ликови во рамно огледало



СЛИКА 8. Демонстрација на добивање на повеќе ликови со две рамни огледала

Лик кај рамно огледало. Стаклена плоча е поставена во вертикална положба. На едната страна на стаклената плоча се поставува свеќа. Плочата всушност претставува рамно огледало и создава имагинарен лик на растојание еднакво на растојанието меѓу плочата и свеќата од другата страна на стаклената плоча. Ако на местото на имагинарниот лик поставиме друга незапалена свеќа, ќе се чини дека и втората свеќа гори. Со поставување на прст врз местото на ликот на пламенот на првата свеќа, демонстрираме дека втората свеќа не гори (Сл. 7).

Ако наместо една стаклена плоча се постават две во вертикална положба и меѓу нив се постави запалена свеќа може да се добијат бесконечно голем број ликови. (Сл. 8)

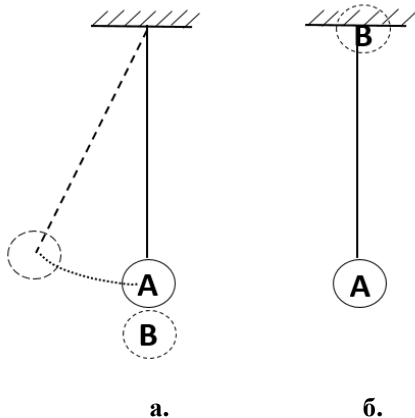
ПРИМЕРИ НА КВАЛИТАТИВНИ ЗАДАЧИ

Квалитативните задачи, ретко употребувани во нашата наставничка пракса, исто како и експериментот може многу да придонесат слушателите да бидат активни во текот на наставниот процес. Но, додека како примери на квантитативните задачи постојат голем број збирки на задачи, на македонски, но и нам блиските други словенски јазици, за квалитативните задачи наставникот треба повеќе да се потруди, сам да ги смисли или да пронајде примери.

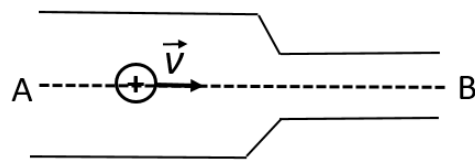
Овде ќе бидат посочени примери на таквите задачи, кои според наше мислење можат да бидат многу корисни.

1. Објаснете како ќе ја одредите дебелината на листот на учебникот по физика користејќи само обичен линијар.

2. Претпоставете дека седите во автомобил кој се движи рамномерно забрзано. Нацртајте одделни дијаграми на сила на следните тела: вашето тело, седиштето врз кое седите, автомобилот, површината на патот по кој се тркала автомобилот, (поголемите сили претставете ги со подолги стрелки).
3. Во годините кога Њутн бил посветен на концептот и Законот за општа гравитација, тој извел многу важен експеримент. Направил шупливо топче и го употребил како нишало. Во шуплината на тоа нишало потоа поставувал предмети од различен материјал како: дрво, железо, бакар, сол и ткаенина. Периодите на осцилирањето ги мерел со броење на голем број осцилации на ваквите нишала. Што мислите, дали периодот на осцилирање на вака добиените нишала бил различен? Дали знаете дека Њутн сметал дека овој експеримент е многу важен? Што мислите зошто?
4. Ако на тело кое се движи, дејствува резултантна сила која е различна од нула, може ли вкупната работа која ќе ја врши оваа сила да биде еднаква на нула? Објаснувањето поткрепете го со пример.
5. Астронаутите во Вселената потребно е редовно да ја мерат својата телесна маса. Бидејќи во Вселенските станици нема гравитација, предложете начин на кој може да се измери масата на астронаутите во Вселената.
6. Што мислите зошто со триење може да се наелектризираат само тела направени од изолаторски материјал. Со оглед на фактот што овој процес се објаснува со контактни појави, замислете опит со кој ќе покажете дека е можно добивање на наелектризирани тела и тогаш кога тие се спроводници.
7. Едно математичко нишало е направено од ебонитно топче А обесено на свилен конец. Топчето е наелектризирано негативно. Како ќе се промени периодот на ова нишало ако:
 - а. Ако второ негативно топче В се постави под нишалото (Сл. 9а)?
 - б. Ако топчето В се постави во точката на обесувањето (Сл.9б)?



СЛИКА 9. Шематски приказ на поставувањето на наелектризираното топче В



СЛИКА 10. Поминување на наелектризирана честичка низ метална цевка

8. По оската на една метална цевка АВ (Сл.10), рамномерно се движи наелектризирана честичка. Ќе се промени ли брзината на честичката по поминувањето во стеснетиот дел на цевката? Образложете го вашиот одговор.
9. На батериите кои најчесто се употребуваат секогаш ја пишува нивната електромоторна сила, на пример „1,5 V“. Дали исто така не е потребно на батериите да пишува и колкава јачина на струја овие батерии може да генерираат кога ќе се врзат во струјниот круг. Одговорот објаснете го.
10. Како астрономите успеале да го детектираат постоењето на планети кои ротираат околу далечни сјајни ѕвезди?

КОРИСТЕЊЕ НА КОМПЈУТЕР ВО ТЕКОТ НА НАСТАВАТА

Користење на компјутерот во наставата по кој и да било предмет од природните науки може да биде само како илустративен уред. Со компјутер може да се прикаже некоја успешна илустрација, но не смее компјутерот да биде место каде што се изведуваат релациите поврзани помеѓу физичките величини.

Користењето на табла и креда е многу, многу подобро. Да не забораваме наставникот има слушатели кои за прв пат се среќаваат со материјалот кој се предава и слушателот треба да се активира при предавањето. Користење на компјутер како уред каде што ги даваме веќе изведените релации е многу, МНОГУ, погрешно. Дури и за постдипломци, а не пак на пониските степени на образование.

Часот на предавање не е исто што и конференција на која што научниците ги презентираат своите научни резултати. Дури и таму, на конференциите, заинтересираните слушатели обично ја започнуваат усмената дискусија со објаснување како се дошло до резултатите.

Појавата на користење на компјутер како уред на кој се предава материјал непознат за слушателите е многу погрешна и некорисна. Ако се пребара на интернет и се побараат предавања на најпознатите универзитети во светот, ќе се убедиме дека предавањата со табла и креда и се разбира соодветните експерименти се она што најчесто се среќава.

ЗАКЛУЧОК

Од погоре изнесеното може да се заклучи дека само класични предавања со активирање на слушателите со соодветни експерименти, квалитативни задачи или прашања, лабораториски мерења или вежби погодни за возраста на слушателите, даваат добри резултати. При предавањата, наставникот не смее да заборава дека слушателите се присутни, потребно е да ги активира соодветно и да ги мотивира да мислат врз проблемот, бидејќи само разбраното обезбедува трајно знаење.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jasmina Lelas “ Paqwash konfeencija”, Adis Abeba, Enciclopedia moderna, 1, str. 75 (1966)
2. В.Г. Разумовскии, П.А. Алексеев, Физика в школе, No 2, 91 (1975)
3. Education Reform Act, L, (1988)
4. Б.Г. Разумовскии, Физика в школе, No 3, 24, (1994)
5. С. В Анофрикова, Физика в школе, No 3, 38 (1995)

6. В.Е. Woolnough, Phys. Educ, No 1, 30, 52 (1995)
7. М. М. Балашов “Физика” пробни учебник длја 7 класа, Москва, “Просвењение” (1994)
8. Joseph Amoto, Physics Today, , Dec., p.46 (1996)
9. E. Mazur, Peer Instruction, : User’s manuel, Prentice Hall Series in Educational Inovation, Prentice Hall, Upper Saddle River, N,Y. (1997)
10. Ф. А. Сирникова , Физика в школе, No 3, 79 (1994)
11. И.Ја. Ланина, А.П. Трапицина, , Физика в школе, но 1, 42 (1979)
12. Experiments and demonstrations in the physical sciences” Phys. Educ. 30, 65 (1995)
13. International conference on Physics Education, Proceedings, August 5-9 (1995) Southeast university, Nanjing, F. R. China
14. The Full programe and Abstracts of ICPE GIREP international Conference ‘ Hands-on Experiments in Physics Education” Duisburg, Germany (1998)
15. М. Јоноска, Демонстрациони експерименти по физика, Универзитет “ Св. Кирил и Методиј” Скопје (1998)

HOW TO ACHIEVE HIGHER QUALITY IN PHYSICS EDUCATION?

¹Mirjana Jonoska, ²Lambe Barandovski

^{1,2}*Institut of physics, Faculty of Natural Sciences and Mathematics,
Skopje, Macedonia*

Abstract. It is well known to everyone involved in physics education that the best way for reaching deeper understanding of the basic laws of science is to make students active during lessons, especially by applying their knowledge for solving different kinds of problems. Performing demonstration experiments and solving different kinds of numerical, qualitative, or laboratory problems, are the most effective activities to achieve this. In this article some hands-on experiments that require no special equipment, and some qualitative problems which can be useful for physics educators, are presented.

Keywords: education, physics, demonstration experiments, qualitative problems

Приказна за записите и имињата на природните броеви-бројни системи

Дончо Димовски,
МАНУ, Скопје, Македонија

Апстракт. Запишувањето и читањето на природните броеви се тесно поврзани. Имињата на природните броеви зависат од една страна од говорниот јазик, но зависат и од тоа во кој броен систем се разгледуваат, додека записите на природните броеви зависат од тоа во кој броен систем се запишуваат и кои основни знаци (цифри) се користат за нивното запишување. Целта на овој текст е да се раскаже една приказна за запишувањето и читањето на природните броеви.

Клучни зборови: Природен број, запис на природен број, име на природен број, броен систем

ВОВЕД

На почетокот на приказната ќе разгледаме некои примери во кои ќе бидат поставени и некои прашања.

Пример 1. На Марс живеат Марсовци кои имаат по две раце ама на секоја рака имаат по три прсти, како на сликата. Тие велат дека на една рака имаат три прсти, а на двете раце имаат шест прсти.



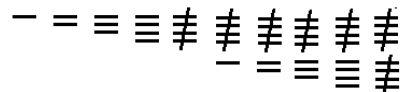
Прашање 1. Колку е три плус три на Марс??

Прашање 2. На Марс, $3+3 = ???$

Голем број читатели на претходниот текст ќе изреагираат со забелешка: Зошто едно исто прашање е поставено како две различни прашања? Но, дали е тоа така? Дали прашањата 1 и 2 се две различни прашања, или авторот раскажувач направил пропуст и едно исто прашање го запишал како две прашања??

Пример 2. Во играта со карти „табланет“ при земање на сите отворени карти се запишува една „пишалка“.

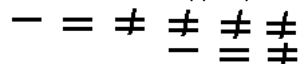
Кога во Македонија се игра табланет, пишалките се запишуваат на начин прикажан десно.



И Марсовците играат табланет.

Дали и Марсовците ги запишуваат пишалките на ист начин како Македонците??? НЕ.

Кога Марсовците играат табланет, пишалките ги запишуваат на начин прикажан десно.





Кое запишување на пишалките е поедноставно? Зошто Македонците и Марсовците користат различно запишување на пишалките при играње табланет?



















Пример 3. Да ги разгледаме имињата на првите природни броеви на различни говорни јазици. Во следната табела ќе ги запишеме зборовите за имињата на природните броеви 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 10 на соодветниот говорен јазик.

јазик	1	2	3	4	5	6	10
македонски	еден	два	три	четири	пет	шест	десет
албански	një	dy	tre	katër	pesë	gjashtë	dhjetë
бурмански	တစ်	နှစ်	သုံး	လေး	ငါး	ခြောက်	တဆယ်
кинески	一	二	三	四	五	六	十
бугарски	едно	две	три	четири	пет	шест	десет
англиски	one	two	three	four	five	six	ten
есперанто	unu	du	tri	kvar	kvin	ses	dek
француски	un	deux	trois	quatre	cinq	six	dix
грузиски	ერთი	ორი	სამი	ოთხი	ხუთი	ექვსი	ათი
германски	eins	zwei	drei	vier	fünf	sechs	zehn
грчки	ένα	δύο	τρία	τέσσερα	πέντε	έξι	δέκα
италијански	uno	due	tre	quattro	cinque	sei	dieci
индиски	एक	दो	तीन	चार	पांच	छह	दस
турски	bir	iki	üç	dört	beş	altı	on
зулу	kunye	kubili	kuthathu	kune	kuhlanu	isithupha	ishumi
ерменски	մեկ	երկու	երեք	չորս	հինգ	վեց	տաս
корејски	하나	둘	셋	넷	다섯	여섯	열
свахили	moja	mbili	tatu	nne	tano	sita	kumi
персиски	یک	دو	سه	چهار	پنج	شش	ده
еврејски	אחת	שתיים	שלוש	ארבע	חמש	שש	עשר













Дали има нешто интересно во претходната табела? Различни јазици, различни азбуки, различни зборови. Нешто што веднаш го привлекува вниманието, се зборовите за еден, два и три на кинески јазик. Зборовите за броевите еден и два во кинескиот јазик се исти како што се и записите за една и две пишалки при играње табланет и во Македонија и на Марс, додека зборот за бројот три во кинескиот јазик е ист со записот за три пишалки при играње табланет во Македонија, но не е ист со записот за три пишалки на Марс.

Пример 4. Децата од најрана возраст се сретнуваат со првите природни броеви. Тие ги гледаат своите прсти на своите две раце, со нив си играат и почнуваат да прават разлика помеѓу два или четири прсти. Кај луѓето тоа играње со прстите, останува за време на целиот живот. Скоро секој човек многу често ги користи своите прсти за броење.

Да направиме едно формализирање за бројот на прстите на двете раце, со тоа што за еден прст ќе запишуваме една вертикална цртичка, а за една рака прсти ќе запишуваме две споени закосени цртички, како што е прикажано.  

прст											
рака											
цртички	I	II	III	IIII	V	VI	VII	VIII	VIII	VIII	VV

Како изгледа оваа табела на Марс?

прст										
рака										
цртички	I	II	V	VI	VII	VV				

БРОЈНИ СИСТЕМИ

Што е природа ???

Нема да навлегуваме во прецизно дефинирање на поимот природа, само ќе речеме дека природата е природа и во Македонија и во Кина и на Марс, а за тоа кое име се употребува за неа во Кина (性质) или на Марс, е сосема друго прашање.

И за природните броеви нема да навлегуваме во нивна прецизна дефиниција. Постои една изрека: “во математиката, природните броеви ги создал Господ, а се друго измислил човекот“. Слично како претходно, природните броеви се природни броеви и во Македонија и во Кина и на Марс, а кое име се употребува за нив во Кина (自然数) или на Марс, е сосема друго прашање. А како се означуваат (запишуваат) природните броеви е сосема трето прашање. Понатаму за поедноставување на текстот, за означувањето на природните броеви во Македонија, ќе ги користиме ознаките 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, во десетичниот систем (броен систем со основа десет), кој денес се употребува секаде на Земјата. При ова запишување се користат десет знаци (цифри): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

Да ги разгледаме прашањата од Пример 1. Првото прашање може да се разгледа и како: колку се три прсти плус три прсти на Марс? Одговорот е: колку што се прстите на две раце на марсовец, а тоа е шест прсти. Со изоставање на зборот прст/прсти, се добива дека три плус три на Марс е шест.

Што се случува со второто прашање? Во примерот не е кажано што се ознаките: 3, + и = на Марс, така што одговорот на тоа прашање е: нема доволно информации за да се даде одговор. Да додадеме информации. На Марс бројот три се означува со 3, а знаците + и = се со исто значење како и во Македонија. Дали сега има доволно информации за да се одговори на второто прашање?

Да ги означиме природните броеви 1, 2, 3, 4, 5 и 6 со црточички, како во Пример 4, кои го означуваат соодветниот број на прсти. Тогаш, во Македонија, II+II=IIII, додека на Марс, II+II=VI. Во Македонија $3+3=6$, III+III=VI, $5+5=10$ и $V+V=VV$. Но и на Марс, $V+V=VV$. По аналогија, би требало на Марс да биде: $3+3=10$. Марсовците за означувањето на природните броеви ги користат ознаките 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 30, 31, 32, во броен систем со основа шест. При ова запишување се користат шест знаци (цифри): 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Ќе разгледаме неколку бројни системи без да навлегуваме подлабоко во нивни карактеристики и својства.

Римски броен систем

Во Пример 4. бројот на прсти го запишувавме со црточички. Пред многу години во Рим, природните броевите ги запишувале на тој начин. Но, многу често требало да се запишуваат броеви со нивно длабење во камен. На неког му текнало, за помалку длабење во камен, наместо за четири прсти да користи запишување со четири црточички да запишува со знакот, IV што во суштина е знак за прстите од една рака без еден прст. Исто така, со спојување на знакот за прсти од една рака со истиот тој знак, ама превртен, се направил знакот X за прстите од две раце, а за девет прсти се искористил знакот IX што во суштина е знак за прстите од две раце без еден прст. Така се формирал римскиот броен систем за запишување на природните броеви,

I II III IV V VI VII VIII IX X

Во римскиот броен систем се користат седум знаци (цифри), I, V, X, L, C, D и M.

Нема да навлегуваме во подробностите за правилата за запишување на природните броеви во овој систем. Кој е најголемиот број што може да се запише во овој броен систем, со соодветните правила за запишување?

Броен систем со основа два

Во овој систем се користат две цифри (знаци), 0 и 1. Конечно многу цифри се запишуваат од лево кон десно, почнувајќи со 1, со што е даден запис на некој природен број. Тој број е збир од единици, ($1=2^0$), двојки ($2=2^1$), четворки ($4=2^2$), осумки ($8=2^3$), итн., при што во збирот се појавуваат, на пример толку шеснаесетки ($16=2^4$), колку што е цифрата запишана на 5-тото место броејќи оддесно налево. На пример:

100110 во систем со основа два е природниот број $2+4+32=38$.























Броен систем со основа шест

Во овој систем се користат шест цифри (знаци), 0, 1, 2, 3, 4 и 5. Конечно многу цифри се запишуваат од лево кон десно, почнувајќи со цифра што не е 0, со што е даден запис на некој природен број. Тој број е збир од единици, ($1=2^0$), шестки ($6=6^1$), триесет и шестки ($36=6^2$), двесте и шеснаесетки ($216=6^3$), итн., при што во збирот се појавуваат, на пример толку двесте и шеснаесетки, колку што е цифрата запишана на 4-тото место броејќи оддесно налево. На пример:

100110 во систем со основа шест е природниот број $6+36+7776=7818$.

Броен систем со основа 20 – Броен систем на Маите

Во овој систем се користат дваесет знаци (цифри) кои што се дваесет квадрати со нацртани точки и хоризонтални цртчици и еден посебен знак, дадени во следната табела, при што под секој квадрат е запишан бројот кој тој квадрат го претставува.

										
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
										
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	

Каква е врската на овие знаци со прстите на човек на двете раце и на двете нозе? Една точка претставува еден прст, а една цртчица претставува пет прсти, односно една рака или една нога прсти.

Конечно многу цифри (квадрати) се запишуваат одоздола нагоре, еден квадрат над друг, така што најгорниот квадрат не е квадратот што го претставува бројот 0. Квадратот на првото ниво го претставува соодветниот број од 0 до 19 помножен со $1=20^0=20^{1-1}$, квадратот на второто ниво го претставува соодветниот број од 0 до 19 помножен со $20=20^1=20^{2-1}$, квадратот на третото ниво го претставува соодветниот број од 0 до 19 помножен со $400=20^2=20^{3-1}$, итн.

Сите тие броеви се собираат и збирот е природниот број претставен со тој запис. На пример, во записот даден десно, квадратот на првото ниво го претставува бројот 2, квадратот на второто ниво го претставува бројот $0 \cdot 20 = 0$ и квадратот на третото ниво го претставува бројот $14 \cdot 20^2 = 5600$. Според тоа, дадениот запис го претставува бројот 5602.



Собирањето на два природни броја во овој систем е едноставно и интересно. Се собираат точките на исто ниво и цртчиците на исто ниво. Ако се добијат повеќе од четири точки, пет од нив се заменуваат со цртчица. Ако се добијат повеќе од три цртчици, четири од нив се заменуваат со точка во квадратот на следното ниво. Со разгледување на

примери и задачи во овој систем може многу добро да се продлабочува разбирањето на учениците за природните броеви и нивните својства.

На крајот ќе се вратиме на прашањето за имињата на природните броеви во говорните јазици и како тие се поврзани со бројните системи.

Да ги разгледаме врските на имињата на броевите 11 и 14 со имињата на броевите 1, 4 и 10.

јазик	1	4	10	11	14
македонски	еден	четири	десет	единаесет	четиринаесет
албански	një	katër	dhjetë	njëmbëdhjetë	katërmbëdhjetë
бурмански	တစ်	လေး	ဆယ်	ဆယ့်တစ်	ဆယ့်လေး
кинески	一	四	十	十一	十四
бугарски	едно	четири	десет	единадесет	четиринадесет
англиски	one	four	ten	eleven	fourteen
есперанто	unu	kvar	dek	dek unu	dek kvar
француски	un	quatre	dix	onze	quatorze
грузиски	ერთი	ოთხი	ათი	თერთმეტი	თოთხმეტი
германски	eins	vier	zehn	elf	vierzehn
грчки	ένα	τέσσερα	δέκα	έντεκα	δεκατέσσερα
италијански	uno	quattro	dieci	undici	quattordici
индиски	एक	चार	दस	ग्यारह	चौदह
турски	bir	dört	on	on bir	on dört
зулу	kunye	kune	ishumi	ishumi kunye	ishumi kune
ерменски	մեկ	չորս	տաս	տասնմեկ	տասնչորս
корејски	하나	넷	열	열하나	열넷
свахили	moja	nne	kumi	kumi na moja	kumi na nne
еврејски	אחת	ארבע	עשר	אחת עשרה	ארבע עשרה
персиски	یک	چهار	ده	یازده	چهارده

Може да се забележи дека во некои јазици имињата се во десетичен систем, додека во некои јазици имињата не се во десетичен систем, како на пример во германскиот, каде што името за бројот 11 е ново име (цифра), се користи за тој број и повеќе никаде не се користи.

Вакви разгледувања и споредувања може лесно да се направат користејќи GOOGLE TRANSLATE. Интересно е да се споредуваат и бараат врските меѓу имињата на групите броеви: 2, 10 и 20; 1, 20 и 21; 3, 10 и 30; 2, 30 и 32; и други групи со слични врски.

Во многу јазици имињата на некои броеви имаат потекло од други бројни системи, ама останале во говорните јазици, иако денес во целиот свет се користи десетичниот броен систем за природните броеви.

Интересно е да се видат имињата на природните броеви во францускиот и индискиот јазик.

ЛИТЕРАТУРА

1. Димовски Д., Предавања по елементарна математика, ракопис
2. WIKIPEDIA, Numeral system
3. GOOGLE TRANSLATE

Подготовка за математически пѐрформанс „Правилни звездни многоъгълници“

Тони Чехларова

*Институт по математика и информатика,
Българска академия на науките, София, България*

Абстракт. Математическият пѐрформанс е представен като образователна форма. Направено е описание на елементи от подготовката на математически пѐрформанс, свързан с изследване на правилни звездни многоъгълници. Обсъдени са средства, с които е подходящо да се построяват и изследват правилни звездни многоъгълници: динамични модели, манипулативи, добавена реалност, 3D принтирани модели, задачи със звездни многоъгълници, математически етюди и игри. Споделени са примери на проведени математически пѐрформанси, които са представени като неформално STEAM (Science, Technology, Engineering, Art and Mathematics) обучение.

Ключови думи: математически пѐрформанс, неформално образование, динамичен софтуер, изследователски подход, STEAM

1. Математически пѐрформанси в контекста на неформалното образование

Характерни черти на пѐрформанса са активно участие на публиката, импровизационен характер и възможност за провеждане както в зала, така и на нетрадиционни места (като улицата и парка) [7]. Когато целта е свързана с математическото образование и преобладаващите дейности са математически, разглеждаме образователната форма математически пѐрформанс. Използваме го за популяризиране на математиката пред по-широка публика, включително и пред математическата колегия, когато представяме иновационни образователни дейности и ресурси. Дейностите включват информационно-демонстрационна част и организиране на математическа лаборатория за широката публика. Обикновено публиката е предварително неизвестна като състав и брой, затова водещият и останалите модератори трябва да са подготвени за импровизацията, включително и с разнообразие от ресурси.

Тук ще представим част от подготовката за математически пѐрформанс „Правилни звездни многоъгълници“ с акцент върху ресурсите. Като съществени ще отделим съчетаването на материални и виртуални средства за организиране на изследователския процес в математическото образование и изява на връзката между математика и изкуство.

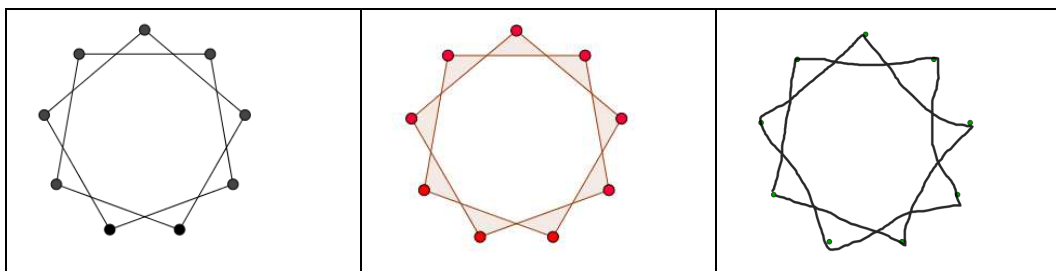
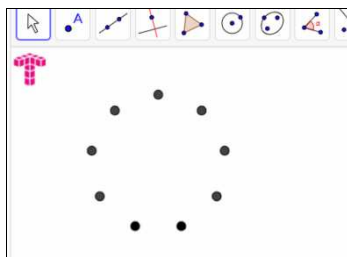
2. Образователни ресурси за иследования с правилни звездни многоъгълници

В литературата няма единство в терминологијата за разглежданите тук математически објекти. Използват се термините „звезда“, „звезден многоъгълник“, „звезда 2D“ и други. Тук ще използваме термина „правилен звезден многоъгълник“ и следното описание: Фигурата, получена при последователното свързување на всеки k -ти врвх на правилен n -ъгълник (започваш од кој да е врвх и запазваш посоката, до изчерпување на врвховете), ќе наричаме правилен звезден многоъгълник $\{n, k\}$.

Долу представяме средства, с които е подходящо да се построяват и изследват правилни звездни многоъгълници. Ползващите ги се насочват към търсене на отговор на два въпроса „Кои правилни звездни многоъгълници могат да се построят с един замах т.е. без вдигане на молива и без повтаряне на линия?“ и „Как се намира ъгълът при врвха на правилен звезден многоъгълник?“.

2.1. Динамични файлове

2.1.1. Във Виртуалния училищен кабинет по математика са предоставени файлове с построени врвхове на правилни многоъгълници. Правилен звезден многоъгълник може да се начертае с бутон „молив“, с построявање на отсечки или с построявање на многоъгълник. На фигура 1 е показано използването на врвховете на правилен деветоъгълник за построявање на правилен звезден многоъгълник $\{9, 2\}$.

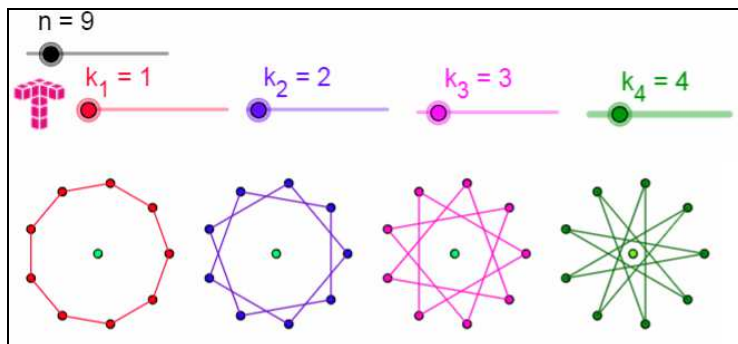


ФИГУРА 1. Построявање на правилен звезден многоъгълник $\{9, 2\}$ по дадени врвхове

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15118.html>

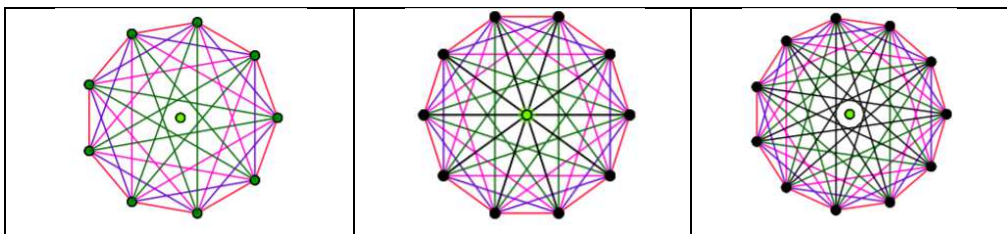
2.1.2. Получаване на конкретен правилен звезден многоъгълник $\{n, k\}$ се реализира с преместване на плъзгачи-параметри, при използване на друга група файлове във Виртуалния училищен кабинет по математика. На фигура 2 са показани правилен деветоъгълник и правилни звездни многоъгълници $\{9, 2\}$, $\{9, 3\}$ и $\{9, 4\}$. С този файл

препоръчваме да наблюдават резултатите при следващи стойности на k , след което се обсъждат ограничения за k , които е подходящо да се поставят.



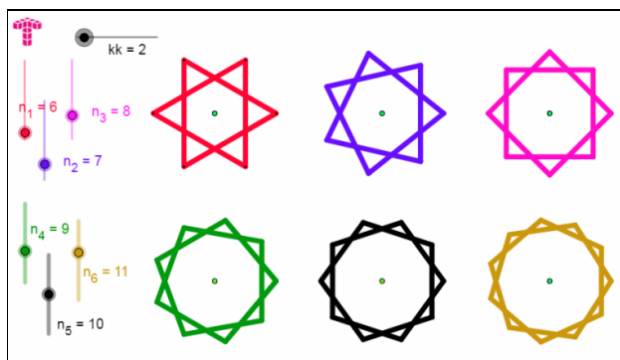
ФИГУРА 2. Получаване на конкретен правилен звезден многоъгълник с плъзгачи-параметри
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15122.html>

На фигура 3 са показани резултати след преместване в една точка на центрете на правилни звездни многоъгълници с равен брой върхове.



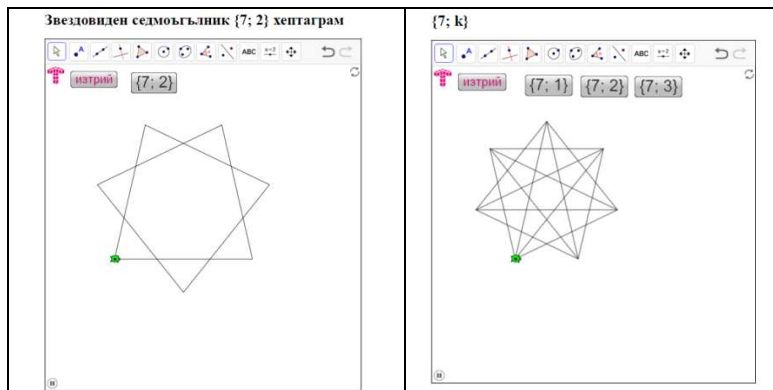
ФИГУРА 3. Звездни многоъгълници с общ център и върхове

В разглеждания файл се наблюдават едновременно правилни звездни многоъгълници с равен брой върхове. В следващия файл за конкретна стойност на k се наблюдават правилни звездни многоъгълници с различен брой върхове (фигура 4).



ФИГУРА 4. Изследвания с правилни звездни многоъгълници с равна стойност на k
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15127.html>

2.1.3 Може да се наблюдава построяването на правилни звездни многоъгълници с т.н. „Костенурковата геометрија“. На фигура 5 е показано изчертаването на правилни звездни многоъгълници със седем върха, след натискане на бутон.



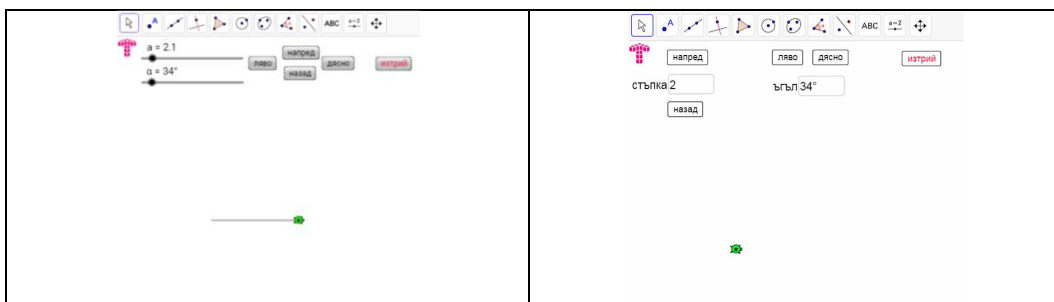
ФИГУРА 5. Построяване на правилни звездни многоъгълници с „Костенурковата геометрија“

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15583.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15586.html>

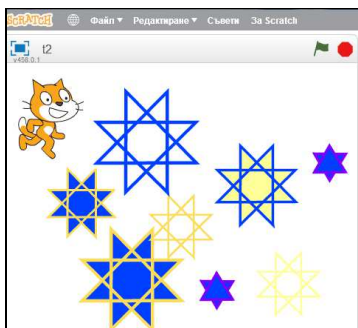
Възможност за самостоятелно изчертаване с използване на командите на костенурката „напред“, „назад“, „ляво“, „дясно“ се предоставя на следващите два адреса: <http://cabinet.bg/content/bg/html/d15560.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15561.html>



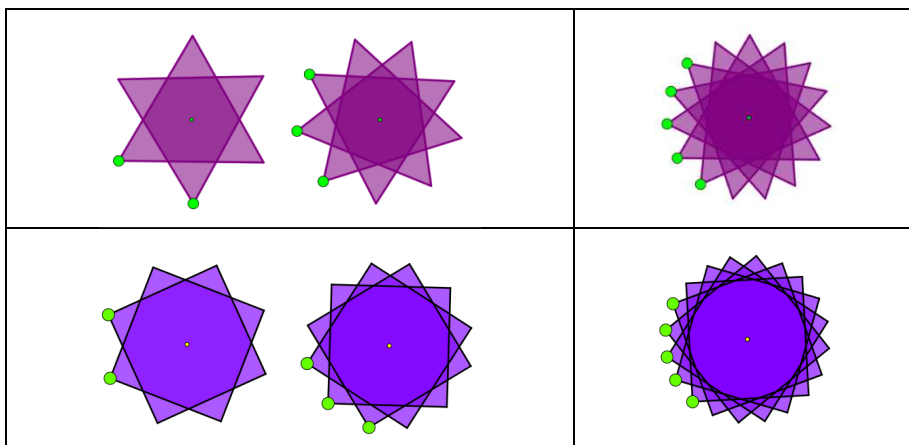
ФИГУРА 6. Построяване на правилни звездни многоъгълници с „Костенурковата геометрија“

В единия случай ъгълът на завъртане и стъпката на придвижване се задават с плъзгач, а в другия – чрез въвеждане на стойност. Илюстрациите на фигура 5 и фигура 6 са направени със софтуер Geogebra. Принципно така се извършват построения и с програмите Лого и Scratch (фигура 7) [6].



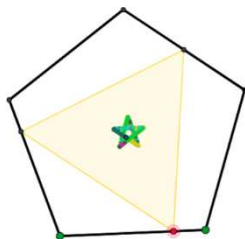
ФИГУРА 7. Правилни звездни многоъгълници със софтуер Scratch

2.1.4. Изследване за получаване на правилни звездни многоъгълници може да се организира с използване на завъртане на еднакви правилни многоъгълници с общ център, около центъра им.



ФИГУРА 8. Еднакви многоъгълници с общ център

2.1.5 Като геометрично място на точки правилни звездни многоъгълници се получават при изследване, свързано с центровете на правилни m -ъгълници, вписани в правилни n -ъгълници. На фигура 9 е представено геометричното място на центровете на равностранни триъгълници, вписани в правилен петоъгълник.



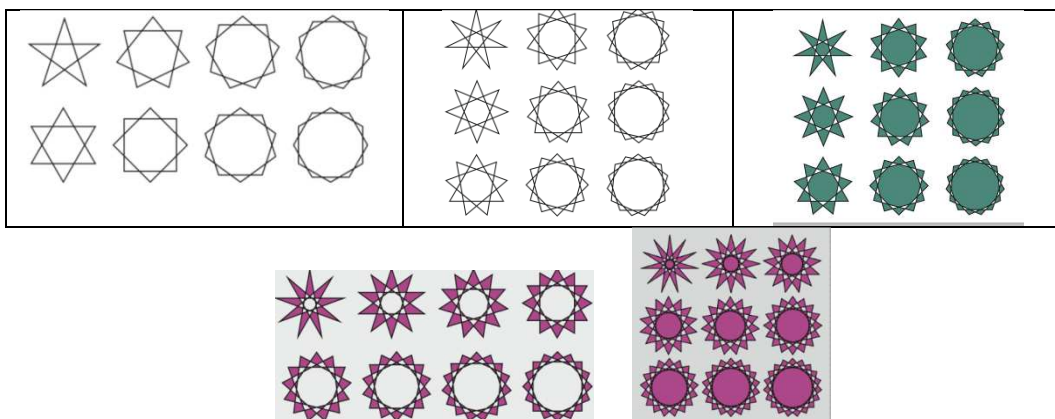
ФИГУРА 9. Правилен звезден многоъгълник като геометрично място на точки

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d18314.html>

Още за това изследване можете да намерите в [2].

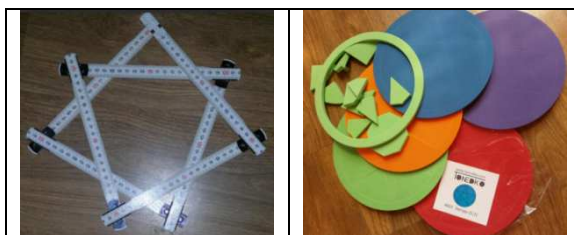
2.2. Печатни материали за правилни звездни многоъгълници

Чрез материали, принтирани на хартиен носител, илюстрираме как подредбата на данни може да подпомогне формулирането на хипотези. На фигура 10 са представени последователно правилни звездни многоъгълници $\{n;2\}$ и $\{n;3\}$ за някои стойности на n ; правилни звездни многоъгълници $\{n;3\}$, $\{n;4\}$ и $\{n;5\}$, оцветени в два цвята.



ФИГУРА 10. Печатни материали

2.3. Могат да се изпозват и налични материали, като дървения метър, сламки..., както и специално създадени манипулативи (фиг.11).



ФИГУРА 11. Манипулативи

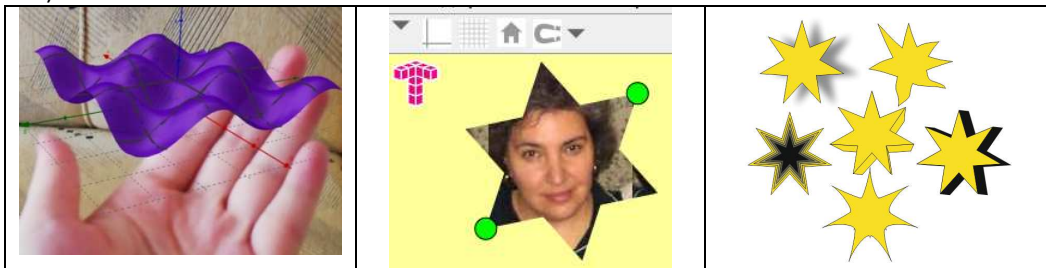
2.4. С 3D принтирането е свързана една от професиите с очакване за голямо търсене през следващото десетилетие. Възможностите за добавяне на елементи, които са уникални и свързани с конкретни лица или идеи, правят самите 3D продуктите уникални. На фигура 12 са показани снимки на някои модели, изработени с 3D принтер. Те са подходящи ресурси и за работа с незрящи.



ФИГУРА 12. Звездни многоъгълници и композиции от тях чрез 3D принтиране

2.5. Добавена реалност и други приложения

Комбинирането на данни от реалния свят с компютърно генерирани данни е предизвикателство, което може да се разреши по различни начини. Независимо от детайлите по уточняване на понятията „добавена реалност“, „обогатена реалност“, „смесена реалност“ и др., контекстът „звезди“ се оказва мотивиращ за учениците (фигура 13).



ФИГУРА 13. Добавена реалност и ефекти с други приложения и настройки

2.6. Математически етюди

Представянето на математически обекти с тяло показва разбирането на конкретното съдържание и интерпретирането му. Реализацията може да е с или без уред, самостоятелно или в екип. Препоръчваме на земята (пода) да се изчертаят върхове на правилен многоъгълник и постави задача следата, която се оставя при движение на ученика, да е конкретен правилен звезден многоъгълник. А може във всеки връх да стои ученик и с подаване на кълбо с канап да се построи съответния звезден многоъгълник.

3. Примери на реализации

Ето как изглеждат деца, построяващи звездни многоъгълници върху дървена рамка или с файл на компютъра и търсеци звездните многоъгълници, които могат да се построят с един замах, по време на Математическия пърформанс „Звездни многоъгълници“ в рамките на Европейска нощ на учените през 2016 г.



ФИГУРА 14. Европейска нощ на учените, София, 2016 г.

Като помощ те получават указанията: „Свързвайте върховете на правилен седмоъгълник през един и ще получите звезден многоъгълник $\{7;2\}$. Свързвайте върховете на правилен седмоъгълник през два и ще получите звезден многоъгълник $\{7;3\}$ “.

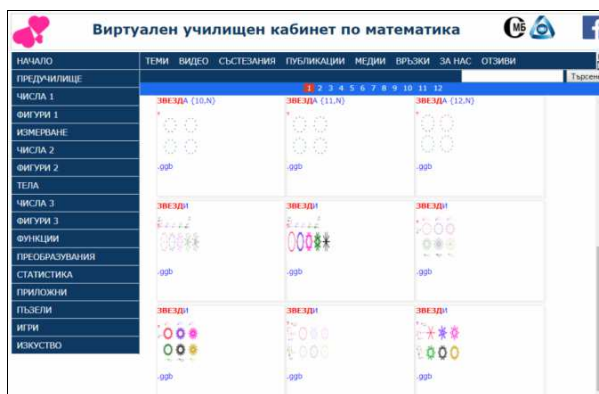
Математически пърформанси организираме и като част от квалификационни курсове с учители, както и в рамките на национални образователни конференции [9].

Тема на месец јануари 2016 г. на онлайн състезание „Тема на месеца“ [4] е свързана с лица на звездни многоъгълници, оцветени в един или в два цвята (фигура 15) и е подходящо да се използва като ресурс за пърформанс.



ФИГУРА 15. Тема на месец јануари 2016 г. на онлайн състезание „Тема на месеца“
http://vivacognita.org/_/viva-math/monthly-problem/%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0-%D0%BD%D0%B0-%D1%8F%D0%BD%D1%83%D0%B0%D1%80%D0%B8-2016-r66?

Голяма част от посочените горе ресурси са налични във Виртуалния училищен кабинет по математика, разработван в Института по математика и информатика – БАН [1]. Предоставените файлове могат да се ползват on-line или да се изтеглят. Търсенето на файловете може да се осъществява по разделите вляво, както и по ключова думи или част от дума (фиг. 13). Търсенето на теми може да се реализира по клас/класове и по теми.



ФИГУРА 16. Виртуален училищен кабинет по математика <http://cabinet.bg/>

Опитът ни показва, че събития като математическите пърформанси са силно мотивиращи за извършване на математически, а и на други образователни дейности. Откриването на закономерности, създаването на образци, преодоляването на предизвикателства оставят трайни следи, формират умения за изследователска работа и творчество въобще. На фигура 17 са представени приключения с използване на стъклото като материал от Коледна изложба-базар „Стъклена зима“ в Нов български университет.



ФИГУРА 17. Звезди (стъкло, фюзинг) с автор Коя Чехларова

Търсенето, обсъждането, използването и създаването на художествени произведения е неотменна част от математическите пърформанси, което ги прави добра практика за STEAM образование [3], [10].

Заклучение

Скоростта на развитие на дигиталните технологии и използването им в ежедневието поставя нови предизвикателства пред образованието. Съчетаването на традиционни педагогически средства, доказали ефективността си, с непрекъснато създаваните нови - материални и виртуални, динамични и статични средства на обучение, е задача на учителя [8]. Той трябва да разполага с разнообразни средства, за да направи избор според конкретната ситуация. Изборът се отнася както за урочната работа, така и за информирани на учениците за ресурси с оглед самостоятелното им използване.

Всеки ученик, със своите индивидуални различия, особено по отношение на равнище на развитие на качества на мислене, въображение и памет, има различна необходимост от подкрепа при ученето – в училище или извън него. За разбирането, преоткриването, приложението на знания, за формирането на изследователски умения, за създаването на условия за усещане на радост от ученето и удовлетвореност от постиженията, за активно участие на детето в учебния процес, продължават да се създават и използват педагогически средства. Учителите трябва да получават непрекъсната подкрепа при усвояване на новите ресурси и за формиране на умения за съчетаване с класическите. При провеждане на квалификационни курсове с учители е съществено да се създават условия на учителите за преживяване на екипна работа, на нови форми като математически пърформанси, на изследвания от различен характер – математически, методически, психологически; да се предоставят разнообразни средства и казуси, за решаването на които трябва да се прави избор.

Благодарност

Резултатът е частично подкрепен от проект "Изследване на концептуалното знание и наличието на грешни представи в часовете по математика и природни науки" между БАН И МАНУ и от Национална научна програма "Информационни и комуникационни технологии за единен цифров пазар в науката, образованието и сигурността (ИКТвНОС)", финансирана от МОН.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chehlarova T., Gachev G., Kenderov P., Sendova E., A Virtual School Mathematics Laboratory. V Национална конференция по електронно обучение. Русе, 16-17. 06.2014
2. Chehlarova T., Sendova E., Finding geometric patterns as a game of dynamic explorations. Scientia iuvenis, Book of Scientific Papers, Scientific guarantee: prof. RNDr. Ľubomír Zelenický, CSc. Slovak republic, Constantine the Philosopher University in Nitra, 2013, pp. 487-494 ISBN 978-80-558-0390-6
3. Chehlarova T., Chehlarova K.. Photo-pictures and dynamic software or about the motivation of the art-oriented students. In International Journal for Technology in Mathematics Education. vol.21, n1, Plymouth, England, 2014.
4. Kenderov P., Powering Knowledge Versus Pouring Facts. In: Kaiser G., Forgasz H., Graven M., Kuzniak A., Simmt E., Xu B. (eds) Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. 2018. pp. 289 – 306
5. Кендеров П., Сендова Е., Чехларова Т., Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект *KeyCoMath* 43. ПК на СМБ, С., 2014. с.99-105
6. Николов Р., Сендова Е., Информатика за начинаещи. Народна просвета, 1989
7. Чехларова Т., Сендова Е., Математическият перформанс – социална игра или образователна технология. 42 ПК на СМБ, С., 2013. с. 159-166
8. Чехларова Т., Педагогически средства за математическото образование. В: Педагогически форум. Тракийски университет, ДИПКУ, Стара Загора, бр.1. 2013. с. 104-112
9. Чехларова Т., Подготовка на обучители за внедряване на изследователския подход в училищното образование по математика. Макрос, 2017. с.140
10. Чехларова Т., Оп арт в математическото образование или преброяване на четириъгълници. Педагогика, 1, Аз Буки, 2019
11. GeoGebra, <http://www.geogebra.org/cms/>
12. <http://tonediko.com/>

Подготовка за математички перформанс „Правилни звезда многуаголници“

Тони Чехларова

*Институт по математика и информатика
Бугарска академија на науките, Софија, Бугарија*

Апстракт. Математичкиот перформанс е претставен како образовна форма. Направен е опис на елементите од подготовката на математички перформанс, поврзан со истражување на правилни звезда многуаголници. Разгледани се средства со кои е погодно да се изработуваат и истражуваат правилни звезда многуаголници: динамички модели, манипулативи, збогатена реалност, 3D принтани модели, задачи со звезда многуаголници, математички студии и игри. Прикажани се примери на спроведени математички перформанси, претставени како неформално STEAM (Science, Technology, Engineering, Art and Mathematics) образование.

Клучни зборови: математички перформанс, неформално образование, динамичен софтвер, истражувачки приод, STEAM

Značajne cifre u brojnim vrednostima fizički veličina

Mičo M. Mitrović, Branislava M. Misailović, Biljana Z. Maksimović,
Andrijana A. Žekić i Milica M. Milojević

Univerzitet u Beogradu, Fizički fakultet, Studentski trg 12, P. Fah 44 Beograd, Srbija

Apstrakt. U radu su navedeni pravilni načini izračunavanja vrednosti fizičkih veličina pri rešavanju teorijskih zadataka i obradi rezultata merenja. Istaknuta je važnost značajnih cifara u vrednostima fizičkih veličina, kao i način njihove procene u teorijskim i eksperimentalnim zadacima. Posebno su naglašena pravila na čije poštovanje obavezuje Međunarodni sistem mera (SI).

Ključne reči: značajne cifre, greške merenja, Međunarodni sistem mera.

UVOD

Pravilno izračunavanje i zapisivanje rešenja teorijskih i eksperimentalnih zadataka je veoma važno. Pravilan zapis omogućava procenu pouzdanosti dobijenih rezultata, koji su uvek ograničene tačnosti. Postoji više pravila izračunavanja, a pravila zapisivanja rezultata su definisana Međunarodnim sistemom mera (SI). I pored toga, ova pravila se često ne poštuju.

Najvažniji indikator pouzdanosti rezultata izračunavanja ili merenja vrednosti fizičkih veličina su takozvane značajne cifre – greška izračunavanja ili merenja ne može da bude manja od koraka poslednje značajne cifre u rezultatu.

Broj značajnih cifara kod rezultata merenja je određen procenjenom apsolutnom greškom merenja. Poslednja cifra rezultata merenja mora da ima isti red veličine kao poslednja cifra procenjene greške. Definirano je više načina procene apsolutnih grešaka o kojima se uči u školama i na fakultetima.

Broj značajnih cifara u rešenjima teorijskih zadataka je određen posebnim pravilima o kojima se ne uči u našim školama, a ni na fakultetima. Retko se mogu naći i u literaturi.

Na srednješkolskim međunarodnim takmičenjima iz fizike se insistira na značajnim ciframa u rešenjima teorijskih zadataka poslednjih petnaestak godina, dok se na takmičenjima osnovaca na njima insistira poslednjih nekoliko godina.

U radu su prikazani pravilni načini izračunavanja i zapisivanja rezultata teorijskih i eksperimentalnih zadataka u osnovnim i srednjim školama. Kod eksperimentalnih zadataka se neka pravila koriste u više varijanti. Prikazane su varijante koje se najčešće koriste na našim prostorima.

PROCENA BROJA ZNAČAJNIH CIFARA U REŠENJIMA TEORIJSKIH ZADATAKA

Da bi mogli proceniti značajne cifre u rezultatima teorijskih zadataka poznate brojne vrednosti moraju takođe da budu napisane samo sa značajnim ciframa. Na primer:

1) Ako je brojna vrednost napona napisana u nekom od narednih oblika:

$$10,00 \text{ V} \qquad 0,34 \text{ V} \qquad 3,200 \text{ } 00 \cdot 10^3 \text{ V},$$

podrazumeva se da apsolutna greška napona ima red vličine stotih delova volta, tj. da se nalazi u intervalu $0.01 \text{ V} - 0.09 \text{ V}$.

2) Ako je brojna vrednost vremenskog intervala napisana u nekom od narednih oblika:

$$40 \text{ s} \qquad 120 \text{ s} \qquad 3,520 \cdot 10^4 \text{ s}.$$

podrazumeva se da apsolutna greška tog intervala ima red veličine desetica, tj. da se nalazi u intervalu od $10 \text{ s} - 90 \text{ s}$.

Da bi broj značajnih cifara bio definisan često vrednost fizičke veličine mora biti napisana u eksponencijalnom obliku sa decimalnom oznakom nakon prve cifre. Na primer, ako bi u primeru 2 bilo napisano 35200 s , moglo bi se pretpostaviti da je apsolutna greška reda stotina ($100 \text{ s} - 900 \text{ s}$) ili jedinica ($1 \text{ s} - 9 \text{ s}$).

Pravila za procenu broja značajnih cifara kod teorijskih zadataka

Koje od pravila procene broja značajnih cifara treba primeniti zavisi od matematičke operacije nad fizičkim veličinama.

Kod međurezultata uvek treba uzeti jednu cifru više nego što predviđaju ova pravila da bi se izbeglo uvećanje greške zbog višestrukog zaokruživanja.

Sabiranje i oduzimanje

U zbiru i razlici treba zadržati samo cifre do reda veličine koji imaju cifre svih sabiraka. Na primer:

$$12,432 + 2,3467 + 3,23 + 12,123 = 30,1317 \approx 30,13$$

$$135 + 12,8 - 55,15 + 76,2 - 195,545 = -26,695 \approx -27$$

$$2,10 \cdot 10^4 - 1295,2 + 3,72 \cdot 10^4 = 2,1 \cdot 10^3 - 1295,2 + 37\,200 = 56\,904,8 \approx 57\,000 = 5,70 \times 10^4$$

U prvom primeru najmanji red veličine koji se pojavljuje u svim sabircima su stoti delovi (ima ga sabirak 3,23) pa se i rezultat zaokružuje na stote delove. U drugom primeru je to red veličine jedinica (sabirak 135) a u trećem red veličine hiljada (ima ga prvi sabirak 21 000 jer je napisana samo jedna nula iza jedinice).

Množenje i deljenje

U proizvodu i količniku se prvo odredi činilac sa najmanjim brojem značajnih cifara. Zatim se svi činilci zaokruže na taj broj značajnih cifara i izvrše sve matematičke operacije. Rezultat se piše sa istim tim brojem značajnih cifara. Na primer:

$$\frac{3,345 \cdot 2,342 \cdot 31 \cdot 12,341}{12,4 \cdot 3,401 \cdot 3,213} \approx \frac{3,34 \cdot 2,34 \cdot 12,3}{12,4 \cdot 3,40 \cdot 3,21} = 0,7103 \approx 0,710.$$

U primeru najmanji broj značajnih cifara (tri) sadrži činilac 12.4 pa se prvo svi ostali činilci zaokružuju na tri značajne cifre, kao i konačan rezultat.

Dozvoljeno je prvo izračunati brojilac i imenilac, pa njihov količnik:

$$\frac{3,345 \cdot 2,345 \cdot 31 \cdot 12,341}{12,4 \cdot 3,401 \cdot 3,213} \approx \frac{3,345 \cdot 2,345 \cdot 12,34}{12,4 \cdot 3,40 \cdot 3,21} \approx \frac{96,795}{135,3} \approx 0,715.$$

Očigledno je nekada moguće na ispravan način dobiti rezultate koji se malo razlikuju. Zbog toga se najčešće toleriše i broj značajnih cifara do na jednu više ili manje.

Друге matematičke funkcije

Pri stepenovanju, korenovanju, logarirtmovanju, izračunavanju trigonometrijskih i drugih standardnih funkcija u rezultatu treba zadržati jednak broj cifara koliko sadrži argument funkcije. Na primer:

$$5,21^2 \approx 27,1, \quad 2,3^5 \approx 64, \quad \operatorname{tg}30,0^\circ = 0,577, \quad \sqrt{2,35} \approx 1,53, \quad \sqrt[4]{156,2} \approx 3,535, \quad \ln 62 = 4,1.$$

U primeru se podrazumeva da 62 nije prirodan broj, nego brojna vrednost neke fizičke veličine koja je poznata sa greškom koja ima red veličine jedinica. Prirodni brojevi su tačni.

Primer složenog izraza:

$$\frac{(1,2+19,071)\sqrt{3,8}}{5,1 \cdot 3,009 \cdot 10^4} \approx \frac{20,3 \cdot 1,95}{15,3 \cdot 10^4} \approx \frac{39,58}{15,3 \cdot 10^4} \approx 2,59 \cdot 10^{-4} \approx 2,6 \cdot 10^{-4}.$$

Poslednje zaokruživanje je potrebno zato što je u međurezultatima korišćena jedna cifra više.

Napomena 1. Na međunarodnim takmičenjima se od srednjoškolaca očekuje poznavanje prethodnih pravila, tj. samostalna procena broja značajnih cifara u teorijskim zadacima.

Izražavanje rezultata sa značajnim ciframa se uvek naglašava – ako nije naglašeno, nije potrebno voditi računa o njima.

Na međunarodnim takmičenjima osnovaca se još uvek ne očekuje poznavanje načina procene broja značajnih cifara, ali se traži njihovo poznavanje. Naime, u zadacima se traži da se rezultat izrazi sa određenim brojem značajnih cifara.

Napomena 2. Merenja u osnovnim i srednjim školama kao i na takmičenjima učenika retko imaju greške manje od 1%. Zbog toga je, skoro uvek, brojne vrednosti rezultata merenja i računanja dovoljno izraziti sa četiri, a često i sa tri značajne cifre. Najveća greška koja se pri pisanju četiri značajne cifre može učiniti je $\frac{0,5}{1000} = 0,05\%$, jer se pri zaokruživanju može

pogrešiti najviše za 0,5 a najmanji četvorocifreni broj je 1000. Isto se može pokazati da se pri zaokruživanju na tri značajne cifre može učiniti najveća greška od 0,5%.

PROCENA BROJA ZNAČAJNIH CIFARA U REZULTATIMA MERENJA

Broj značajnih cifara kod rezultata merenja zavisi od apsolutne greške merenja. Apsolutna greška je procenjena neizvesnost u rezultatu merenja izražena u delovima merene fizičke veličine. Važno je primetiti da se apsolutna greška ne određuje, nego procenjuje. Način procene apsolutne greške nije proizvoljan, postoji nekoliko dozvoljenih načina njene procene. U nastavku su navedeni načini procene greške koji se najviše koriste na našim prostorima, ali su i najrasprostranjeniji i u ostatku sveta, prema iskustvima sa međunarodnih takmičenja.

Značajne cifre u rezultatu su sve cifre koje imaju red veličine jednak ili veći od reda veličine poslednje cifre apsolutne greške. Na primer:

$$x = (1,132 \pm 0,04) \text{ m}, \quad y = (0,450 \pm 0,012) \text{ m/s}, \quad z = 2,43216(17) \times 10^3 \text{ s}.$$

Apsolutna greška direktnih merenja

Direktna merenja su takva kod kojih se vrednost fizičke veličine čita jednim merenjem direktno sa mernog instrumenta. Na primer, direktno se meri dužina stola metarskom trakom čiji je opseg veći od dužine stola. Merenje iste dužine lenjirom kraćim od dužine stola nije direktno, jer se ne može izvršiti jednim postupkom merenja.

Apsolutna greška direktnih merenja zavisi od tačnosti mernog instrumenta – najmanje vrednosti fizičke veličine koja se može pouzdano izmeriti datim instrumentom.

Tačnost mernih instrumenata sa kazaljkom je najčešće jednaka vrednosti najmanjeg podeoka na skali. Ona može biti i manja. Na primer, ako je širina podeoka velika, tako da se vrednosti mogu pouzdano čitati i na pola podeoka, kao tačnost se može uzeti vrednost pola podeoka.

Tačnost digitalnih mernih instrumenata je jednaka koraku poslednje cifre na displeju.

Kod direktnih merenja se razlikuju merenja koja ne treba ponavljati više puta i ona koja treba ponavljati više puta.

Ako merenje ne treba ponavljati više puta apsolutna greška rezultata je jednaka tačnosti mernog instrumenta. Na primer, nema smisla više puta meriti metarskom trakom dužinu igle, dužinu prave žice učvršćene na dva kraja, olovke i slično.

Direktna merenja koja se ponavljaju više puta su merenja čiji se rezultati mogu razlikovati prilikom ponavljanja merenja kao posledica slučajnih grešaka. Ovakva merenja je najčešće poželjno vršiti što je moguće veći broj puta. U tom slučaju je poželjno izvršiti preko 30 merenja da bi se mogle primeniti statističke metode obrade rezultata merenja.

U školskim i takmičarskim uslovima ovakva merenja se ponavljaju 3-5 puta (dovoljno 3). Procena apsolutne greške u ovakvim slučajevima je dosta gruba i ne garantuje nikakvu verovatnoću da rezultat ponovljenog merenja bude u intervalu procenjene greške.

Kod nas i u većini sveta se apsolutna greška procenjuje iz maksimalnog odstupanja rezultata merenja od srednje vrednosti.

Apsolutna greška je jednaka apsolutnoj vrednosti najvećeg odstupanja izmerenih od srednje vrednosti ako je ovo odstupanje veće od tačnosti mernog instrumenta. Ako je od njega manje, apsolutna greška je jednaka tačnosti mernog instrumenta.

Pretpostavimo, u naredna tri primera, da je dužina merena mernim instrumentom čija je tačnost (vrednost najmanjeg podeoka) 0,01 mm. Izrazimo pravilno rezultate merenja.

Primer 1. Izmereno: $x_1 = 5,26$ mm , $x_2 = 5,28$ mm i $x_3 = 5,31$ mm .

$$x_s \approx 5,283 \text{ mm} , |x_i - x_s|_{\max} \approx 0,027 \text{ mm} , \Delta x = |x_i - x_s|_{\max} = 0,03 \text{ mm} ,$$

pa je rezultat merenja: $x = (5,28 \pm 0,03)$ mm .

Primer 2. Izmereno: $x_1 \approx 5,26$ mm , $x_2 \approx 5,27$ mm i $x_3 \approx 5,26$ mm

$$x_s \approx 5,263 \text{ mm} , |x_i - x_s|_{\max} = 0,007 \text{ mm} \text{ i } \Delta x = \Delta x_{\min} = 0,01 \text{ mm} ,$$

pa je rezultat merenja: $x = (5,26 \pm 0,01)$ mm .

Primer 3. Izmereno: $x_1 = 5,26$ mm , $x_1 = 5,26$ mm i $x_1 = 5,26$ mm .

$$x_s \approx 5,26 \text{ mm} , |x_i - x_s|_{\max} = 0 , \Delta x = \Delta x_{\min} = 0,01 \text{ mm} ,$$

pa je rezultat merenja: $x = (5,26 \pm 0,01)$ mm .

Apsolutna greška indirektnih merenja

Indirektno merenje neke fizičke veličine se vrši direktnim merenjima drugih fizičkih veličina, nakon čega se odgovarajućim formulama izračunavaju tražene veličine. Na primer, spomenuto merenje dužine stola lenjirom iz više postupaka je indirektno jer se dužina stola određuje iz zbira rezultata više merenja. Indirektno je i merenje brzine pomoću direktnih merenja pređenog puta i vremena za koje je put pređen.

Kod nas i u većini sveta se apsolutna greška indirektnih merenja procenjuje diferencijalnom metodom. Bez ulaska u detalje ovakvog načina procene greške u tabeli 1 su date formule za izračunavanje grešaka u najčešćim slučajevima funkcionalnog izražavanja indirektno merenih preko direktno merenih veličina. U tabeli su direktno merene veličine označene sa x_i , a indirektno merena veličina je označena sa y .

TABELA 1. Pregled pravila za procenu grešaka indirektnih merenja metodom diferencijalnog računa

Formula	Apsolutna greška	Relativna greška
$y = \text{const} \cdot x$	$\Delta y = \text{const} \cdot \Delta x$	$\delta_y = \delta_x$
$y = x^n$	$\Delta y = \delta_y \cdot y$	$\delta_y = n \delta_x = n \frac{\Delta x}{x}$
$y = x_1 + x_2 + \dots + x_n$	$\Delta y = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n$	$\delta_y = \frac{\Delta y}{y}$
$y = x_1 - x_2 - \dots - x_n$		
$y = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$	$\Delta y = y \delta_y$	$\delta_y = \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_2}{x_2} + \dots + \frac{\Delta x_n}{x_n}$
$y = \frac{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_k}{x_{k+1} \cdot \dots \cdot x_n}$		
$y = \ln x$	$\Delta y = \frac{\Delta x}{x} = \delta_x$	$\delta_y = \frac{\Delta y}{y}$

Zaokruživanje apsolutnih grešaka

Kao što je rečeno, broj značajnih cifara u rezultatu merenja zavisi od apsolutne greške. Apsolutna greška se zaokružuje na jednu, eventualno dve, cifre različite od nule. Na dve cifre se apsolutna greška može zaokružiti isključivo ako joj je prva cifra različita od nule jedinica, a i tada se može zaokružiti na jednu cifru. Zaokruživanje apsolutne greške se ne vrši po matematičkim pravilima zaokruživanja brojeva, nego tako da se cifra na koju se zaokružuje uvek povećava. Ova pravila se jedino ne moraju poštovati u veoma kvalitetnim naučnim merenjima.

Napomena 1. Dozvoljeno je ne povećavati cifru koja se zaokružuje samo ako su iza nje cifre 0 ili 1. Tako se brojne vrednosti apsolutnih grešaka mogu zaokružiti na dva načina: $21,02 \approx 30$ ili $21,02 \approx 20$, $0,208 \approx 0,2$ ili $0,208 \approx 0,3$.

Napomena 2. Cifre 9 i 8 se retko koriste u apsolutnoj grešci. Tako se brojne vrednosti apsolutnih grešaka nekada mogu zaokružiti na više načina: $8,9 \approx 9$ ili $8,9 \approx 10$, $0,084 \approx 0,09$ ili $0,084 \approx 0,1$, $80,9 \approx 90$ ili $80,9 \approx 80$ ili $80,9 \approx 100$, $0,0712 \approx 0,08$ ili $0,0712 \approx 0,07$ ili $0,0712 \approx 0,1$,

U tabeli 2 su dati primeri zaokruživanja apsolutnih grešaka (podrazumeva se da fizičke veličine imaju jedinice).

TABELA 2. Zaokruživanje apsolutnih grešaka			
Izračunato	Zaokruženo	Izračunato	Zaokruženo
0,003 74	0,004	4,8	5
0,012 45	0,02 ili 0.013	17,68	20 ili 18
0,514	0,6	217,8	300

ISPRAVAN ZAPIS VREDNOSTI FIZIČKE VELIČINE

Ispravan zapis vrednosti fizičke veličine sadrži:

- Oznaku fizičke veličine koja se obavezno piše ukošeno (italik).
- Brojnu vrednost fizičke veličine koja se obavezno piše uspravno (normal) i sadrži samo sve značajne cifre.
- Kod rezultata merenja i apsolutnu grešku veličine koja se obavezno piše uspravno (normal) i sadrži jednu, eventualno dve cifre različite od nule.
- Mernu jedinicu koja se obavezno piše uspravno (normal) i od brojne vrednosti odmaknuta za jedno prazno mesto.

Merne jedinice se ne smeju prenositi u drugi red iza brojne vrednosti.

Primeri pravilnog izražavanja brojnih vrednosti fizičkih veličina su dati u tabeli 3.

TABELA 3. Primeri pravilnog izražavanja brojnih vrednosti fizičkih veličina

Izračunata brojna vr.	Izračunata aps. greška	Zaokruž. aps. gr.	Zaokruž. brojna vr.	Pravilan izraz brojne vrednosti
12,345	0,0132	0,02	12,34	$12,34 \pm 0,02$
0,243 35	0,000 261	0,000 3	0,243 4	$0,243 4 \pm 0,000 3$
425,02	16,7	20	430	$(4,3 \pm 0,2) \cdot 10^2$
136,72	4,45	5	138	138 ± 5 ili $(1,38 \pm 0,05) \cdot 10^2$
2358,41	87,2	90 ili 100	2 360 ili 2 400	$(2,36 \pm 0,09) \cdot 10^3$ ili $(2,4 \pm 0,1) \cdot 10^3$
23	0,010 9	0,01	23.00	$23,00 \pm 0,01$
34 567	112	100 ili 200	34 600	$(3,46 \pm 0,01) \cdot 10^4$ ili $(3,46 \pm 0,02) \cdot 10^4$
0,001 345	0,000 002 03	0,000 002	0,001 34	$1,34 \pm 0,02) \cdot 10^{-3}$
23 000	83	90 ili 100	23 000	$(2,300 \pm 0,009) \cdot 10^4$ ili $(2,30 \pm 0,01) \cdot 10^4$

ZNAČAJNE CIFRE MATEMATIČKIH I FIZIČKIH KONSTANTI

Matematičke konstante se često mogu napisati sa proizvoljnim brojem značajnih cifara. Takav je slučaj, na primer sa π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2^{10} , $\ln 2$, e (osnova prirodnog logaritma), $\frac{10}{3}$ itd.

Mnoge fizičke konstante su poznate sa velikim brojem značajnih cifara. Na primer, Ridbergova konstanta je jednaka $R = 1.097\,373\,156\,852\,5(73) \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

Ako je u zadatku naglašeno da se koriste samo značajne cifre, one se moraju i koristiti prema prethodno navedenim pravilima. Ako to nije naglašeno, treba koristiti onoliko cifara koliko je dovoljno da greška njihovog zaokruživanja bude zanemarljiva u odnosu na greške ostalih veličina. Kao što smo rekli, u skoro svim slučajevima, osim posebnih, koji bi morali biti naglašeni, dovoljne su četiri značajne cifre.

LITERATURA

1. Semyon G. Rabinovich, Measurement Errors and Uncertainties, Theory and Practice, Springer 2019.
2. Fan G. Hughes and Thomas P.A. Hasep, Measurements and their Uncertainties - A practical guide to modern error analysis. Oxford University press, 2010.

Значни цифри во бројните вредности на физичките величини

Миќо М. Митровиќ, Бранислава М. Мисаиловиќ, Билјана З. Максимовиќ, Андријана А. Жекиќ, Милица М. Милојевиќ

*Универзитет во Белград –Физички факултет, Студентски трг 12, П. Фах 44
Белград, Србија*

Апстракт. Во трудот се наведени правилни начини на пресметување на вредностите на физичките величини при решавање на теориски задачи и обработка на резултати добиени од мерења. Потенцирана е важноста на значните цифри во вредностите на физичките величини, како и начин на нивна проценка во теориските и експерименталните задачи. Посебно се нагласени правилата кои треба да се почитуваат според Меѓународниот систем на мерки (SI).

Клучни зборови: значни цифри, грешки од мерење, Меѓународен систем на мерки.

How to keep balance in education?

Nebojša Ikodinović

Faculty of Mathematics, University of Belgrade, Serbia

Abstract. Contemporary educational reform persistently emphasizes differences between the practical and the theoretical – the former is highly praised, the latter is harshly criticized. The case is similar with other pairs of opposites, the informal and the formal, the concrete and the abstract, etc. But we must not forget that many of previous reforms had poor results because of replacing one extreme by another. Our considered opinion is that balancing duality is a basic educational principle which is vital to a healthy education. Supporting this standpoint is the main goal of the article. General considerations are illustrated by concrete teaching ideas linking STEM disciplines.

Keywords: pedagogical-content knowledge, learning outcomes, problem posing strategies.

INTRODUCTION

One report on the main directions of a reform in mathematics education ends with a somewhat humorous observation: "... These are the main principles of the movement which has enthusiastic supporters but also outraged opponents. They bristle at each other's suggestions, some of them defend reform (reformists) and others defend tradition (traditionalists)." The quotation seems to have been taken from a recent overview of contemporary educational reforms. However, it is taken from an article published in 1920, in a Serbian journal devoted to education.¹ The main principles of that reform did not lose much relevance and, with minor changes, could still be set as general guidelines for improving mathematics education today. Here are some ideas from 1931²: 1) All branches of mathematics should be intertwined so that they give the impression of a harmonious whole; 2) Increasing attention should be paid to logical thinking; 3) Children need to work, experiment; children should be prepared to feel the need for evidence and to anticipate the truth that will be confirmed by evidence, etc.

Unfortunately, many valuable analyses of education never rise to mass realization in school practice. There are many reasons for that. It is not easy to transform general pedagogical discussions into practical action. Teachers also face a similar problem when they need to turn their university education into teaching practice. Therefore, we will try to avoid extensive general discussions, but to offer some concrete suggestions that address specific problems of contemporary education. The suggestions will be formulated as strategic proposals and supported by examples that closely relate to teaching practice.

¹ Petar Tipa, Pokret za reformu matematičke nastave, Prosvetni glasnik, 1920. That short article summarized the history of the international movement for mathematics education reform that had spread across Europe and had been led by the International Commission on Mathematical Teaching (ICMI).

² Sima Marković, O pokretu za reformu matematičke nastave, Glasnik jugoslovenskog profesorskog društva 12 (4), Beograd, 1931.

CONTENT KNOWLEDGE AND PEDAGOGICAL SKILLS

An essential dilemma of today is related to the question about education requirements for becoming a subject teacher (in post-primary schools). There are conflicting opinions of whether it is more important for teachers to be highly educated in a specific content area (such as mathematics, physics etc.), or in general pedagogical/psychological area. Since traditional education was primarily oriented to the subject matter knowledge, the education of teachers today is largely shifted to the pedagogical and psychological domain.³ However, reforms in that direction might also have some negative consequences [6, 11]. A large number of not enough qualified teachers are the big educational problem in many countries [5].

The complex demands of modern education can be answered only by the joint work of the subject teachers, who are well versed in the subject, and psychologists and pedagogues⁴, who will direct and encourage the development of the whole child – intellectually, personally, and socially.

Proposal (to the Ministry of Education) *Psychologists and pedagogues need to play a much more significant role in schools.⁵ Certainly, they should not become universal teachers (who teach the whole curriculum), but take an active and continuous participation in the education as class teachers (who supervise and support development of students, cooperate with parents, coordinate between courses, etc.). Each class should have its own class teacher.*

The above proposal can be implemented only by the Ministry of Education. Changes in university education of subject teachers should be of a different kind [11]. It should be kept in mind that teacher education is a pivot of educational reform.

Proposal (to university) *Subject didactics have to be more seriously developed at university departments comprising the corresponding subject area. It is necessary to integrate pedagogical/psychological knowledge in a content-specific context without sacrificing precise definitions, reasoning, and coherence in the subject. There is a growing need of academic staff and professional communities actively participating in education issues.*

The following example illustrates a nice interaction between mathematics and psychology. The example shows the direction in which collaboration between teachers and psychologists should improve psychological/pedagogical-content knowledge.

On the notion of right angle

One of the fundamental scientific concepts is certainly the concept of right angle (and other related concepts: perpendicularity, normality, orthogonality). This concept evolves from an intuitively understood relation between the vertical and the horizontal (in the first school years), to a strict definition in some (pre-) formal system of Euclidean geometry. In both cases, right angles should be introduced independently of the idea of measurement. In the first school years, the notion of right angle is introduced by different visual representations without (many) words. In the middle and high school years, the definition of a right angle is mathematically precise: an angle is right if it is congruent to its adjacent supplementary angle.

³ This tendency could be explained by a number of problems in contemporary education. Many young teachers really feel that they are not sufficiently prepared for all the challenges of teaching practice (which includes, among other things, inclusive education).

⁴ I will use 'pedagogue' in this article to refer to specialists who follow the mental development and psychology of children, guide for parenting properly in terms of physical, mental, social and emotional ways, suggest general teaching methodologies and strategies, etc.

⁵ Psychologists and pedagogues should not be consultants who are invited only when a problem arise and expected to create an instant solution.

(Supplementary angles make a straight angle.) Accordingly, at the beginning of school, pupils are expected to recognize right angles in pictures and in their environment. In older grades, students are expected to verbally reproduce and use the formal definition. In the first grades, the concept of the right angle is treated as an *everyday concept* necessary for everyday communication. In older grades, the notion of right angle is introduced as a *scientific concept*, which is important for further development of Euclidean geometry. The transition between 'everyday' and 'scientific' must not be abrupt. It must be gradual and natural.⁶

In general, any concept is the product of a long and complex process of developing children's thinking having very deep roots in their concrete, visual, and practical experience. Long ago, great psychologists, such as Ach (1871 –1946), Piaget (1896 –1980), Vygotsky (1896 – 1934) and many others, have shown that the development of concepts in childhood always has a productive rather than reproductive character [10]. They show that any concept arises and is formed in a complex operation that is directed toward the resolution of some task. In particular, the development of a scientific concept is a process aimed at a clear goal, consisting of a series of operations that serve as a means of solving certain basic task. A significant (psychological-content) conclusion follows: *Pupils must be faced with a task that can only be resolved through the formation of a new concept. That initial task is the cornerstone stone of the further concept development.*

A very familiar problem can make pupils understand the essence of the scientific concept of right angle. It is enough to discuss the several positions of a stick above a straight line.

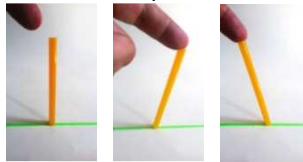


FIGURE 1. The equality of the angles that the stick forms with the line causes the stick to stand up on the line.

The following question could direct the discussion to the goal concept: Compare the angles that the stick forms with the line, and identify the case when the stick does not fall? Very young children will notice that the equality of the angles is related to the stability of the stick. Moreover, *it is not possible to answer the question without forming the concept of a right angle.* This is a great example of applied psychology.

MEASURABLE AND NON MEASURABLE LEARNING OUTCOMES

Learning outcomes are one of the most important issues in education today. The new math curriculum is usually defined as a set of learning outcomes that defines the content to be learned.⁷ However, there are both advantages and disadvantages associated with adopting outcomes-based approaches. Here are some assessment problems [9]: 1) The ability to use and apply the knowledge in different ways may not be the focus of the assessment; 2)

⁶ Pedagogical experience demonstrates that direct instruction in concepts is impossible. That approach would achieve nothing but a mindless learning of words, an empty verbalism that only imitates the presence of concepts in the child. Under these conditions, the child learns not the concept but the word, and this word is taken over by the child through memory rather than thought. [8,10]

⁷ The relationship between the learning outcomes and the content is a source of confusion and debate among many teachers. Unfortunately, much less attention is paid to teaching and learning activities, as well as assessment criteria and strategies which are also subordinate to learning outcomes.

Assessing general outcomes such as creativity, responsibility, flexibility can become problematic; etc.

Outcome-based education imposed standardized tests as a dominant way of assessing and evaluating student achievement. Standardized tests usually measure if the student has acquired the knowledge, but they generally cannot assess in-depth understanding and higher levels of student achievement [5]. An experienced and skillful teacher will much better evaluate student progress than any test. Every teacher clearly differentiates *knowing* from *understanding*.

Proposal (to council on education standards and testing) *Assessment criteria and strategies have to be strongly aligned with (revised) Bloom's taxonomy [3]. The purpose of assessment tasks is not only to measure learning but also to promote fluency, flexibility, creativity etc.*

The following example shows that an exclusive focus on outcomes can drastically narrow the curriculum, and seriously undermines the general goals of education. The example also emphasizes the importance of the so-called open-ended tasks which are marginalized in standardized tests.

On the notion of arithmetic mean and median

Basic ideas of statistics are introduced in elementary school through the various graphical representations of data samples. In addition to the notion of arithmetic mean, the newest 7th grade mathematics syllabus⁸ in Serbia also includes the notion of median: The median is the value separating the higher half from the lower half of a data sample. The arithmetic mean and median are usually illustrated with quite simple examples and tasks.

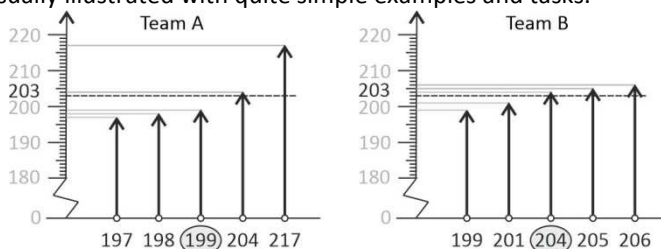


FIGURE 2. If five basketball players of Team A are tall 197 cm, 198 cm, 199 cm, 204 cm, 217 cm, the arithmetical mean is 203 cm, and the median is 199 cm. If five basketball players of Team B are tall 199 cm, 201 cm, 204 cm, 205 cm, 206 cm, the arithmetical mean is 203 cm, and the median is 204 cm.

Such simple tasks are usual for assessing accomplishment of the outcome: A 7th grade student (thirteen-year-old) is expected to be able to calculate the arithmetic mean and the median of a data sample. However, the level of *understanding* of the concepts of arithmetic mean and median must be well above the level that determines the outcome. Students should have no doubts why these concepts are important. Of course, the relationship between the mean and the median is of key importance. The main learning objective should be: what conclusions one can draw about a data sample based on its mean and median values? For example, the fact that the median of Team A (Figure 2) is smaller than its mean leads to the conclusion that there are more short players in Team A, but there are minority of quite tall players that pull up the average. This conclusion illustrates, in fact, the ultimate goal of learning the concepts of mean and median. The next task is more appropriate to assess accomplishment of the mentioned outcome.

⁸ The curricula and syllabi for Serbian educational System are available online at <https://zuov.gov.rs/nastavni-planovi-i-programi/>

Open-ended task. The street basketball is played 3-on-3. During the game, the total number of scored points was recorded for each basketball player. For Team 1, the average number of points is 8 and the median is 9. For Team 2, the average number of points is 8 and the median is 5. What do you conclude?

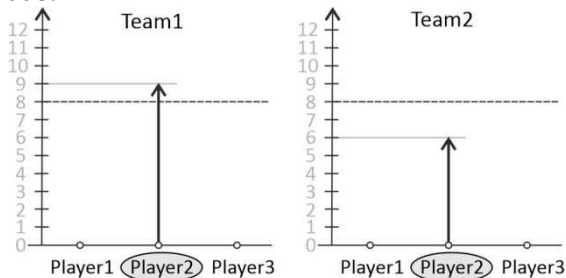


FIGURE 3. With the previous task, it would be very useful to make graphical representations of different possibilities for each team.

FORMAL AND INFORMAL; SIMPLE AND ADVANCED

As a major weakness of school curricula, the early formalization of quite simple concepts and procedures is often mentioned.⁹ The formalization of some procedures and the development of certain skills to automatism must not be completely omitted, but solely insisting on them can have many negative effects on education. As it has been mentioned, an excessive focus on learning-outcomes might lead to a reduction in the content and neglect long-term processes of creation and development of fundamental concepts (which might be assigned a reasonable measurable learning outcome in upper grades).

Proposal (to a curriculum committee) *Students should become familiar with the fundamental laws of nature and society, as early as possible. In addition to the rigorous and formal introduction of simple procedures, it is also necessary to enrich syllabuses with intuitive and informal introductions to advanced concepts, in an appropriate way. Introducing an advanced topic should be based on its historical background, its origin and purpose.*

Learning should not only follow student's development and keep step with it, but also precede development and encourage it. The following examples show how very deep and important natural laws (such as Archimedes' law of leverage and Thales' theorem) can be fully adapted to pupils of the youngest age.

On the Law of Lever

Balance scales and similar devices are common means of illustrating the relations of 'is equal to', 'is less than', 'is greater than' in the first school years.

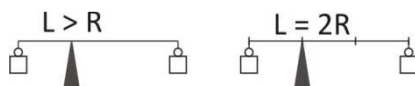


FIGURE 4. Two important conclusions are outlined above the scales. Are these conclusions obvious?

⁹ For instance, when first graders practice the associative property of addition, they routinely solve some typical tasks paying almost no attention to the power of the associative law. Similar examples can be found at all levels of education.

An intuitive sense of laws of nature is sufficient to notice in Figure 4 that the left weight is of the larger mass. A much more delicate problem is to draw a conclusion about the ratio between the left weight and the right one. A simple 'toy' can bring the corresponding law at the very beginning of primary school.

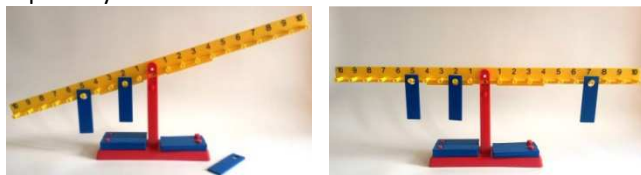


FIGURE 5. Even preschoolers quickly find out where to place the third tile so that the lever is in balance.

The toy known as Math Balance has a great educational potential. The use of this toy at the initial stages of learning is fully justified by the fact that *children begin to apply concepts and laws in practice long before they gain conscious awareness of them* [10].¹⁰

Many strong and insightful conclusions could be achieved through a variety of Math Balance tasks. For instance, lifting a heavy car is very popular in science parks around the world. A good answer to the child's question 'where does so much power come from' would be 'it comes from thinking power'.

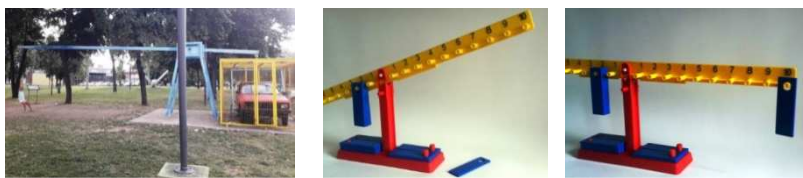


FIGURE 6. Archimedes' see-saw in the Science Park at Ada Ciganlija, Belgrade, Serbia. Math Balance very clearly illustrates the capability of a child to lift a car – one tile on the number 10 is in balance with 5 tiles on the number 2.

THEORY AND PRACTICE

Isolation among particular subjects (even among disciplines of the same subject) is a lingering problem of teaching.

Proposal (to a teacher) *Planning and teaching strategies should be driven by big ideas, not only by subject-specific content.*

Big-ideas can be highlighted through actively-guided development of cross-curricular competences. Different subjects could be connected through the project tasks which should be led by a team of teachers of different subjects. With the right approach, team teaching has many advantages. In addition to project tasks, it would be very useful to organize thematic weeks – when all subjects deal with the same topic.¹¹ Such activities completely suit the new educational paradigm: understanding general ideas, rather than over-insisting on details.

¹⁰ Application before comprehension is also a natural phenomenon in the development of native language: we successfully apply grammatical rules before we become aware of them. We use devices even though we do not know how they work. We use software applications even though we could not write them ourselves. The pressure to understand new material immediately is completely unnecessary and unfounded.

¹¹ 'Balance' could be a great topic for each school subject. It is important to discuss Balance in math, in physics, in nutrition, in sport, in art, etc.

On the centroid of a triangle

The Medians Centroid Theorem is often given in elementary school without any specific explanation. A formal proof of the theorem is not quite elementary and straightforward (for primary school students).

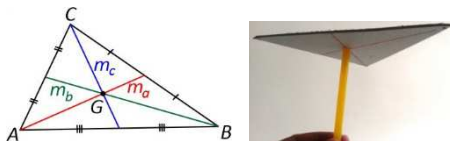


FIGURE 7. The Medians Centroid Theorem states that three medians of a triangle are concurrent and that the point of concurrence, the centroid, divides each median in the ratio 2:1. The centroid is the point at which a triangle cutout can be balanced on the tip of a pin.

The lesson on the triangle's centroid is a great opportunity to connect mathematics and physics, and to emphasize very deep connections between them. It would be very useful to start the lesson by posing an engaging problem: Determine the center of balance of a triangle (made from heavy cardboard).

One possibility is to carry out a simple experiment. The experiment requires: a cork board with pins, a rope with a weight fixed to one end, a cardboard piece, scissors and a pencil. The center of balance can be found by suspending the triangle from two locations and dropping plumb lines from the suspension points. The intersection of the two lines is the center of balance. The success of the experiment can be directly verified (Figure 7).

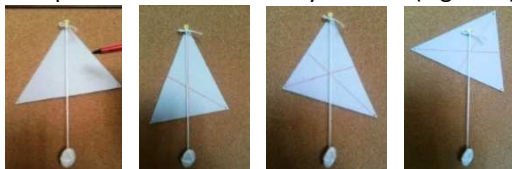


FIGURE 8. In the experiment, the fact that all medians are concurrent becomes evident.

Another possibility is to conduct a thought experiment. The task is to locate the center of balance of the triangle whose vertices have associated 1 kg weights.

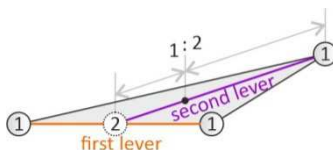


FIGURE 9. It is not hard to see that the center of balance is the point of the second lever such that the distance to the end weighted with 1 kg is twice the distance to the end weighted 2 kg.

Each of these experiments makes a natural introduction to the world of mathematical ideas and concepts. These experiments and the corresponding geometric arguments and proofs make one rich thematic unit that connects several aspects of the idea of balance.

ROUTINE AND CREATIVITY

Schools are often criticized for insisting on rote learning, and overemphasizing routine procedures. Such remarks are very superficial. In general, humans are more comfortable with

a definite explanation (even weakly supported) than with hypotheses requiring more investigation and analysis. Students sometimes prefer rote learning to meaningful learning. It is much easier to repeat something by heart than to say it in own words with understanding. Describing something requires broader knowledge than what someone wants to say, familiarity with terminology and speaking skills developed to some degree. Similarly, it is far easier to solve routine tasks than tasks requiring ingenuity and creativity. It is certain that learning should not stop at this basic level. Unit plans should be guided by ascending intellectual demands, such that all students practice more complex and challenging types of thinking. Students are finally expected to be able not only to remember, but to understand, apply, analyze, evaluate, create, aren't they? [3]

Proposal (to a student) *In the future, you will be eternally grateful if you let your teachers teach you to learn, although you may make fun of them because of the content you had to learn. If you remember now that no one can learn for you, you will understand latter why no one should think for you.*

Let students get 'stuck' and 'unstuck'¹²

Rote learning is not an outdated technique. It basically supports developing foundational knowledge. The theory of multiple representations in teaching and learning can help us to avoid many of the negative effects of rote memorization and routine drilling [1]. Modern technologies offer great opportunities for refreshing routine exercises.

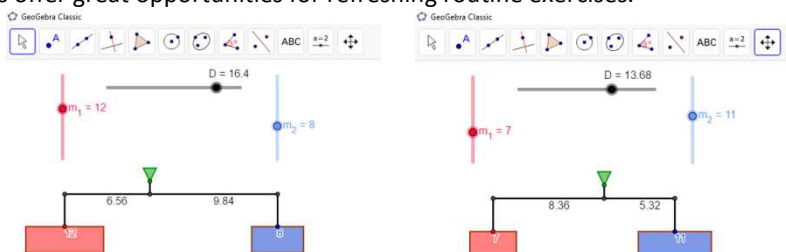


FIGURE 10. GeoGebra materials could significantly enrich rote exercises. One GeoGebra applet can go with a variety of routine tasks: 1) A line segment 16.4 cm long is divided into two parts in the ratio 12 : 8. Find the length of each part. 2) Divide 13.68 € between Misha and Sasha in the ratio 7 : 11.

The transition from routine tasks to non-routine ones should be a very gradual process. It is necessary to use different problem posing strategies to affect students' problem solving abilities [2, 4, 7].

TABLE 1. Make problems more attainable to the pupils.

A typical geometry task	Hinting variant of the task
$ABCD$ is a parallelogram. If B_1 and D_1 are the midpoints of the sides CB and CD show that AB_1 and AD_1 cut the diagonal BD into three equal parts.	<ol style="list-style-type: none"> 1) Draw a parallelogram $ABCD$ and its diagonals intersecting each other at O. 2) Why do the centroids G_1 and G_2 of $\triangle ABC$ and $\triangle ACD$ lie on the diagonal BD? 3) Compare lengths of the segments BG_1, G_1G_2, and G_2D.

¹²

<https://www.brookings.edu/blog/education-plus-development/2017/10/31/teaching-problem-solving-let-students-get-stuck-and-unstuck/>

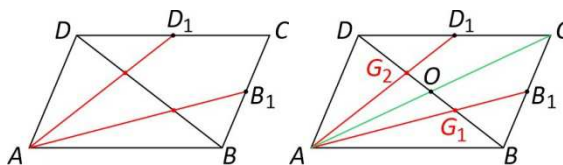


FIGURE 11. Sometimes the key step might be to include some hidden objects.

TABLE 2. Make problems more challenging to the pupils.

A typical geometry task	Exploring variant of the task
If G is the centroid of $\triangle ABC$, prove that the areas of $\triangle ABG$, $\triangle BCG$, and $\triangle CAG$ are equal.	If G is the centroid of $\triangle ABC$, compare the areas of $\triangle ABG$, $\triangle BCG$, and $\triangle CAG$.

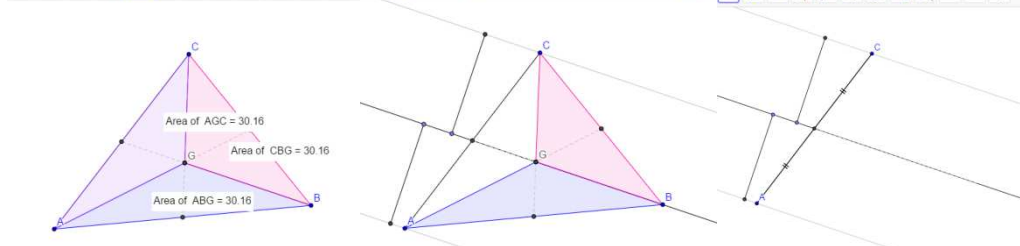


FIGURE 12. Sometimes the key step might be to exclude unimportant details. An interactive mathematics application can significantly help students to explore complex problems.

MORE OR LESS, THE TRUTH LIES SOMEWHERE IN THE MIDDLE

This short article is aimed at some significant pairs of seemingly opposing polarities that are very important topics of ongoing discussions about education. Much of the paper has a programmatic character by promoting the idea that the balance between opposites lies at the heart of quality teaching. Each of these polarities deserves special attention and opens many questions for further research, but we found it useful to bring them all together in one place. Big-picture thinking vs. detailed-orientated thinking: What is more important for successful education reform?

ACKNOWLEDGMENT: I owe special thanks to my children, Tara (10) and Filip (6), for valuable discussions on different types of ‘balance laws’ in mathematics and physics.

REFERENCES

1. Ainsworth S., The Educational Value of Multiple-representations when Learning Complex Scientific Concepts. In: Gilbert J.K., Reiner M., Nakhleh M. (eds) Visualization: Theory and Practice in Science Education. Models and Modeling in Science Education, vol 3. Springer, Dordrecht, 2008.
2. Ikodinović N., Milinković J., Svetlik M., Problem posing based on outcomes, paper presented at the Scientific Conference “Research in Mathematics Education”, Mathematical Society of Serbia/European Organization of Researchers in Mathematical Education, 2019.
3. Krathwohl D. R., A revision of Bloom's taxonomy: An overview, *Theory Into Practice*, **41** (4), (2002), pp. 212-218.
4. Niemi D., Assessing Conceptual Understanding in Mathematics: Representations, Problem Solutions, Justifications, and Explanations, *The Journal of Educational Research*, **89** (6), (1996), pp. 351-363.

5. Rowe A. J., *Creative Intelligence: Discovering the Innovative Potential in Ourselves and Others*, Pearson/Prentice Hall, 2004.
6. Schoenfeld A. H., When Good Teaching Leads to Bad Results: The Disasters of “Well-Taught” Mathematics Courses, *Educational Psychologist*, **23** (2), (1988), pp. 145-166.
7. Silver E. A., On Mathematical Problem Posing, *For the Learning of Mathematics*, **14** (1), (1994), pp. 19-28.
8. Skemp R., *The Psychology of Learning Mathematics*, Routledge, London, 1987.
9. Tam M., Outcomes-based approach to quality assessment and curriculum improvement in higher education, *Quality Assurance in Education*, **22** (2), (2014), pp. 158-168.
10. Vygotsky L. S., *Thought and Language* (revised and expanded edition), *The MIT Press*, London, 2012.
11. Wu H., The Mis-Education of Mathematics Teachers, *Notices of the American Mathematical Society*, **58** (3), (2011), pp. 372-384.

Како да се постигне рамнотежата во образованието?

Небојша Икодиновиќ

Универзитет во Белград, Математички факултет, Белград, Србија

Апстракт. Современата реформа во образованието ги нагласува разликите меѓу практичното и теоретското – за практичното само пофалби, за теоретското строги критики. Слична е ситуацијата помеѓу друг пар на спротивности, неформалното и формалното, конкретното и апстрактното итн. Но, не смееме да забораваме дека многу од претходните реформи покажаа слаби резултати точно заради замената на еден екстрем со друг. Овде се истакнува мислењето дека рамнотежата на дуалноста е основен образовен принцип кој е витален за здраво образование. Поддржувањето на овој став е главната цел на трудот. Општите размислувања авторот ги илустрира со конкретни идеи за изведување настава поврзувајќи ги STEM дисциплините.

Клучни зборови: педагошки–содржинско знаење, исходи на учењето, стратегии за поставување проблеми.

Истраживања у математичком образовању као подстицај за унапређење наставе

Јасмина Милинковић¹

¹Учитељски факултет, Универзитет у Београду, Србија

Апстракт. Процес унапређивања образовних система обухвата реформе наставних програма и промене у начину реализације наставе и учења. Разматра се која је потенцијална улога наставника математике, стваралаца из одговарајуће научне области, креатора образовних политика и друштвеног окружења у том процесу. На примеру Републике Србије и актуелних реформи предшколског, основно школског и средњошколског образовања у Србији са фокусом на математику разматраће се улога и значај истраживања у области методике наставе математике која су подстакла и усмерила поменуте реформе. Општи циљ последње реформе програма наставе и учења математике у основној и средњој школи је да се подигне ниво математичке писмености ученика на свим нивоима образовања. У задацима којима се остварује циљ програма истичу се коришћење више различитих репрезентација појмова у настави и учењу, утемељеног, смисленог и повезаног математичког сазнања заснованог на повезаности концептуалних и процедуралних знања математичких појмова и процедура и препознавање унутар-предметне повезаности различитих математичких тема и области и повезаности математике са реалним окружењем и другим областима. Реформске идеје засноване су на резултатима истраживања Skemp-a, Wagner-a и Kieran, Freudenthal-a, Van Den Heuvel-Panhuizen, McGraw-a, House-a и Coxford-a. Дискутује се о повезаности и сличности реформских идеја на различитим нивоима образовања покренутих од стране креатора образовних политика. Анализира се на који начин су наставници математике и математичари из научних институција укључени у реформски процес, укључујући имплементацију и вредновање ефеката реформи. Указује се на неке од отворених проблема у методици наставе математике чијем би превазилажењу могли допринети резултати одговарајућих истраживања.

Кључне речи: програм наставе и учења, реформа, истраживања, повезаност, репрезентације.

УВОД

У Србији је у току реформа образовног система на нивоу предшколског васпитања, основношколског васпитања и средњих школа. Постигнуће ученика првенствено је условљено квалитетом школског програма и наставног процеса. У Србији су донесени нови програми: 1) нове основе предшколског васпитања „Године узлета“, 2) нови програми учења и наставе за осам разреда основне школе и 3) нови програми учења и наставе за средње школе. Почетак њихове имплементације био је 1918. године у првом и осмом разреду основне школе и првом разреду средњих школа и гимназија, а сукцесивно се реформисани програм уводи у наредне разреде. Нови програм прати издавање нових уџбеника писаних према програму учења и наставе. Питање јесте које је место, улога и значај истраживања у области методике наставе математике која су подстакла и усмерила актуелне реформе.

ИСТОРИЈСКИ ПОГЛЕД НА УЗРОКЕ РЕФОРМИ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Историјски узроци реформи су по правилу су били везани за промене у друштву. Социјалне промене биле су један од покретача реформи дуго времена. У њих убрајамо ратове и антагонизме држава, промена друштвених система, тежња ка доминацији у областима технолошких достигнућа. Други значајан покретачки фактор била су открића у наукама и то не само у математици већ и у блиским наукама (природним, техничким, економским) као и педагошко психолошким наукама. Меѓутим доминантан фактор реформи у 21 веку јесу меѓународна вредновања постигнућа у образовним системима, а пре свега TIMSS и PISA. Не идући далеко уназад набројимо неке историјске социолошке промене које су биле покретач реформи. То су били индустријска револуција, у 20. веку, до реформи су довели други светски рат као и хладни рат и конфронтација САД и савезника са једне стране и СССР-а и осталих земаља источног блока са друге стране. Велики талас реформи изазвали су појава компјутера средином 20. века као и информационо револуција 21. века. Од 19. века до данас развој појединих дисциплина у математици утицао је и на школски курикулум: откриће неуклидских геометрија, развој логике, Строго заснивање математичке анализе, развој статистике.

У последњим декадама Меѓународна испитивања ТИМСС, ПИСА донели су широм света реформе образовних система (Милинковић и Лазић, 2018). Остварено постигнуће на ТИМСС-у, усклађеност курикулума и годиште на коме је рађен ТИМСС (односно број година школовања до ПИСА тестирања) могу објаснити 90% варијације ПИСА резултата у математици (Wu, 2009). Ипак, показано је да је најбољи предиктор постигнућа ученика на ПИСА тесту изложеност формалној математици (Schmidt, 2014). Обрнуто би било тешко показати. Парадигме математичког образовања. Од почетка 20. века у школама су се мењале парадигме образовања, од Дјуијеве школе (Dewey), теорије (социјалног) конструктивизма (Пијажеова теорија, теорија Виготског, Брунерова теорија), теорије информационог процесовања до *реалистичног математичког образовања* (RME). Дјуијева школа прагматизма, била је супротност до тадашњем приступу образовању који је био заснован на догматском приступу сазнању научних истина у којима је наставник неприкосновен ауторитет као преносиоца знања и догме институција које су образовале мали број одабраних људи. У школи прагматизма учи се откривањем, а у центру је ученик који сам бира шта ће да учи и како ће да учи. Овај правац се развио у прве три деценије 19. века, а корени иду до Жан Жак Русоа „Емил или о васпитању“. Примена оваквог приступа у коме ученик бира којим ће се садржајима бавити отежана је хијерархијским карактером математичких садржаја. Конструктивизам карактерише конструктивна природа «активног» учења и (релативизирана) знања утемељена на индивидуланом искуству, настава усмерена на активно сазнање кроз решавање проблема, садржаји образовања се повезују са практичним животом и интересовањима ученика. Теорија Пијажеа доводи до развоја парадигме индивидуалног конструктивизма. Пијаже идентификује четири фазе развоја: 1) сензомоторна (чула и моторички покрет основ сазнања), 2) преоперативна фаза (развој језика и симболичких представа), 3) фаза конкретних операција (логична мисао), 4) фаза формалних операција (апстрактна мисао и дедукције). Процес учења изазван дисеквилибриумом одвија се кроз асимилацију и акомодацију. Импликације за наставу су перспектива да је потребно да се омогући да ученик активно реконструише знање док је учење, питање индивидуалног формирања значења. Учења путем открића и развој хеуристичког модела наставе одговор су дидактичара на теорију конструктивизма. У теорију конструктивизам спада и социјални конструктивизам Лава Виготског и сарадника. По њима, учење је резултат интеракције појединаца са околином, тј. социјално-културно окружењем. Они препознају и истичу

утицај језика и културних „оруђа“ на когнитивни развој. За објашњење механизма учења важан је концепт „зоне проксималног развоја - зоне онога што ученик може учинити уз подршку добро упућеног старијег или вршњака. Сходно теорији у настави је посебно значајан избор „оруђа“ и групни рад. Према Брунеру (1964, 2004), репрезентација стварности може се стећи на три начина који се користе у различитим развојним тренуцима развоја због потребе за довољним когнитивним ресурсима: 1. Активно представљање, 2. Иконичка репрезентација, 3. Симболичка репрезентација. Под утицајем развоја првих компјутера дошло је до развоја образовне теорије информационог процесовања. Према Брунеровој теорији у процесу сазнавања и учења јединка категоризује догађаје и елементе стварности у скупове еквивалентних ставки. Спољне информације активно се обрађују, кодификују и класификују низом ознака или категорија како би се омогућило разумевање стварности. Ова категоризација омогућава формирање појмова и способност да се предвиде и доносе одлуке. Најзад Реалистично математичко образовање базирано на идејама Фројдентала и Треферса (Холандија) (Фројдентал, 1991). Приступ је усвојен у великом броју земаља (Енглеска, Немачка, Данска, Шпанија, Португал, Јужна Африка, Бразил, САД, Јапан и Малезија (De Lange, 1996). Основне поставке су: реалистичан контекст као основа учења, значај вишеструких репрезентација и модела, схематизација - процес постепене изградње менталних шема ка формалним схемама науке; хоризонтална и вертикална математизација, интегративни приступ у настави. (De Lange, 1987, Gravemeijer, 1984, Van den Heuvel-Panhuizen, 2004). Под утицајем овог приступа развијен је низ курикулума. Карактеристичан је курикулум за старије разред основне школе развијен у сарадњи стручњака из више земаља предвођених стручњацима са Фројденталовог Института у Холандији и Националног истраживачког центра за математичко образовање на челу са Томасом Ромбергом у Медисону, САД. Као резултат петогодишњег научног пројекта креиран је комплет уџбеника *Математика у контексту* (Mathematics in Context).

Образовне клацкалице

Конципирање наставног предмета у садржајном и методичком смислу је клацкалица у којој се по правилу енергија троши на сукобљавање две концепције: заступници једних у основи су стручњаци који истичу неопходност доминације садржаја над наставним методама (то су научни радници). Заступници других доминантно место дају методама, уз практично занемаривање садржаја (превасходно стручњаци из области педагошких наука. Иако би (конфронтирана) гледишта требала да буду координирана то се ретко догађа. Током доминације кадрова педагошко психолошких профила у телима у којима се доносе одлуке у вези са концепцијом образовања често претеже страна клацкалице која је усмерена на методе рада. Претпостављена позиција код прво наведене стране, је пасивна позиција ученика као примаоца знања. У центру процеса је наставник који је усредсређен на предметне чињенице „водич кроз садржаје“ избегавајући „лутања кроз садржаје“. На супротној страни, се подразумева активна позиција ученика који открива и конструише знање. У центру процеса је ученик који „открива“ математичке садржаје, следећи историјски пут развоја математичких идеја док је наставник у позицији организатора процеса учења који помаже ученику на путу „вођеног открића“.

Наставни програми у Србији – од 19. века ка савременом добу

На који начин су се описане парадигме рефлектовале у наставној пракси у школама у Србији? У 19. веку математичко образовање у Србији је било под знатним утицајем научних центара у којима су се школовали српски математичари (Будимпешта, Беч, Париз, Санкт Петербург, Грац итд.). Прва половина 20. века - наставни план и програм математике формирани су под доминантним утицајем аустроугарских, француских и немачких математичких школа. У овим реформама доминантна је била улога математичара научника који су инспирисани пробијима у математичким наукама конципирали наставне програме. До 1948. - На образовни систем у Србији је био под jakim утицајем совјетске школе, посебно у домену математике. Седамдесетих година 20. века наступила је целовита реформа система под називом *усмерено образовање*. Математички садржаји трансформисани су тако да одговарају будућем професионалном профилу ученика (односно занимању за које се школује). Док је велики број задатака имао реалистичан контекст постојала је дистанца од математике као науке. Реакције јавности међутим нису биле позитивне. Убрзо, након конференције "Проблеми савремене математичке наставе" 1980, коју су организовали Институт за истраживање образовања са Друштвом математичара, физичара и астронома Србије уследила је реформа као супротност усмереном образовању, а представљала је корак ка формализованом, структурно орјентисаном курикулуму. Овакав приступ почео је да се мења под утицајем истраживања пре свега у области психологије учења. Под утицајем таласа конструктивизма и радова истакнутих истраживача процеса учења и наставе: Пијажеа (Piaget, Swiss), Виготског (Vigotsky, Russia), Рене Тома (Rene Thom, France), Вилијама Трстона (William Thurston (USA), Vladimir I. Arnold (Russia), Hans Freudenthal (Netherlands), Скемпа (Skemp), Брунера (Bruner), Фројдентала (Freudenthal), почетак 21. века означио је почетак реформе курикулума (не само математике). Општи захтеви били су смањење програмских захтева и броја часова математике. Само неколико година касније уследила је још једна мања реформа 2007, у оквиру које је уследило даље олакшање наставног плана и програма које је произашло из захтева да се једна трећина садржаја уклони из програма.

Србија је почетком 21. Века почела да учествује на меѓународним испитивањима: ТИМСС – *Интернационални трендови у математици и природним наукама* (Trends in International Mathematics and Science Study) и ПИСА – *Програм за меѓународно испитивање ученика* (Program for International Student Assessment). Србија је учествовала у више циклуса ових испитивања (ПИСА 2003, ТИМСС 2003, ПИСА 2006, ТИМСС 2007, ПИСА 2009, ТИМСС 2011, ПИСА 2012, ТИМСС 2015, ТИМСС 2019). Милинковић и Лазић (2018) примећују да је ТИМСС ослоњен на националне курикулуме те су задаци постављени тако да проверавају формална математичких знања дефинисана у курикулумима. Са друге стране, ПИСА се фокусира на функционална знања ученика са приметним западним културним утицајем (Wu, 2009). Анализа постигнућа ученика на овим испитивањима основа је процене постигнућа ученика у Србији као и многим другим земљама (Станојевић и Милинковић, 2013, Милинковић и остали, 2015, Милинковић и Лазић, 2018). Анализа успеха на ПИСА 2012 испитивању показала је незантан напредак ученика из Србије али је и даље скоро четири процената ученика није достигло ниво функционалне писмености (Pavlović-Babic i Bausal, 2013). Са друге стране, пред реформе завршена анализа постигнућа на ТИМСС 2015, показала је да је забележен тренд благог раста у односу на постигнуће ученика из 2011. године (Милинковић и сар., 2017). Позиција на 27 месту од 57 земаља учесница испитивања, са 512 бодова указује да је постигнуће значајно више од бројних европских земаља али је истовремено сто

бодова ниже од најуспешнијих превасходно земаља Далеког истока (Слика 1)
(Милинковиќ и Лазиф, 2018, Милинковиќ и сар., 2017).

Земља	Просек из математикe	Број (89 задатака)		Геометријски облици и мере (56 задатака)		Приказивање података (24 задатака)	
		Просек	Одступање од просека	Просек	Одступање од просека	Просек	Одступање од просека
1. Сингапур	618(3.8)	630(4.2)	12(1.1)	607(4.2)	-10(1.5)	600(4.1)	-18(1.7)
2. Хонг Конг, САР	615(2.9)	616(3.1)	2(1.4)	617(3.4)	2(1.9)	611(3.8)	-4(2.9)
3. Јужна Кореја	608(2.2)	610(2.6)	2(1.4)	610(2.3)	2(1.8)	607(2.6)	-1(1.3)
4. Република Кина (Тајван)	597(1.9)	599(1.8)	3(1.2)	597(3.0)	0(2.1)	591(2.2)	-5(1.3)
5. Јапан	593(2.0)	592(1.9)	-1(1.1)	601(2.5)	9(1.3)	593(2.6)	1(1.3)
6. Северна Ирска	570(2.9)	574(3.1)	4(1.0)	566(3.3)	-4(2.0)	567(3.8)	-4(2.4)
7. Руска Федерација	564(3.4)	567(3.3)	3(1.2)	557(4.4)	-7(1.4)	573(3.6)	9(1.1)
8. Норвешка (5)	549(2.5)	542(2.4)	-7(1.1)	559(3.5)	10(1.8)	566(3.0)	17(1.2)
9. Ирска	547(2.1)	551(2.2)	4(1.2)	542(2.9)	-5(2.1)	548(3.8)	0(3.4)
10. Енглеска	546(2.8)	547(3.2)	1(1.6)	542(3.3)	-4(1.6)	552(3.2)	6(2.0)
11. Белгија (Фламандски дел)	546(2.1)	543(2.1)	-3(0.8)	564(2.3)	18(1.3)	523(3.0)	-22(2.5)
12. Казакстан	544(4.5)	552(4.0)	7(1.3)	540(5.8)	-5(2.0)	524(5.3)	-20(2.1)
13. Португалија	541(2.2)	541(2.1)	-1(0.9)	539(2.6)	-2(1.0)	546(2.8)	5(1.9)
14. САД	539(2.3)	546(2.2)	6(0.9)	525(2.6)	-14(0.8)	540(2.8)	1(2.1)
15. Данска	539(2.7)	535(2.7)	-4(1.4)	555(3.2)	16(1.5)	526(3.5)	-13(2.3)
16. Литванија	535(2.5)	538(2.6)	3(1.1)	526(3.0)	-10(2.2)	540(3.6)	5(2.4)
17. Финска	535(2.0)	532(2.1)	-4(1.0)	539(2.5)	4(1.7)	542(3.3)	6(2.6)
18. Полска	535(2.1)	534(2.3)	0(1.1)	534(2.5)	-1(1.7)	538(2.8)	3(2.0)
19. Холандија	530(1.7)	531(2.2)	1(1.4)	522(1.9)	-8(1.2)	539(3.4)	9(2.6)
20. Мађарска	529(3.2)	531(3.0)	2(0.9)	536(3.6)	7(1.6)	513(3.6)	-17(1.2)
21. Чешка Република	528(2.2)	528(2.4)	0(1.1)	531(2.5)	3(0.9)	525(3.0)	-3(1.7)
22. Бугарска	524(5.3)	529(4.6)	5(1.4)	525(5.9)	1(2.0)	504(7.6)	-20(3.1)
23. Кипар	523(2.7)	528(2.5)	5(0.9)	524(2.8)	1(1.3)	507(3.8)	-16(2.6)
24. Немачка	522(2.0)	515(2.1)	-7(0.9)	531(2.5)	9(1.5)	535(2.6)	13(1.4)
25. Словенија	520(1.9)	511(1.8)	-9(0.9)	530(2.1)	10(1.6)	540(3.1)	20(2.2)
26. Шведска	519(2.8)	514(2.7)	-5(1.4)	523(3.3)	4(1.7)	529(3.9)	11(2.8)
27. Србија	518(3.5)	524(3.4)	6(1.0)	503(3.8)	-16(1.8)	517(3.8)	-1(2.3)

СЛИКА 1. ТИМСС 2015 - Постигнуће ученика 4. разреда, (адаптирано из Милинковиќ и сар. 2017)

Постигнуће ученика из Србије извођењу рачунских операција, познавању својстава бројева је релативно високо док је ниско постигнуће остварено у подобластима домена геометрије: тачка, права, угао и израчунавање површине фигура. Тренд благог раста примећен је у области приказивање података и поред несистематског присуства ове области у курикулуму (Милинковиќи и сар., 2017). Станојевиќ и Милинковиќ (2013) су урадиле компаративну анализу курикулума одабраних земаља и Србије идентификујући садржаје који нису присутни у наставном програму Србије, а јесу у већој или мањој мери у програмима Јапана, Јужне Кореје, Хонгконга, Русије, Сингапура и Словеније.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Србије започело је 2017. Године реформу образовног система на основу урађених анализа и нове стратегије образовања. Актуелне реформе започеле су писањем програма наставе и учења у периоду од 2017. до 2019. године. У њему се рефлектује савремено виђење математичке писмености „као способности коришћења основних вештина рачунања и геометријских вештина у свакодневним контекстима, али и као знање и разумевање фундаменталних математичких идеја, као способности да се развију софистицирани математички модели, или као способности за разумевање и евалуацију коришћења бројева и математичких модела од стране других“ (Jablonka, 2003, стр. 76). Поред познавања апстрактних појмова

и релација измеѓу нѝх, у развијању математичке писмености акценат је на развијању способности примене математичког резонувања у нематематичким ситуацијама у свакодневници као и при другим дисциплинама (De Lange, 2003). OECD је у документима формално дефинисао математичку писменост као способности индивидуе да разбере улогу и значај математике у свету, да изводи логичке закључке на основу чврстих доказа, и да користи математику на начине који одговарају њеним потребама кроз улогу конструктивног, одговорног и рефлексивно настројеног грађанина (OECD, 2000).

Основне идеје новог програма учења и наставе базирају се на претходним истраживањима у математичком образовању Skemp-a (1976), Wagner-a и Kieran (1989), Freu: 1) утемељено, смислено и повезано математичко сазнање засновано на повезаности концептуалних и процедуралних знања, 2) увођење различитих репрезентација математичких појмова и процедура, 3) унутар-предметна повезаност различитих математичких тема и области, и 4) повезаност математике са реалним окружењем и другим областима. Може се стога тврдити да не само да су резултати истраживања подстакли реформе, већ су истраживачки налази узети у обзир у темељним поставкама новог програма учења и наставе математике.

Осим процене садржаја појединачних предмета карактеристичне су и меѓупредметне промене: коришћење образовних технологија и пројекатне наставе, подстицање интердисциплинарности кроз изборне предмете. У основношколском предмету математика су се појавиле нове теме: финансијска математика и анализа података, читање података (елементи статистике), просторно резонување (читање мапа), изометријске трансформације, управо оне теме за које је утврђено да су стандардне за већину (на ТИМСС-у успешних) земаља за које је урађена компаративна анализа, а нису присутне у наставном програму у Србији. Неке теме су дислоциране или се проучавају шире или раније у школи као што је почетак упознавања децималног записа бројева операцје са разломцима померено за млађе разреде основне школе.

У току је критична фаза сваке реформе, а то је имплементација у пракси. Могуће баријере за успех реформе су делимична припрема наставника. Фокус обука наставника јесте на меѓупредметним компетенцијама и пројектном учењу, а недовољно упућивање наставника у нов приступ садржајима и нове садржаје имплицира очекивање да ће наставници самостално прилагодити приступ садржајима препорукама датим у наставном програму.

Закључци

У раду је указано на везе истраживања са токовима реформи наставних програма. На примеру анализе историјског развоја курикулума математике у свету и посебно у Србији, осветљен је значај појединих истраживања за правац реформи. С обзиром на фокус истраживања као и главне актере креирања нових програма историјски гледано акценат је стављан на методе у једном период док је у другим акценат био на садржајима. Конструктивистичке теорије Пијажеа и Виготског значајно су допринеле претпостављеној променеј улози ученика и наставника у наставном процесу. У савременим реформама меѓународна истраживања као што су ПИСА и ТИМСС не само да инспиришу реформе већ усмеравају и њен ток. Анализа токова претходних циклуса реформи имплицирају да карактер реформи курикулума значајно одражава истраживачки контекст. Стога се може сматрати да су правци реформи у великој мери последице резултата у истраживањима у методици математике и сродним наукама. Истраживања у области математичког образовања могу суштински да допринесу рационалном избору програмских садржаја и оптимизацији начина њихове обраде.

Поред тога налази истраживања имају утицаја на образовне политики. Због тога учешће наставника и професора математике (и других школских предмета) као и научника из одговарајућих области пружа прилику за постављање за наставнике методички релевантних истраживачких питања.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брунер, Џ, *Ток когнитивног развоја*, 1964.
2. Брунер, Џ., *Култура образовања*, 2004.
3. Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001) Realistic Mathematics Education as work in progress”, *Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education*;
4. De Lange, J. *Mathematics, Insights and Meaning*. Utrecht, OW&OC, Utrecht University, 1987.
5. Freudenthal, H. *Revisiting mathematics educations. China lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991.
6. Gravemeijer, K.P.E. *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-b press/ Freudenthal Institute, 1994.
7. House, P.A. & Coxford, A. F. *Connecting Mathematics across the Curriculum*, 1995 Yearbook. NCTM, 1995.
8. De Lange, J. (2006) Mathematical Literacy for living from OECD-PISA perspective. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*. 25.
9. Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy. In: Bishop, A. J., Clements, M. A., Keitel, C. Kilpatrick, J. & Leung, F. K. S. (Eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education (75–102)*. Dordrecht, Great Britain: Kluwer Academic Publishers.
10. Лав Виготски, *Мишљење и говор. Нолит*, 1977.
11. McGraw, S. A. (2003) *Integrated Mathematics: Choices and Challenges*. NCTM: Reston, VA
12. Милинковић, Ј. и Лазић, Н. Постигнуће ученика на ТИМСС и ПИСА испитивању као смерница за измене у наставном програму математике. *Иновације у настави*, XXXI, 2018/2, 74–87, Београд, Учитељски факултет. 2018.
13. Милинковић, Ј., Марушић Јаблановић, М. & Дабић Боричић, М. Постигнуће ученика из математике; главни налази, трендови и наставни програм. У Милица Марушић Јаблановић, Н. Гутвајн & И.Јакшић (ур.), *TIMSS 2015 у Србији: Резултати меѓународног истраживања постигнућа ученика 4. разреда основне школе из математике и природних наука*, стр. 27-50, 2017.
14. Милинковић, Ј., *Методички аспекти увођења елемената вероватноће и статистике у наставу математике*, Београд: Учитељски факултет, 2006.
15. Milinković, J. Od postojećeg ka mogućem matematičkom obrazovanju. U: Radišić, J., Buđevac, N. (ur.). *Sekundarne analize istraživačkih nalaza u svetlu novih politika u obrazovanju (106–117)*. Beograd: Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije i Društvo istraživača u obrazovanju u Srbiji, 2015.
16. Pavlović-Babić, D., Baucal, A. *Podrži me, inspiriši me. PISA 2012 u Srbiji: prvi rezultati*. Beograd: Institut za psihologiju, 2013.
17. Радишић, Ј. и Буђевац, Н. (Ур.) *Секундарне анализе истраживачких налаза у светлу нових политика у образовању*, стр. 106-117. Београд: Министарство просвете, науке и технолошког развоја Република Србија и Друштво истраживача у образовању у Србији, 2015.
18. Skemp, R. Relational Understanding and Instrumental Understanding , *Mathematics Teaching*, 77, 20–26, 1976.
19. Stanojević, D., Milinković, J.. *TIMSS 2011 – 4. razred matematika: analiza nastavnog programa i zadataka*. Beograd: Institut za pedagoška istraživanja, 2013.
20. Wagner, S., & Kieran, C. Research issues in the learning and teaching of algebra. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1989.
21. Wu, M. A Critical Comparison of PISA and TIMSS 2003 achievement results in Mathematics and Science. *Prospects: Quarterly Review of Comparative Education*, 2009, 39 (1), 33–46.

Развој образовног система Руске Федерације – поуке за будућност

Александар Липковски

Универзитет у Београду – Математички факултет, Београд, Србија

Апстракт. „Historia magistra vitae est.“ Ове речи Марка Тулија Цицерона нису записане случајно. Када би се на њих чешће базирали, било би нам свима много боље. У овом раду је презентован историјски развој једног од најбољих образовних система Европе и света, барем у области природних наука и математике – руског образовног система, од времена Петра Великог с почетка 18. века до реформске садашњости с почетка 21. века. Из излагања се могу извући одговарајуће поуке које се тичу и наше данашње ситуације.

Клучни зборови: образовни системи, историја образовања, реформа образовања, Руска Федерација.

ОД ПЕТРА ВЕЛИКОГ ДО БОЉШЕВИЧКЕ РЕВОЛУЦИЈЕ

Прве јавне школе у Русији отворене су у време Петра Великог, цара и императора Русије (1672-1725, владао 1682-1725). Прво је отворена школа математичких и навигацијских наука 1701, а затим гимназија 1705. Пре тога су у Русији постојале само црквене и народне школе. У "Навигацкој" школи предавао је Леонтије Магницки, аутор првог математичког уџбеника у Русији "Аритметика". Штампана је још црквено-славјанским словима.



ГЕОМЕТРИА СЛАВЕНСКИ СЕМЛЕМЪРИЕ

Издаесе новопитографскимъ тишенскимъ.
повелѣниемъ благочестивѣйшаго великаго государя
нашего царя, і великаго князя,

Петра Алексіевича,

Вся великія, і малія і бѣвѣя росси самодержца.

при благороднѣйшемъ государѣ нашемъ царевичѣ
і великомъ князѣ

Алексіи Петровичѣ.

Во царствующемъ великомъ градѣ Москвѣ.

Во лѣто мѣроугоднаго 7216. Омь рождества же по плоти Бога
слова 1708. Индикта перваго.
мѣсяца Марта.

Петар Велики је заслужан и за увођење штампане ћирилице 1707. године. Прва штампана књига на Петровој грађанској ћирилици била је математичка: уџбеник „Геометрија“. Наредних година систем јавних школа је почео да се шири и у свакој губернији су отворене по две "цифирне" школе, у којима су се изучавале писменост, аритметика (тј. цифре, одакле и назив) и геометрија. Ове школе су обавезно и бесплатно похађала деца свештенства, племства и чиновништва. Петрове реформе образовања довеле су до повећања писмености у тадашњој Русији – до око 10% укупног становништва.

Године 1724. Петар Велики је основао руску Академију наука и уметности, у чијем саставу је био Академски универзитет и Академска гимназија. Три године касније у Санкт Петербург је, по позиву Петра Великог и препоруци Данијела, сина Јохана Бернулија, из Базела дошао Леонард Ојлер, млад и перспективан са својих 20 година. Огромна је Ојлерова улога у развоју руске науке, напосе математике. Мање је познато да је његова улога велика и у развоју образовања у Русији, посебно у организацији гимназијске наставе математике у оквиру четири теме: аритметика, алгебра, геометрија и тригонометрија.

Значајне реформе у руском систему образовања и ширење система народне просвете спровео је император Александар I (1777-1825, владао 1801-1825) у раним годинама своје владавине просвећеног апсолутисте. У свакој од великих области Русије утврдио је систем средњих школа, гимназија и лицеја у среским центрима и универзитет у обласном центру. Универзитети су добили одређену аутономију.

У Русији тог времена владао је систем кметства, а сељаци су били везани за властелине који су поседовали сву земљу, села па и људе - сетимо се Гогољевих "Мртвих душа". Кметство је укинато 1861. године царским указом цара Александра II (1818-1881, владао 1855-1881). Поређења ради, у Великој Британији у 19. веку је такође постојало кметство (велика ирска глад 1845-49. била је последица таквог стања), док је ропство на територији Уједињеног Краљевства (на Јамајци), укинато тек 1833. у доба краљице Викторије.

Напреднији руски властелини бринули су о својим кметовима, као и значајни индустријалци о својим радницима. Чувен је пример Саве Морозова (1862-1905), хемичара и богатог текстилног индустријалца који је стипендирао своје раднике, плаћао трудничко и породилско одсуство радницама, благоданом се односио према штрајковима. Велики руски писац Лав Толстој (1828-1910) је у жељи да ублажи недостатак образовања код својих сељака, на свом имању у Јасној Пољани 1859. отворио сеоску школу у којој је сам и предавао. Јаснопољанска школа је радила само три године, до 1862, али је и у целој губернији било отворено 23 сеоске школе у складу са Толстојевим замислима. У току наредних десет година Толстој је, на основу стечених искустава а за потребе школе написао велики број поучних и занимљивих текстова у облику читанки (Нова азбука, Азбука, Аритметика и друге – можете их наћи на <http://www.tolstoy.ru>). Његова педагогика представља значајан путоказ у даљем развоју образовања у Русији.

Занимљиво је да је Толстој показао и математичку креативност, састављајући задатке за своје ученике. Најпознатији је његов задатак о косцима.

(Толстојев задатак о косцима) Косци треба да покосе две ливаде. Почевши изјутра са кошењем веће ливаде, после поднева су се поделили: половина косаца је остала на већој ливади и до вечери ју је покосила целу, док је друга прешла да коси мању ливаду чија је површина два пута мања. Колико је било укупно косаца, ако се зна да је наредног дана на мањој ливади посао довршио један косац?

БОЉШЕВИЧКА ДЕКАДА

У току два века свог развоја, руски систем школа је од Петра Великог до револуције 1917. године пратио континенталне европске узор, највише немачки систем школовања. У кратком периоду од фебруарске буржоаске до октобарске бољшевичке револуције 1917. године није било промена у царском систему школа, иако су се министри просвете смењивали у року од неколико месеци: Манујлов, Олденбург, Салазкин. Међутим, Октобарска револуција 25. октобра (7. новембра) 1917. године донела је огромне промене и у просветном систему. Школски учитељи су молили да се школа не дира, и чак организовали штрајк који је трајао све до лета 1918. године, али бољшевички идеолози су сматрали да је царски систем основног и средњег образовања непролетерски¹ и практично одмах га укинули. Народни комесар просвете² већ првог дана после револуције постао је А. В. Луначарски, један од најважнијих бољшевичких идеолога и веома контроверзна личност. По речима Л. Д. Троцког (Бронштајна), Луначарски је заслужан што је један део старе интелигенције прешао на бољшевичку страну, мада је њен велики део напустио Русију. Тако, руски професори који су двадесетих година двадесетог века дошли у Југославију, заслужни су за нагли развој Универзитета у Београду и науке у целокупној Краљевини Југославији. Поред преласка на нови правопис јануара 1918³, Луначарски је био и истакнути заговорник преласка руског језика на латиницу, све до 1930. године. Срећом, ова његова идеја се није реализовала.

Ипак, главни идеолог совјетског образовања и комунистичког васпитања у бољшевичкој Русији није био Луначарски, већ Н. К. Крупскаја, супруга совјетског премијера - председника Савета народних комесара - В. И. Лењина. По Лењиновој молби, она је још 1914. почела да проучава образовне системе у савременом "демократском" свету. Године 1917. написала је програмску брошуру "Народно образовање и демократија". Њен кредо изражен је следећим цитатом: "Школа треба не само да обучава, она мора бити центар комунистичког васпитања". Школе у том периоду нису имале утврђене наставне планове и програме, није било утврђеног режима часова, седења у клупама, оцењивања. Дакле, све оно што је данас идеал педагошко-психолошких реформиста у школи који теже формирању "школе по мери детета".⁴ Крупскаја је била и активиста совјетске цензуре и антирелигијске пропаганде.

Немалу улогу у овим реформама имао је амерички психолог Џон Дјуи (John Dewey). Може се слободно рећи да је Дјуи отац савремене „методе пројеката“. Његов систем „пројектне наставе“ и „школе по мери детета“ није био прихваћен у америчком конзервативном друштву тога доба, и његове идеје су почеле да се шире у новим друштвима насталим после револуционарних промена прве половине XX века: у Ататурковој секуларној Турској која је 1928. са арапског писма прешла на латиницу и у Лењиновој бољшевичкој Русији. Дјуијеве књиге су превеђене на руски и издаване у

¹ Данас би рекли "недемократски"

² У савременој "демократији" реч "комесар" се поново јавља у употреби

³ Била су избачена три слова азбуке јат Ћ, фита Ѧ и јота Ј а четврто слово - тврди знак Ъ - је ограничено у употреби. Ова реформа била је пројектована још у царско време, али није била доследно спроведена.

⁴ Занимљиво је колико сличности има између тадашњих реформи у совјетском образовању и данашњих реформистичких захвата, као да су оба долазила из истог идеолошког миљеа.

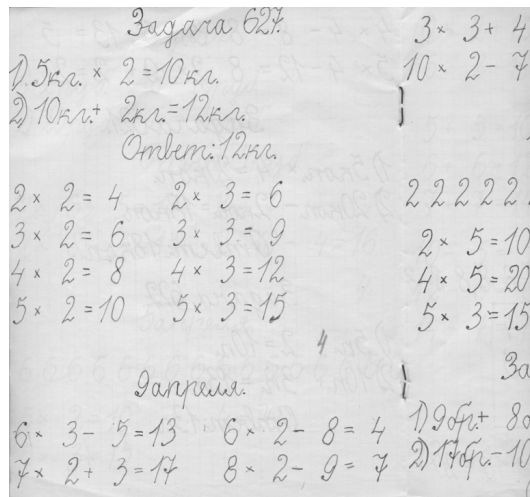
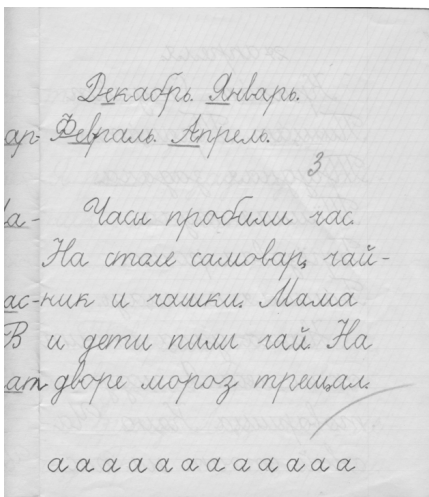
великим тиражима. Луначарски је по Лењиновом савету у образовању уместо «пруског модела» увео «амерички модел».

Но, врло брзо после Лењинове смрти 1924. и краха Нове економске политике 1928⁵, совјетско вођство је почело да схвата да друштву недостају квалификовани стручњаци - инжењери, лекари, професионалци у свим занимањима и прешло је на планску економију. Чак и са доласком Ј. В. Стаљина (Џугашвилија) на власт после победе у унутарпартијској борби 1928-1933, Крупскаја је покушавала да брани тековине претходног периода.

Џон Дјуи (John Dewey) је био спољни саветник совјетског Министарства просвете. По позиву Луначарског, 1928 Дјуи је допутовао у Совјетски Савез да помогне Наркомпросу око своје «методе пројеката». Идеја прагматизма и метода пројеката је привлачила пажњу педагога многих држава и сматрана је средством изградње «школа новог типа». Крупскаја га је примила у свом кабинету на Чистопрудном булевару у Москви. На срећу, од те иницијативе није било ништа. Крупскаја је у наредним годинама практично била одстрањена од просветних послова и бавила се проблемима библиотека. Године 1929. смењен је Луначарски, који је наставио да се бави научним активностима и кога је на месту министра просвете наследио Бубнов. Почетком тридесетих година Стаљин је вратио чврсте јединствене наставне планове и програме. После 1937, Дјуи је у вези са својим активностима у заштити Троцког, у СССР-у проглашен за троцкисту, а његове књиге протеране из совјетских библиотека.

ПЕРИОД СТАБИЛНОГ ШКОЛСТВА: ОД СТАЉИНА ДО РЕФОРМИ 21. ВЕКА

Писац ових редова је, стицајем животних околности, похађао основну школу у Москви у совјетско време, од 1961. до 1962. И данас имам своје свеске из 1. разреда за математику и за руски језик. Врста свеске у којој су прваци писали била је специјално осмишљена за њих - таквих свезака нема више ни у савременој Русији. Свеска за писање је поред основне линије имала и две помоћне - доњу и горњу за продужена мала слова, као и косе линије које су одређивале нагиб слова. Читаоцу могу бити занимљиве слике из мојих свезака за руски језик и математику за први разред.



⁵ Нова економска политика је представљала увођење либерално-капиталистичких елемената у совјетско друштво и привреду у периоду 1921-28.

Почео сам да пишам левом руком, јер сам левак⁶, али то није било дозвољено у совјетској школи. Озбиљном принудом, укључујући и механичко ограничавање, педагози су успели да ме приволе да пишам десном. Ни данас не мислим да сам тиме на било који начин оштећен, напротив! Писање левом руком⁷ заиста најчешће продукује естетски ружан и лоше читљив текст.

Седамдесетих година двадесетог века (од 1969. до 1971) похађао сам средњу школу у Москви. Ученици су имали стандардне униформе, једнаке за све: дечацки тамносиве панталоне и сакое и светле једнобојне кошуље, девојчице браон хаљине са црним прегачама и белим крагницама. Сваки ученик је имао дневник са распоредом часова, домаћим задацима и оценама, који су недељно потписивали родитељи. На слици је страница из мог дневника.

Датум и месец	Предмети	ЧТО ЗАДАНО	Оцена за урок	Получил учителя
23	Химија Објект Физика — Физ-рв Рече	новин. Термод. систем. Дилем 12 § 64, 65		
24	Физика Матем. Химија Анти-рв Објект	механика, § 62 Есенци-биография, бжж „12” исправи ант. слобод § 12, 13		
25	Алгебра Линейн. Олимпиа. Физика Математика Алгебра	6 матем. приложение § 1 § 66 - 67. § 10		
Пропуск уроков: _____ из них по болезни _____				
Количество опозданий на уроки _____				

Датум и месец	Предмети	ЧТО ЗАДАНО	Оцена за урок	Получил учителя
26	Химија Матем. — Алгебра Линейн. Физ-рв			
27	Анти-рв Математика — Физика Алгебра			
28	Русск. язык Физика Алгебра Матем. Химија Русск. язык			

Редовна настава је трајала шест радних дана у недељи са укупно 32 часа. Суботом су била и два посебна часа хемије (тзв. спецхемија). Школа је била веома добро опремљена, а хемијски огледи које смо изводили у опремљеним учионицама укључивали су квалитативну анализу и идентификацију катјона: магнезијума, калцијума и многих других. И данас се сећам тих огледа који су у скуп хемијских знања стечених на редовним часовима, уносили одговарајући систем. Наравно, поред хемије, били су ту и остали уобичајени предмети, пет (!) часова физике недељно (укључивала је и физичку географију), као и посебан предмет астрономије (1 час недељно, сећамо га се и из некадашњих гимназијских дана у Србији). Остале науке су биле заступљене часовима хемије (3+2 часа), биологије (2 часа), историје (3 часа) и науке о друштву (2 часа), уз физичко васпитање (2 часа недељно). Посебно издвајам часове математике, које је водила М. П. Каверина. Без сваке сумње, она је најзаслужнија за моје касније опредељење да се бавим математиком. Математика је тада као и данас имала два предмета: алгебру и геометрију, и ове две математичке области су проучаване независно код истог наставника. Укупан недељни број часова математике био је 6, исто као и број часова руског језика и литературе.

⁶ или „леворук“ у складу са „политички коректним“ језиком

⁷ у свету у коме се пише и чита слева удесно

ОБРАЗОВАЊЕ У РУСИЈИ ДАНАС

Од седамдесетих година XX до почетка XXI века у систему руског образовања није било много промена. Велике промене су настале последњих двадесетак година. Померен је узраст обавезног поласка у школу наниже за једну годину и додат један разред основне школе која сад има 9 разреда. Усвајањем новог закона 2012/2013. године извршена је додатна реформа. Министарство образовања и науке Руске федерације у овим деценијама водили су министри Филипов (1999-2004), Фурсенко (2004-2012) и Ливанов (2012-2016). Сва тројица су доктори физичко-математичких наука и професори универзитета. Први је највише допринео реформи образовања у Руској федерацији, као иницијатор увођења образовних стандарда, завршног испита (ЕГЭ), учења страног језика од другог разреда основне школе, различитих профила у старијим разредима односно средњој школи и другог. Стручна и општа јавност је давала негативне оцене активности ових министара, нарочито Фурсенка. Веома велика и негативна реакција јавности на претеране реформске потезе их је углавном успешно спречавала. У мају 2018. године министарство је подељено на два – Министарство просвете (које укључује и нека питања социјалног старања) и Министарство науке и високог образовања.

Данас се Министарство просвете бави пословима израде и реализација државне политике и нормативно-правне регулативе и управљања државном имовином у одговарајућим областима образовања и социјалне политике. Веома важну функцију у образовном систему Руске федерације обавља Рособрнадзор - Федерална служба надзора у области образовања и науке, измештена из одговарајућих министарстава. Она врши контролу и надзор образовно-научних институција. Ова служба је у одређеном смислу аналогон Завода (за унапређивање образовања и васпитања и за вредновање образовања и васпитања) у Србији, с том разликом што укључује и надзор (који је код нас у Министарству) и што је аутономна - независна од Министарства просвете. На многим званичним просветним документима се упоредо налазе два потписа: министра просвете и директора Рособрнадзора. Једна од функција Рособрнадзора је и реализација завршне државне атестације тј. матуре. Сав посао око спровођења ових испита обавља Рособрнадзор. У томе му помажу две институције: ФИПИ (Федерални институт педагошких мерења) који се бави научним развојем инструмената евалуације и ФЦТ (Федерални центар тестирања) који технички обезбеђује јединствене испите и обрађује резултате. ФИПИ је научни институт чији је оснивач Рособрнадзор који именује директора. Институт има свој Научни савет, кога именује директор у сагласности са Рособрнадзором.

После великог броја разних реформи у протеклим деценијама, систем образовања у Руској федерацији је постао прилично разуђен.

На федералном нивоу је усвојен Државни стандард општег образовања који прописује норме и захтеве обавезног минимума садржаја образовних програма општег образовања, максимално оптерећење ученика и основне захтеве за сам образовни процес тј. његове материјално-техничке, лабораторијске, информационо-методичке и кадровске аспекте.

Опште образовање обухвата предшколско, почетно, основно и средње. Полазак у школу је обавезан у узрасту од 6,5 година. Прве три године представљају почетно, следећих шест основно а последње две опште средње образовање. Дакле, основна школа траје 9 разреда и подељена је на почетну и основну (3+6), док општа средња траје још две године. Стручно образовање почиње после општег основног и траје бар две

године. После завршене средње школе, ђаци могу уписивати високе школе различитих профила.

Суштинска разлика у односу на наш образовни систем је у наставним плановима и програмима. Они су на државном нивоу утврђени само оквирно, преко тзв. Оквирних основних образовних програма («Примерная основная образовательная программа») које на основу предлога стручних институција и појединаца и опширне јавне дискусије усваја Министарство просвете и објављује на сајту <http://fgosreestr.ru> где их и читалац може пронаћи. Оквирни програми представљају методичку документацију која одређује „препоручени обим и садржај образовања одређеног нивоа, планиране резултате усвајања образовног програма, оквирне услове образовних активности укључујући прорачун нормативних трошкова реализације образовног програма». Оквирни програми највише личе на наше „исходе“ и садрже и предметни део, у коме су дати исходи по сваком од предмета. Они су подељени на два дела, први почиње речима „ученик ће ...“ а други речима „ученику је дата могућност да научи ...“, што одговара подели на основни и напредни ниво и представља списак захтева који ученик мора да зна и оних које би могао да зна (што подразумева да се и једни и други укључују у наставу за све ученике).

Ево неких исхода тј. захтева на нивоу 5-6. разреда који се тичу математике.

(основни) Користити правила дељивости са 2, 5, 3, 9 и 10 приликом рачунања и решавања једноставнијих задатака;

(основни) Упоредити рационалне бројеве;

(основни) Знати примере математичких открића и њихове ауторе, у вези са отаџбинском и светском историјом;

(напредни) Користити правила дељивости са 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10 и 11 приликом рачунања и решавања једноставнијих задатака и образложити правила дељивости;

(напредни) Решавати просте и сложене текстуалне задатке различитих типова, укључујући задатке повишене сложености.

Исходи на нивоу 7-9 разреда (последњег разреда основне школе) садрже и ове захтеве.

(основни) Оценити вредност квадратног корена из позитивног целог броја;

(основни) Користити формуле скраћеног множења (квадрат збира, квадрат разлике, разлика квадрата) у циљу поједностављења израчунавања вредности израза;

(основни) Решавати једноставније системе линеарних једначина и неједнакости;

(основни) Решавати квадратне једначине коришћењем формуле;

(основни) Користити векторе за решавање најједноставнијих задатака за одређивање брзине релативног кретања;

(напредни) Разлагати на чиниоце квадратни трином;

(напредни) Решавати најједноставније ирационалне једначине облика $\sqrt{f(x)}=a$ и $\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}$;

(напредни) На примеру квадратне функције користити трансформације графика функције $y = f(x)$ ради цртања графика функција $y = af(kx + b) + c$;

(напредни) Доказивати геометријска тврђења;

(напредни) Користити Талесову теорему и теорему о пропорционалним одсечцима⁸ у поступку решавања задатака.

Списак захтева је велики, наведени захтеви су само избор аутора овог текста. Приметимо да се у свим овим формулацијама очекује знање, а не „познавање“.

⁸ Инверзну Талесову теорему

Свака образовна институција тј. свака појединачна школа на основу тих оквирних програма разраѓује свој сопствени програм. У пракси се то остварује тако да школа свој програм прави на основу избраног уџбеника. Дакле, уџбеници одређују програм, а не програм уџбенике, што је суштинска супротност нашем образовном систему, где се уџбеници прилагођавају програму. Уџбенике пишу реномирани аутори који имају статус и утицај у стручном окружењу, а одобрава их Министарство после опширне и дуге јавне дискусије. Примера ради, у 2014/15 школској години је за прва четири разреда било 11 одобрених уџбеника математике и 13 одобрених уџбеника руског језика.

Новина у образовању у Руској Федерацији је увођење централизованих завршних испита. После почетне и основне школе (првих девет разреда) обавезан је јединствени испит на нивоу целе Русије (тзв. ОГЭ - основни државни испит или ГИА 9), уведен као обавезан 2014. године. Аналоган је „малој матури“ у Србији и обухвата посебне испите из четири предмета: руског и математике као обавезних и два предмета по избору са датог списка предмета. Списак је следећи: физика, хемија, биологија, географија, руска књижевност, друштвене науке, историја Русије, информатика и ИКТ, страни језик (енглески, немачки, француски и шпански, као и кинески који се уводи експериментално од ове године)⁹. Приметимо да је у многонационалној Руској федерацији руски језик обавезан на матури, исти испит за све. Деца која се образују на мањинским језицима могу изабрати и свој матерњи језик и књижевност, али их то не ослобађа полагања руског. Упоредимо ово са ситуацијом у Србији, где је веома тешко, ако не и немогуће, увести јединствени испит из српског језика за све средњошколце¹⁰, да о математици и не говоримо¹¹. Исто тако, приметимо значајно место природних наука у укупном испиту. Деца која положи сва четири предмета, добијају одговарајућу диплому о завршеном основном образовању ("аттестат"), док они који га не положи или не полагају, добијају само сведочанство о завршеном школовању. Оцене на овом испиту утичу и на завршне оцене у сведочанству: закључује се средња од две оцене, заокружена навише. Ако не положи један испит, имају право да га поново полагају у септембру. Ако не положи два обавезна испита, не добијају диплому, већ само сведочанство. Постоји и посебна верзија овог испита за одређене категорије деце (децу са посебним потребама, децу у иностранству и др.). Значајно је да се он разликује и по називу – «ГВЭ 9 – государственный выпускной экзамен». Све испите ученици полагају у својим школама.

Опишимо кратко испит из математике. Састоји се од 26 задатка подељених у два нивоа и две области. Први ниво има 20 задатака који носе по 1 бод, и то 14 задатака из алгебре и 6 из геометрије. Други ниво има 6 задатака који носе по 2 бода, и то 3 задатка из алгебре и 3 из геометрије. Дакле, максималан број поена је 32. Испит се ради 4 сата (тачније, 3 сата и 55 минута). Ево како изгледају неки од задатака на демо верзији испита из математике за 2019. годину.

- 1) (први ниво, алгебра) Возна карта кошта 198 рубаља. Ђаци имају попуст 50%. Колико ће коштати возња 4 одрасла и 12 ђака?
- 2) (први ниво, геометрија) Нађите дужину тетиве кружнице полупречника 13, ако је растојање од центра кружнице до тетиве једнако 5 (уз задатак је нацртан одговарајући цртеж без икаквих ознака).
- 3) (други ниво, алгебра) Решите једначину $x^4 = (4x - 5)^2$.

⁹ Видети www.fipi.ru/oge-i-gve-9

¹⁰ Иако је и то покушано у расправама око матуре 2017. године

¹¹ Ту је постигнут делимични успех, јер је математика као матурски испит код нас постала обавезна за све који имају бар три часа математике недељно. Нажалост, у Србији постоје и они ђаци средње школе који имају мање од три часа математике недељно ...

- 4) (други ниво, геометрија) У паралелограму $ABCD$ тачка E је средиште странице AB . Познато је да је $EC=ED$. Докажете да је тај паралелограм правоугаоник.

Полагање испита ОГЭ је неопходан услов за упис свих средњих школа, како стручних, тако и општих и специјалних. Да би се испит положио, потребно је освојити одређени минимални број поена у свим предметима, који се може разликовати од школе до школе и од региона до региона, али се већина школа држи препорученог минимума за добијање сведочанства, који из математике износи 8 бодова од којих 2 из геометрије. Различите школе могу захтевати разне нивое успеха. Тако, за економски профил средњих школа неопходан је минимум од 18 бодова на испиту из математике од којих бар 5 из геометрије, за природно-научне профиле те су бројке 18 и 6 а за физичко-математички профил 19 и 7.

После завршетка средње школе (10. и 11. разред) полага се јединствени на нивоу целе Руске федерације Државни испит (ЕГЭ - јединствени државни испит) или ГИА 11. Постао је обавезан од 2009. године. Овај испит је аналогон наше велике матуре, али за разлику од ње, испити из математике и руског језика и књижевности не садрже питања са избором једног од понуђених одговора (тзв. multiple choice питања). То је завршни испит средње школе и истовремено пријемни испит за високе школе (изузимајући неколико посебно издвојених високих школа: Московски и Санкт Петербуршки државни универзитет и још неколико државних високих школа, које имају право да утврде своје пријемне испите)¹². Неопходан је ради уписа високошколских институција, од којих свака има право да тражи одређене изборне предмете и одређени број бодова. Структура испита је иста као и ОГЭ. Обавезни предмети су руски језик и математика (у два нивоа), а изборни предмети (два или више, по жељи ђака и у складу са захтевима високообразовне институције) су физика, хемија, историја, науке о друштву, информатика и ИКТ, биологија, географија, страни језици (енглески, немачки, француски, шпански), и руска књижевност. Разраду задатака у ЕГЭ обезбеђује Федерални институт педагошког вредновања (ФИПИ). Минимални број бодова за позитивну оцену је прописан. Он износи за руски језик 36 од 100 могућих, а за математику 27 од 100 могућих.

Постоје два нивоа испита из математике: базни и профилни. Први је минимум неопходан за добијање дипломе, док високошколске институције траже други ниво приликом уписа односно наставка школовања. Ево неколико примера задатака са ових испита (демо верзија за ЕГЭ 2019).

- 1) (базни задатак) У троуглу ABC угао C једнак је 90° , $AB=25$, $AC=24$. Наћи $\cos B$.
- 2) (базни задатак) Ниво воде у суду цилиндричног облика је на висини од 80 цм. На којој висини ће се налазити ниво воде ако је прелијемо у други цилиндрични суд чији је полупречник основе четири пута већи од датог суда? Одговор дати у сантиметрима.
- 3) (профилни задатак) Решити неједначину $\log_{11}(8x^2+7) - \log_{11}(x^2+x+1) \geq \log_{11}(x/(x+5)+7)$
- 4) (профилни задатак) Две кружнице се додирују споља у тачки K . Права AB додирује прву кружницу у тачки A а другу у тачки B . Права BK сече прву кружницу у тачки D , права AK сече другу кружницу у тачки C .
 - (а) Докажете да су праве AD и BC паралелне.
 - (б) Нађите површину троугла AKB ако се зна да су полупречници кружница 4 и 1.

¹² Видети www.fipi.ru/ege-i-gve-11

ЗАКЉУЧАК

Образовање у Русији је током векова развоја модерне државе од Петра Великог до данас претрпело значајне промене. Ипак, образовна традиција руских школа је увек била и данас остала јака, а ниво знања који се у школама постиже висок, посебно из математичких и природно-научних предмета. Професија наставника је, можда са изузетком периода транзиције од распада Совјетског Савеза до консолидације Руске Федерације (оквирно од 1991. до 2000), увек била веома цењена, а држава је улагала и улаже велика средства у образовање. На пример, у 2019. години је по налогу председника Русије Државна Дума одобрила једнократну помоћ у изосу од милион рубаља (око 14.000 евра) неповратне подршке сваком учитељу који оде на рад у провинцију.

Иако је образовни систем претрпео одређене промене у последње две деценије, од којих је највећа децентрализација школских програма, у целини је сачувао све своје најбитније елементе, од којих је најважнији «елитизам» - у наредни ниво образовања иду само они најбољи из претходног. Или, како је више пута о образовању рекао В.В. Путин, «будем держать планку высоко», држаћемо летицу високо. Ово становиште представља и кредо аутора овог текста.

Развој на образовниот систем на Руската федерација - поуки за иднината

Александар Т. Липковски

Универзитет во Белград-Математички факултет, Белград, Србија

Апстракт. *Historia magistra vitae est.* Овие зборови на Марко Тулиј Цицерон не се запишани случајно. Кога не нив почесто би обрнувале внимание, би ни било многу подобро. Во ова работа е презентирани историскиот развој на еден од најдобрите образовни системи во Европа и светот, барем во областа на природните науки и математиката - рускиот образовен систем, од времето на Петар Велики, на почетокот на 18 век, до реформската сегашност, на почетокот на 21 век. Од излагањето можат да се извлечат соодветни поуки поврзани и со денешната состојба.

Клучни зборови: образовни системи, историја на образованието, реформа на образованието, Руска Федерација

Razvoj konceptualnog razumijevanja u nastavi talasne optike

Vanes Mešić

Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Sarajevu, Bosna I Hercegovina

Apstrakt. Pojmove materije, energije, interakcije i talasa mnogi metodičari smatraju konceptualnom osnovom fizike, te se u skladu s tim ističe da pomenuti bazični pojmovi trebaju činiti stubove modernog kurikuluma fizike. U okviru ovakve koncepcije kurikuluma bitno je obezbijediti kumulativno razvijanje razumijevanja o bazičnim fizikalnim pojmovima.

Jedna od oblasti fizike koja predstavlja potencijalno plodotvoran kontekst za razvijanje konceptualnog razumijevanja o talasima jeste talasna optika.

Međutim, rezultati edukacijskih istraživanja konzistentno pokazuju da je tradicionalna nastava talasne optike relativno neefikasna, te da za učenike ali i studente viših godina studija predstavlja jednu od najzahtijevnijih oblasti fizike.

Predviđeno je da se u okviru predavanja prezentiraju rezultati edukacijskih istraživanja, prvobitno provedenih radi odgovaranja na sljedeća pitanja:

1) Kako izgledaju ustaljena učenička i studentska shvatanja o najbitnijim pojavama talasne optike?

2) Kako možemo mjeriti konceptualno razumijevanje u srednjoškolskoj i univerzitetskoj nastavi talasne optike?

3) Kako možemo doprinijeti razvoju konceptualnog razumijevanja u nastavi talasne optike?

Najprije će biti razmotreni rezultati ranijih istraživanja o učeničkim miskoncepcijama iz oblasti talasne optike i biće prodiskutovani mogući uzroci tih poteškoća. Pri tome će poseban naglasak biti na učeničkim poteškoćama u korištenju vizualnih reprezentacija u nastavi talasne optike, kao i na njihovim shvatanjima o uticaju dimenzija pukotine i svjetlosnog snopa na karakteristike difrakcione slike.

Zatim će ukratko biti predstavljeni rezultati dugogodišnjeg istraživanja koje je imalo za cilj razvijanje baze test zadataka za mjerenje konceptualnog razumijevanja talasne optike. U ovom kontekstu će biti prodiskutovani potencijali Rasch modela, kao i različite validacijske tehnike.

Najzad je predviđeno razmatranje didaktičkih potencijala različitih vizualnih reprezentacija u nastavi talasne optike, te prezentiranje rezultata eksperimentalnog istraživanja koje je imalo za cilj usporedbu efikasnosti različitih vizualizacija.

Ključne reči: talasna optika, vizualizacije, miskoncepcije, Rasch model

Развој на концептуалното разбирање на содржини од бранова оптика

Ванес Месиќ

*Универзитет во Сараево, Природно-математички факултет, Сараево,
Босна и Херцеговина*

Апстракт. Поимите материја, енергија, заемнодејство и бранови многу методичари ги сметаат за концептуална основа на физиката, па во склад со тоа се истакнува дека споменатите основни поими треба да ги чинат столбовите на современите наставни програми по физика. Во рамките на ваква концепција на наставните програми важно е да се обезбеди кумулативно развивање на разбирањето на основните физички поими.

Една од областите на физиката која преставува потенцијално плодна почва за развивање на концептуалното разбирање на брановите е брановата оптика.

Меѓутоа, резултатите од образовните истражувања конзистентно покажуваат дека традиционалната настава при изучување на содржини од бранова оптика е релативно неефикасна, па за учениците но и за студентите на повисоките години претставува сериозна пречка за успешно разбирање на физиката.

Предвидено е во рамки на предавањето да се презентираат резултати од образовни истражувања, првобитно направени со цел да се добијат одговори на следниве прашања:

- 1) Какви се востановените сфаќања на учениците и студентите за најбитните поими во брановата оптика?
- 2) Како можеме да го измериме концептуалното разбирање на содржини од бранова оптика стекнато во училиште или на факултет?
- 3) Како можеме да придонесеме во развојот на концептуалното разбирање во наставата од бранова оптика?

Прво ќе бидат разгледани резултатите од претходни истражувања за погрешните концепти од областа на брановата оптика и ќе бидат дискутирани можните причини за ваквите потешкотии. При тоа посебен акцент ќе биде ставен на ученичките потешкотии во користењето на визуелни демонстрации во наставата по бранова оптика, како и на нивното разбирање за влијанието на димензиите на пукнатината и светлосниот сноп на карактеристиките на дифракционата слика. Потоа накратко ќе бидат претставени резултатите од долгогодишното истражување кое имаше за цел развивање на база со тест задачи за мерење на концептуалното разбирање на брановата оптика. Во овој контекст ќе бидат дискутирани потенцијалите на Rasch – овиот модел, како и други различни валидациски техники.

На крај е предвидено разгледување на дидактичките потенцијали на различните визуелни демонстрации во наставата по бранова оптика, како и презентирање на резултатите од експерименталното истражување кое имаше за цел да направи споредба на ефикасноста на различните визуелизации.

Клучни зборови: бранова оптика, визуелизација, мисконцепција, модел на Rasch

Tko je ugasio svjetlo ili O novom kurikulumu fizike u Hrvatskoj

Krešo Zadro

Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb, Hrvatska

Apstrakt. U Hrvatskoj je 2015. godine započeo projekt cjelovite kurikularne reforme. 'Zastarjele' nastavne programe, za osnovnu školu iz 2006. godine a za gimnazije čak iz 1994. godine, željelo se zamijeniti modernim nacionalnim kurikulumima. Novi predmetni kurikulumi su strukturirani po domenama ili konceptima, sadržaj je zamijenjen sadržajnim ishodima, uvedene su i raspisane četiri razine usvojenosti sadržajnih ishoda (zadovoljavajuća, dobra, vrlo dobra, iznimna). Osnovna ideja u pozadini je rasteretiti učenika i potaknuti na učenje s razumijevanjem umjesto učenja napamet ('štrebanja').

Projekt je izazvao brojne žestoke rasprave, kako u akademskoj zajednici tako i općoj javnosti. Opća javnost je posebno polarizirana u pogledu na promjene u predmetnim kurikulumima u humanističkom i društvenom području te u pogledu na kurikulum međupredmetne teme Građanski odgoj, što je cijeli projekt često vodilo u političku sferu. Posljedično, sastav Ekspertne radne skupine, koja vodi projekt, mijenjao se nekoliko puta. Nakon velikih rasprava i nekoliko izmjena početne verzije, kurikulumi se ove 2019./20. školske godine u okviru projekta 'Škola za život' frontalno uvode u nastavu u 1., 5. i 7. razredu osnovne škole te u 1. razredu gimnazije.

Predmetni kurikulumi u prirodoslovnom području nisu privlačili posebnu pozornost javnosti. Je li to onda bila prilika za napraviti kvalitetne kurikulume matematike, fizike, kemije i biologije? Nažalost ne, ovdje su ograničavajući faktor bili nametnuti rubni uvjeti. Iskustva četverogodišnje kurikularne reforme bit će prezentirana na primjeru prirodoslovnih predmeta posebno fizike.

Ključne reči: kurikularna reforma.

Кој го изгасна светлото или за новите наставни програми во Хрватска

Крешо Задро

Универзитет во Загреб, Природно-математички факултет, Загреб, Хрватска

Апстракт. Во Хрватска во 2015 година започна проект на сеопфатни промени во наставните програми. „Застарените“ наставни програми, за основните училишта од 2006 година, како и гимназиските програми од 1994 година, требаше да се заменат со модерни национални наставни програми. Новите предметни програми се структурирани по домени или концепти, во содржината се нагласени резултатите од учењето и усвоени се четири нивоа на постигнувања (задоволително, добро, многу добро, одлично). Основната идеја зад ова е да се намали оптеретувањето на учениците и да се поттикне учењето со разбирање отколку да се учи напамет („да се набуба“).

Овој проект предизвика бројни и жестоки дискусии, како во академската средина така и кај пошироката јавност. Пошироката јавност беше посебно поларизирана во однос на промените во предметните програми во хуманистичките и општествените предмети како и во однос на програмата по интердисциплинарниот предмет Граѓанско образование, што целиот проект често го водеше во политичките сфери на интерес. Како последица на сето ова, составот на Експертската работна група која го води проектот се менуваше неколку пати. После бројни расправи и неколку измени на почетната верзија, наставните програми започнаа да се воведуваат од оваа учебна 2019/2020 учебна година во рамки на проектот „Школа за животот“, фронтално во наставата во прво, петто и седмо одделение како и во прва година гимназиско образование.

Предметните програми за предметите од природните науки не привлекоа посебно внимание во јавноста. Дали тоа беше вистинска можност да се направат квалитетни програми за математика, физика, хемија и биологија? За жал не, во овој случај како ограничувачки фактор беа наметнати гранични услови. Искуствата од четиригодишните реформи на наставните програми ќе бидат презентирани на примери од природните науки со посебен акцент на програмите по физика.

Клучни зборови: реформа на наставни планови.

Elementary teachers' mathematical knowledge for teaching in Slovenia

Alenka Lipovec

University of Maribor, Faculty of Natural Sciences and Mathematics, Faculty of Education, Maribor, Slovenia

Abstract. We will point out some differences among two research fields, mathematics and mathematics education and describe them on several examples of Slovenian educational system and specifics of Slovenian mathematical curriculum in elementary school. Theoretical framework consists of the concept of mathematical knowledge for teaching with special attention to SCK-specialized knowledge for teaching. We will describe SCK on two examples: arithmetic example stems from traditional subtraction algorithm as performed in Slovenia and second, geometrical example has origin in 4th grade Slovenian textbook. Additionally, importance of by primary students' self-designed drawings of mathematical concepts will be addressed.

Key words: spiral curriculum, figural concept.

Математичкото знаење на одделенските наставници во Словенија

Аленка Липовец

Универзитет во Марибор, Природно-математички факултет, Факултет за образование, Марибор, Словенија

Апстракт. Ќе потенцираме неколку разлики помеѓу двете истражувачки полиња, математика и математичко образование и ќе ги опишеме на неколку примери од словенскиот образовен систем и спецификите на наставната програма по математика за одделенска настава во Словенија. Теоретската рамка се состои од концептот за математичко знаење за изведување настава со посебен осврт на специјализираното знаење за изведување настава (СЗИН). Пристапот ќе биде опишан на два примери: аритметички пример кој произлегува од традиционалниот алгоритам за одземање како што се изучува во Словенија, и вториот, геометриски пример кој потекнува од учебникот по математика за четврто одделение во Словенија. Дополнително, ќе стане збор и за важноста на цртежите за математичките концепти направени од самите ученици во одделенска настава.

Клучни зборови: спирална наставна програма, фигурален концепт.

Математички натпревари: за и против

Ристо Атанасов

Western Carolina University, USA

Апстракт. Јасно е дека математичките натпревари го поттикнуваат интересот на учениците кон математиката и ги подобруваат нивните способности за решавање на проблеми. Натпревар од кој било тип ги подготвува учениците да се справат со успеси и неуспеси и ги учи дека за успех е потребна работа и подготовка. Скоро секој вреден и интересен предизвик во животот е пропратен со одреден степен на притисок и токму натпреварите им помагаат на учениците да се справат со него. И покрај многуте придобивки од натпреварите, треба да бидеме внимателни со нив. Една од опасностите е учениците да учествуваат на натпревари што се над нивните способности и знаења. Доколку учениците постигнуваат континуирани слаби резултати, наместо да бидат мотивирани, ќе бидат обесхрабени. Исто така, натпреварите може да бидат исцрпувачки за учениците. Во двата случаи не само што учениците може да изгубат интерес кон натпреварите, туку и да изгубат интерес кон математиката. Во оваа презентација ќе ги дискутираме позитивните и негативните страни на натпреварите.

Клучни зборови: математички натпревари.

Matematika u pretkolumbovskoj Americi (Mathematics in precolumbian America)

Aleksandar Krapež

Matematički institut SANU, Beograd, Srbija

Abstract. This is a short review of the conquest of America by humans. We show the most important discoveries by American indigenous cultures including basic mathematics and astronomy, domestication of animals and plants, architecture and medicine. Particular emphasis is given to the Mayan 'doomsday prophecy' - a nonevent from 2012.

Key words: Maya, Aztec, Inca, number system, calendar, "doomsday", geoglyph.

Математиката во претколумбовска Америка

Александар Крапеж

Математички институт САНУ, Белград, Србија

Апстракт. Ова е краток преглед на освојувањето на Америка од страна на луѓето. Ги прикажуваме најважните откритија на американската автохтона култура вклучувајќи ги основната математика и астрономијата, припитомувањето на животните и растенијата, архитектурата и медицината. Посебен акцент е даден на „пророштвото на Маите за судниот ден" - настанот што не се случи во 2012 година.

Клучни зборови: Маи, Ацтеки, Инки, броен систем, календар, "судниот ден", geoglyph.

Европска олимпијада по физика: досегашни искуства и анализи

Ирина Петреска

*Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје, Природно-математички факултет,
Институт за физика, Архимедова 3, 1000 Скопје, Македонија*

Апстракт. Целта на овој труд е наставниците по физика и сродните науки да ги добијат општите информации за Европската олимпијада по физика, како и да се запознаат со досегашните искуства на македонските тимови, коишто учествувале на ова натпреварување. Европската олимпијада по физика започна да се одржува во 2017 година, со цел да се организира едно натпреварување со поинаков концепт од Меѓународната олимпијада по физика, којашто се одржува уште од 1967 година. Имено, за разлика од Меѓународната олимпијада по физика, каде што акцентот е ставен на долги теориски и експериментални задачи, во коишто се даваат извесни насоки и упатства за решавање, на Европската олимпијада по физика, задачите содржат кусо објаснување на проблемот со голем простор за креативност во решавањето. Во рамките на овој труд ќе бидат посочени разликите помеѓу овие две олимпијади преку анализа на избрани задачи. И покрај тоа што досега се одржани само три Европски олимпијади, споделувањето на стекнатите искуства би било од интерес за подобрување на пристапот при подготовката на учениците за меѓународните натпревари по физика, како и за збогатување на содржините и активностите во редовната настава по физика.

Клучни зборови: Олимпијади по физика, меѓународни натпревари.

ВОВЕД

Во образованието по математика, физика и сродните науки, како впрочем и по сите останати наставни предмети, особено важна улога играат натпреварите за учениците од основните и средните училишта. Како што е познато, овие натпревари се организираат на различни нивоа почнувајќи од училишни натпревари, преку општински, регионални, државни и на крајот меѓународни. Имајќи предвид дека фокусот на оваа конференција се математиката, физиката и сродните науки, во рамките на трудот ќе бидат дадени некои основни информации и анализи во врска со Европската олимпијада по физика (EuPhO), којашто претставува натпревар од меѓународен карактер за ученици од средните училишта, или попрецизно ученици коишто сеуште го немаат започнато своето универзитетско образование и чијашто старост не надминува 20 години на 30 јуни во годината во којашто се натпреваруваат. Европската олимпијада по физика за прв пат се одржа во 2017 година со цел да се започне едно натпреварување со поинаков концепт од Меѓународната олимпијада по физика (IPhO) од една страна, а од друга да се востанови традиција за олимпијада по физика на ниво на цела Европа. Силабусот и на двете олимпијади е ист [1].

Досега се одржани три олимпијади. Првата олимпијада (EuPhO 2017) се одржа во Тарту и Талин, Естонија во периодот од 20-24 мај 2017 година; втората (EuPhO 2018) се одржа во Долгопрудниј, Московски регион, Русија во периодот од 28 мај до 1 јуни 2018,

додека третата (EuPhO 2019) се одржа во Рига, Латвија во периодот од 31 мај до 4 јуни 2019.

Во трудот најпрво ќе бидат дадени информации околу начинот на организирање и правилата за учество на олимпијадата, потоа ќе биде презентирани начинот на селекција на македонскиот тим и досегашните искуства на нашите тимови, а на крајот ќе биде направена анализа на видот и содржината на задачите, коишто се даваат на Европската олимпијада по физика во споредба со Меѓународната олимпијада по физика. Како заклучок ќе бидат дадени одредени насоки за подобрување на пристапот при подготовката на талантираните ученици за меѓународните натпревари воопшто.

ЕВРОПСКА ОЛИМПИЈАДА ПО ФИЗИКА – ОСНОВНИ ИНФОРМАЦИИ

За организацијата на олимпијадата и изборот на задачи одговорен е академски одбор, којшто е постојано тело на олимпијадата и се состои од 7 или повеќе членови, вклучувајќи го и Претседателот на олимпијадата, како и локален организационен одбор предложен од земјата домаќин. Покрај постојаните членови, академскиот одбор може да се прошири и со дополнителни членови и да работи како проширен академски одбор за дадената олимпијада. Проширувањата се прават поради потребите за обезбедување и подготовка на експерименталните комплекти, како и прегледувањето на решенијата на натпреварувачите.

Секоја земја учесник може да испрати тим со најмногу пет ученици, еден водич и еден набљудувач. Правилата за организирање и учество на олимпијадата се регулирани со Статутот на Европската олимпијада по физика, којшто се донесе на третата Европска олимпијада по физика во Рига на 1 јуни 2019 година [2]. На олимпијадата може да учествуваат и земји што не се од Европа, но надвор од конкуренција, односно тие не влегуваат во вкупната бројка на официјални учесници при одредувањето на праговите за доделување одличја. Исто така, земјата домаќин има право да учествува со два тима, од коишто едниот вон конкуренција.

Натпреварот се состои од теоретски и експериментален дел, при што теоретскиот дел се состои од три задачи, а експерименталниот од два дела. Вкупниот број поени од задачите изнесува 50, односно 30 поени од теоријата и 20 поени од експериментот. Праговите за доделувањето медали и пофалници се поставуваат според следната шема: најмалку 8% од официјалните натпреварувачи добиваат златен медал, најмалку 25% сребрен медал, најмалку 50% бронзен медал и најмалку 67% од вкупниот број официјални учесници добиваат пофалница. На олимпијадата се доделуваат и специјални награди за најдобро решение на теоретската задача, најдобро решение на експерименталната задача, како и некои други награди мотивирани од постигнувањата на учениците на дадената олимпијада. Експерименталниот и теоретскиот дел од натпреварувањето се одвиваат во два последователни дена во времетраење од по пет часа. Инаку, целиот настан трае пет дена, почнувајќи со свечено отворање и претставување на учесниците, а завршувајќи со церемонија за прогласување на победниците и доделување медали и пофалници.

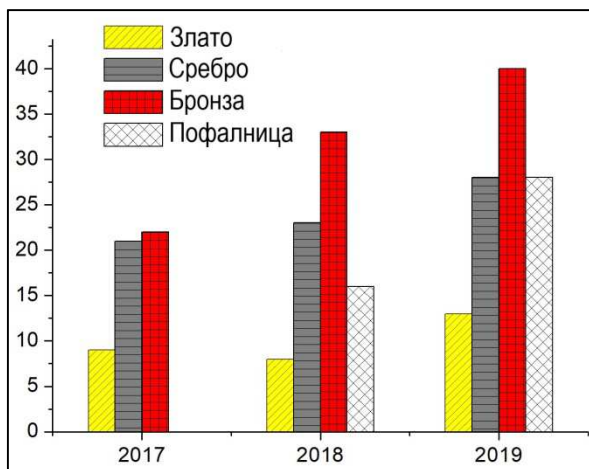
Преглед на податоци од досегашните Европски олимпијади

Во табела 1 е прикажан бројот на учесници на Европските олимпијади од 2017 до 2019 година [3-6]. Интересот за оваа олимпијада од година во година расте, така што во 2017 учествуваа вкупно 20 земји, во 2018 овој број изнесуваше 23, а во 2019 година 36 земји.

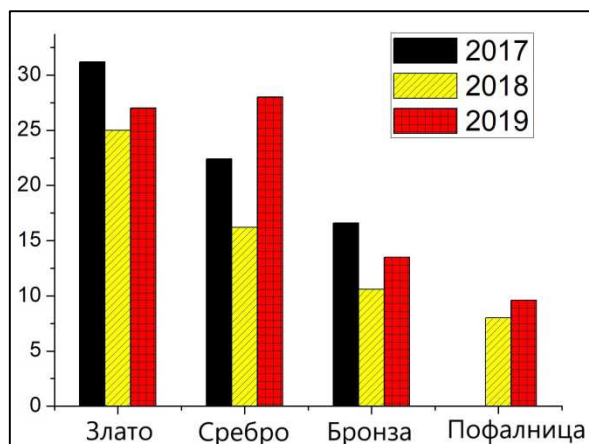
ТАБЕЛА 1. Вкупен број на учесници на досегашните олимпијади според податоците објавени на интернет страните на олимпијадите [2-5].

	Вкупен број	Официјални учесници
EuPhO 2017 - Естонија	92	79
EuPhO 2018 - Русија	115	108
EuPhO 2019 - Латвија	169	123

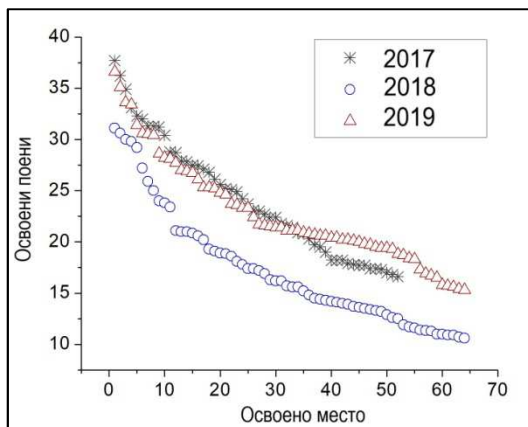
На графиконот даден на слика 1 спореден е бројот на освоени медали и пофалници на трите олимпијади, а на слика 2 прикажани се праговите за освојување медали и пофалници [3-5]. Распределбата на поените од трите олимпијади споредбено е дадена на слика 3.



СЛИКА 1. Број на освоени медали на Европската олимпијада по физика во текот на тригодишното одржување. Во овие податоци влегува вкупниот број на освоени одличја и од официјалните и од гостинските тимови. *Забелешка:* На првата Европска олимпијада во 2017 година не се доделуваа пофалници.



СЛИКА 2. Вредности на праговите за освојување медал на Европската олимпијада по физика во текот на тригодишното одржување. Максималниот број поени на олимпијадата е 50. При поставувањето на прагот не се сметаат учесниците што се надвор од конкуренција, односно гостинските тимови. *Забелешка:* На првата Европска олимпијада во 2017 година не се доделуваа пофалници.



СЛИКА 3. Распределба на поените на носителите на медал.

Дополнителни информации и анализи на резултатите, како и извадоци од решенијата на најдобрите учесници и носителите на специјални награди може да се најдат во референците [3-6].

Македонски тимови на Европските олимпијади

Нашата земја има учествувало на трите Европски олимпијади досега. Што се однесува до селекцијата на македонскиот тим, истата се спроведува од страна на Комисијата за натпревари при Друштвото на физичарите на Република Македонија како посебен селекционен натпревар којшто се одржува во месец февруари. На селекцијата се покануваат сите наградени ученици од републичкиот натпревар за учениците од средните училишта од претходната година. Во зависност од резултатите, Комисијата за натпревари избира најмногу пет ученици. На првата олимпијада, Македонија се претстави со тим од пет ученици и еден водич, на втората тројца ученици и двајца водичи, а на третата, четири ученици и еден водич. Досега најдобар пласман и успех од нашите претставници на оваа олимпијада има постигнато ученикот Александар Иванов, којшто освои бронзен медал на втората Европска олимпијада по физика 2018 во Русија. Ова е досега и единствен медал за нашата земја на оваа олимпијада.



СЛИКА 4. Македонските натпреварувачи. EuPhO 2017, од лево кон десно: Марија Мојсовска, Христијан Ржаникоски, Наум Димитриески, Александар Иванов и Мартин Ристовски. EuPhO 2018, од лево кон десно: Мартин Ристовски, Александар Иванов (носител на бронзен медал) и Иван Јовановски. EuPhO 2019, од лево кон десно: Војо Митревски, Иван Јовановски, Благоја Савевски и Димитар Џорлев.

Подготовката на тимовите после извршената селекција, се состои во посебно организирана подготвителна настава од страна на ДФРМ, којашто се одвива на Институтот за физика при ПМФ, самостојна работа на учениците и работа со нивните

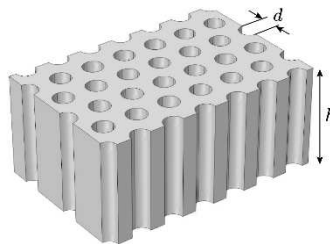
ментори во училиштата. Со оглед на тоа што силабусот на меѓународните олимпијади по физика е драстично пообеман и со повисоко ниво на тежина во однос на материјалот застапен во наставните програми по физика во средното образование кај нас, при работата со талентирани ученици нужно е најпрво да се прошири нивното знаење со делови коишто се предмет на општите курсеви по физика во високото образование.

АНАЛИЗА НА ИЗБРАНИ ЗАДАЧИ

Концептот на задачите на оваа олимпијада е доста поразличен во споредба со најстариот меѓународен натпревар по физика, Меѓународната олимпијада по физика, којашто се одржува уште од 1967 година [7]. За разлика од Меѓународната олимпијада, каде што се даваат долги задачи со подетални објаснувања и упатства, на Европската олимпијада задачите се кратки и акцентот е ставен на креативното размислување на учениците, како во теоретските, така и во експерименталните задачи, каде што од учениците се очекува сами да го осмислат и постават експериментот.

Во понатамошното излагање ќе направиме анализа на првиот дел од експерименталната задача, дадена на Европската олимпијада по физика 2018 [8]. Во продолжение ја даваме формулацијата на задачата.

Порозна мембрана. Ќе се изучува мембрана од аноден алуминиум оксид. Мембраната е провидна, има дебелина h и цилиндрични канали со дијаметар d и порозност p (волуменски удел на каналите во мембраната, т.е. односот на волуменот на каналите кон вкупниот волумен на мембраната). Претпоставете дека мембраната е оптички хомогена и ве молиме **не ја допирајте** површината на мембраната!



СЛИКА 5. Порозна мембрана.

А) Дифузија. Опрема: Херметички затворен сад со прозорец од мембраната и две цевки за поврзување со штипки (дијаметарот на прозорецот е $d_w = 13 \text{ mm}$), во којшто има сензор за концентрација на јаглерод диоксид (CO_2) со горна работна граница од 0,5%; извор на напон; два вентилатора со батериски блок (поставете ја последната батерија за да работите).

Ако со c е означена концентрацијата (бројот на молекули во единица волумен) на CO_2 на едниот крај на каналот, а со c_0 на другиот крај, густината на флуksот на CO_2 во каналот е дадена со $j = D(c - c_0)/h$; D е коефициентот на дифузија. Поради тоа што каналите се потесни од средниот слободен пат, брзината на дифузија е одредена со дијаметарот на каналите: $D \approx vd/3$; v е средната квадратна брзина на молекулите на CO_2 . Собната температура е дадена со $T = (295 \pm 5) \text{ K}$.

Задача. Предложете функционална зависност за менувањето на $c - c_0$ со текот на времето, проучете ја експериментално зависноста, одредете ги параметрите на зависноста и проценете ги грешките.

За да ја решат оваа задача учениците прво треба да имаат солидно теоретско знаење

за појавата дифузија и самостојно да ја изведат или да ја претпостават функционалната зависност на концентрацијата од времето. Во продолжение ќе го дадеме начинот на којшто може тоа да се направи.

Промената на бројот на CO_2 молекули во единица време во внатрешноста на садот може да се одреди според $\frac{d(cV)}{dt} = -jpS_0$, каде што pS_0 е вкупната површина на каналите (V - волумен на садот, а S_0 - површина на кружниот прозорец со дијаметар d_w). За флуksот низ каналите се користи релацијата дадена во условот на задачата, $j = D(c - c_0)/h$, па ако се земат предвид овие релации, може да се дојде до диференцијалната равенка од обликот

$$\frac{dc}{dt} = -\frac{DpS_0}{Vh}(c - c_0), \quad (1)$$

чиешто решение е од експоненцијален облик и е дадено со

$$c(t) = c_0 + Ce^{-t/\tau}, \quad (2)$$

каде што $\tau = \frac{Vh}{DpS_0}$ е карактеристично време на дифузијата, што претставува параметар на дифузијата, во којшто влегуваат геометриските карактеристики на садот и мембраната, како и коефициентот на дифузија. Карактеристичното време може да се одреди експериментално.

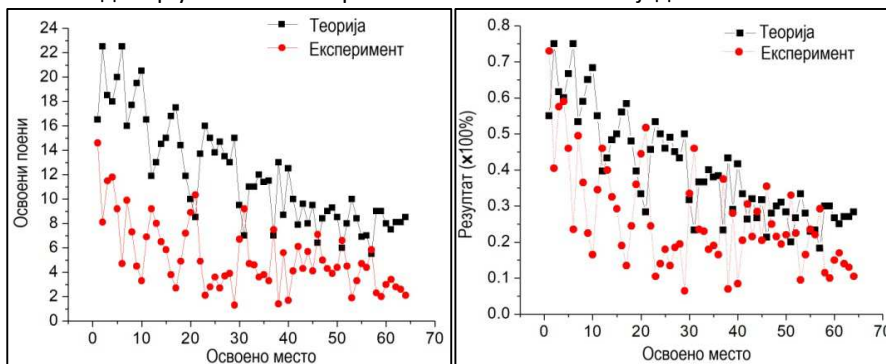
Откако ќе ја постават функционалната зависност и ќе заклучат кои параметри треба да ги одредат, учениците треба со користење на уредите и приборот што го имаат на располагање да дизајнираат експериментална поставка со помош на којашто ќе може да ја проверат изведената зависност. Самите треба да се досетат дека како извор на CO_2 може да ги користат своите бели дробови, односно да издишат дувајќи преку цевките во садот со што садот ќе се исполни со CO_2 , додека пак, од надворешната страна на мембраната, концентрацијата c_0 ќе биде еднаква на атмосферската концентрација на јаглерод диоксидот. Оваа концентрација треба да ја измерат уште на почетокот, вклучувајќи го сензорот и постапувајќи според упатството за употреба. Исто така, потребно е да ги искористат вентилаторите, така што едниот ќе биде вклучен внатре во садот, со што ќе се обезбеди рамномерна концентрација c , додека другиот треба да се вклучи покрај мембраната од надворешната страна за да се одведува јаглерод диоксиодот што излегува од садот, со што ќе се обезбеди концентрацијата надвор од мембраната цело време да биде еднаква на атмосферската концентрација c_0 . Учениците треба да направат серија отчитувања на концентрацијата внатре во садот во одредени временски интервали, да ги внесат вредностите во табела и графички да ја прикажат зависноста $c - c_0$ од времето. Потоа треба да го одредат карактеристичното време, што наједноставно може да се направи доколу се нацрта зависноста $\ln(c - c_0)$ од времето, при што доколку се добри мерењата треба да се добие линеарна зависност. Од коефициентот на правецот на вака добиената права едноставно се определува карактеристичното време на дифузијата. Деталното решение може да се најде во [9].

Без да одиме во детали, ќе дадеме само како пример неколку поставени барања на втората експерименталната задача на Меѓународната олимпијада по физика 2016 во којашто се изучуваат фазни премини [10]. За таа цел се користи пластичен цилиндер поврзан со звучник (мембрана којашто може да осцилира). Цилиндерот е поделен на два дела со ниска преграда и на почетокот на експериментот само во едната половина од цилиндерот се поставуваат зрнца од афион. Со зголемување на амплитудата на осцилирање на звучникот, се зголемува и кинетичката енергија на зрнциата, така што зрнциата ќе почнат да преминуваат во другата половина. Во одреден момент бројот на зрнца во двете половици ќе стане еднаков, што кореспондира на постигнување критични услови кај континуирани фазни премини од различна природа. На пример, ако станува

збор за магнетни фазни премини, критичен параметар може да биде температурата. Целта на експериментот е да се изучат критичните параметри преку опишаниот модел на фазен премин. Барањата во задачата се поставени на следниот начин (дадени се само првите три барања од задачата): A1) За различни вредности на амплитудата на осцилирање запиши го во дадената табела бројот на зрнца N_1 и N_2 , кои се наоѓаат во секоја од половинките на цилиндерот; A2) Пресметај ја стандардната девијација за мерењата на N_1 и N_2 и запиши ги резултатите во дадената табела. Графички претстави ја зависноста на N_1 и N_2 како функција од амплитудата, притоа на графикот означи ги и грешките од секое од мерењата; A3) Од графикот одреди ја критичната амплитуда на која N_1 и N_2 се еднакви, односно $N_1 = N_2$ после долго време при што се постигнува рамнотежна состојба. Се разбира на овие барања им претходи опширен вовед во којшто се дадени теоретските основи на изучуваната појава, како и детален опис и слики на апаратурата. Ако се направи споредба на оваа формулација со формулацијата на експерименталната задача на европската олимпијада, може да се види дека на Меѓународната олимпијада, барањата се прецизно формулирани и чекор по чекор се оди од поедноставни кон посложени задачи, додека, пак, на европската олимпијада за да дојде до одговорот на поставеното прашање, ученикот треба самиот да заклучи кои параметри треба да ги измери и на кој начин да го постави и изведе целиот експеримент. Што се однесува до теоретските задачи, тие се исто така со кратки услови без многу објаснувања и без постапно изложени барања. Дobar извор за подготовка на учениците за теоретските задачи се референците [11-12].

Генералниот впечаток од досегашните искуства е дека вака поставените задачи, во коишто не се даваат детални упатства и се остава простор за креативни решенија се „потешки“ за учениците.

На слика 6, графички се претставени резултатите од теоретскиот и експерименталниот дел на носителите на медал на Европската олимпијада 2018 во Русија. На првиот график дадени се апсолутните вредности на поените, додека на вториот прикажани се ренормираните вредности во однос на максималниот број поени, којшто изнесува 30 за теоретскиот дел и 20 поени за експерименталниот. Од графициите може да се воочи дека резултатите на учениците се послаби на експерименталната задача, од којашто еден дел беше образложен во овој текст. Исто така, од споредбата на ренормираните вредности на вториот график на слика 6, забележителни се разликите во постигнувањата на учениците, односно кај добар дел се забележуваат значително подобри резултати од теоријата одошто од експериментот, додека само мал дел покажале подобар успех на експериментот на оваа олимпијада.



СЛИКА 6. Споредба на резултатите од теоретскиот и експерименталниот дел на носителите на медали од Европската олимпијада по физика 2018.

ЗАКЛУЧОК

Целта на овој информативен преглед на Европската олимпијада по физика, како и направената анализа на пример задачи беше да се запознаат наставниците по физика, математика и сродните дисциплини со овој нов меѓународен натпревар по физика, што е од интерес за унапредувањето и подобрувањето на пристапот при работа со талентираните ученици. Нашите досегашни резултати на меѓународните натпревари по физика, подготвеноста на учениците за селекционите натпревари и работата со нив во текот на подготовките, укажуваат на тоа дека материјалот што е опфатен со наставните програми на редовните часови по физика не дава доволна основа за нашите ученици да бидат конкурентни на овие натпреварувања, не само со останатите учесници од европските земји пошироко, туку и од самите балкански земји. Поради ова, за талентираните ученици по физика полезно е да се организира додатна настава во текот на целата година, паралелно со редовниот наставно-образовен процес, на којашто ќе се изучува напредна и проширена програма и од областа на физиката и од областа на математиката. Особено важно е да се препознаат талентираните ученици и со нив да се започне со работа уште од самиот почеток на изучувањето на физика. Овде треба да се истакне дека при селекцијата, учениците од прва до четврта година добиваат исти задачи, коишто ги опфаќаат сите области од физиката, така што за да се развие еден систем за подготовка на учениците за меѓународните натпревари, учениците од пониските години прво треба да го совладаат материјалот од редовната наставна програма по физика во повисоките години. Нашите искуства во однос на вклучувањето на ученици од прва или втора година во тимовите за олимпијади се позитивни, и се покажува дека успехот на овие натпреварувања може да се подобри доколку со талентираните ученици се започне со систематизирана и насочена работа, според силабусот на меѓународните олимпијади, уште во прва година. Поставувањето на задачи, во коишто од учениците се бара самите да осмислат експериментални мерења, макар и наједноставни, е од особено значење за развојот на креативното размислување и оспособувањето на учениците за соочување со реални истражувачки проблеми, што е и една од целите на олимпијадата.

И покрај тоа што Европската олимпијада по физика е нова и нема доволно податоци за опсежни анализи, сепак веруваме дека споделувањето на досегашните искуства е од интерес за унапредувањето на работата со талентираните ученици и изнаоѓањето пристапи во работата со нив, усогласени со потребите на оваа олимпијада, но и на останатите меѓународни натпреварувања.

ЛИТЕРАТУРА

1. <https://www.ioc.ee/~kalda/iphO/Syllabus-new.pdf>
2. https://www.ioc.ee/~kalda/iphO/EuPhO/EuPhO_Statutes.pdf
3. http://eupho.ut.ee/problems/1stEuPhO_results.pdf
4. <http://eupho2018.mipt.ru/pdf/eupho18-results.pdf>
5. <https://eupho2019.lv/list-of-award-recipients/>
6. <https://www.ioc.ee/~kalda/iphO/EuPhO/>
7. Gorzkowski W., International Physics Olympiads (IPhO): Their History, Structure and Future, *AAPPS Bulletin*, **17** (3), (2007), pp. 2-11.
8. <http://eupho2018.mipt.ru/pdf/eupho18-experiment.pdf>
9. <http://eupho2018.mipt.ru/pdf/eupho18-exp-solution.pdf>
10. <http://www.ipho2016.org/webcontent/exams/experiment/translations/TRANSLATION-E2-Q-MKD-Makedonski.pdf>
11. Gnädig P., Honyek G., Riley K. F., 200 Puzzling physics problems, Cambridge University Press, 2001.
12. Gnädig P., Honyek G., Vigh M., 200 More puzzling physics problems, Cambridge University Press, 2016.

Investigating the Impact of Flipped Learning on Mathematics Performance and Math Anxiety

Yilmaz Deliktaş¹, Irena Stojkovska²

¹*PSU Yahya Kemal, Skopje, Macedonia*

²*Institute of Mathematics, Faculty of Natural Sciences and Mathematics, Ss. Cyril and Methodius University, Skopje, Macedonia*

Abstract. Education system, whose aim is to prepare students for their future life, always lags behind changes at the societal, economic and personal levels and has difficulty in meeting their expectations. Educators must be challenged to discover new ways of thinking about education and they must be encouraged to apply new methods and techniques in the classroom. Traditional forms of classroom instruction limit the interaction between students, favoring only student-teacher interactions and students struggle with learning the content. Flipped classroom offers a solution for the issue, as its practice incorporates well with the new learning expectations. This study is an attempt to answer the following major questions: Do students learn more in flipped mathematics classrooms? Does flipped classroom decrease the math anxiety level of the students? The one semester study was conducted with 82 first year high school students from four classes divided in a control and an experimental study groups. The classes in the control group were taught by traditional method and the classes in the experimental group were taught according to flipped classroom strategy. After the experiment, the results reveal statistically significant difference of the mathematics achievement test scores between the experimental and the control groups, in favor of the experimental group, and statistically significant reduction of the math anxiety level only in the experimental group.

Key Words: Flipped Learning, Mathematics Performance, Math Anxiety

INTRODUCTION

Newer research on future students' skills and concerted attention from policy makers, researchers and practitioners, finds the following students' skills the most important and challenging: critical thinking, creativity, metacognition, problem solving, collaboration, motivation, self-efficacy, conscientiousness, and grit or perseverance, [1]. All these desired skills, changes on students' behavior and innovation in technology have caused teachers to look for new pedagogical strategies to instruct their students. Students are expected to develop problem solving skills and apply these skills to develop a stronger conceptual understanding of math and mastery of the skills. The issue for today's teachers is that using traditional classroom teaching strategies will not satisfy the learning expectations of the new standards that require teachers to provide instruction and classroom time in order for students to develop a deeper level of understanding of content so that they may develop a stronger mastery of essential math skills, [2]. Traditional forms of classroom instruction limit the interaction between students, favoring only student-teacher interactions and students struggle with learning the content.

Flipped classroom offers a solution for the issue, as its practice incorporates well with the new learning expectations. Teachers have opportunity to incorporate multiple instructional

strategies to address 21st century skills. Internet and mobile technology create a link between what is occurring in class and what is occurring at home and vice versa. Analysis of the impacts also shows that flipped classroom brought positive impacts toward students' learning activities such as achievement, motivation, engagement, and interaction. As a result a better mathematics performance and reducing the math anxiety is expected. Some of the papers that explore the effects of flipped classroom on math achievements or math anxiety are [3-5].

The results of this research can be particularly useful for raising teaching effects. In this artificial intelligence (AI) century while everything is changing very fast and take effect very quickly, teaching process cannot be think outside of this. The research results are going to be useful for the teachers for who are looking for new methods and techniques in their lessons and the administrators might wish to use it to make their institute more selectable.

Learning Models

One way to classify the educational learning objectives is using the Bloom's taxonomy. Bloom's taxonomy was created in 1956 under the leadership of educational psychologist Dr. Benjamin Bloom in order to promote higher forms of thinking in education, such as analyzing and evaluating concepts, processes, procedures, and principles, rather than just remembering facts (rote learning), [6]. According to it, the educational learning objectives are classified in three domains: cognitive (mental skills, knowledge), affective (growth in feelings or emotional areas) and sensory (manual or physical skills). The cognitive domain categories (remembering, understanding, applying, analysing, evaluating, creating) has been the primary focus of most traditional education and is frequently used to structure curriculum learning objectives, assessments and activities.

It is inevitable to note that, many teachers in many classrooms spend the majority of their time in the basement of the taxonomy, never really addressing or developing the higher order thinking skills that kids need to develop. As a result, we cannot reach valuable and effective lessons but only boring classrooms. Of course the effect and pressure of the curriculum on teachers cannot be ignored. Much of today's standardized testing rigorously tests the basement, further anchoring the focus of learning at the bottom steps, which is not beneficial for our students, [7].

Traditional Learning

Traditional learning is globally defined as teacher-centered delivery of instruction to classes of students who are the receivers of information. Teachers use lecturing as a tool to teach their subjects in traditional learning. The quality of traditional learning is directly related to the quality of the teacher. A good teacher asks questions and consider answers, engage students with active learning atmosphere during class time. Interactions with good teachers help motivate students to achieve higher marks. But more importantly it causes the students to develop a special interest and love for the subject he is teaching. Traditional classes are more suitable for young children, teenagers, and young adolescents who are yet to join the workforce. Regular attendance in classes helps them interact with other individuals of their own age, be better disciplined, follow a regular schedule, and improve their physical fitness and mental alertness. In a traditional classroom, students can directly share their views and clarify their own queries with the teacher, thus getting their questions answered right away. Also, classroom learning is more helpful due to a continuous interaction between students and

teachers, as it helps students to get rid of their fears regarding exams, which can rarely happen with online guidance.

However, one of the main problems of traditional education is the lack of student motivation. Most of the time, students feel that the education system is not giving them a chance to express their skills and interests. Student participation in traditional education is another major problem. Students merely absorb information and they are passive listeners. The teacher is the sole source of information, the students are expected to listen and their participation is usually reduced to asking questions. According to Freire, a Brazilian educator and philosopher best known for his attack on what he called the "banking" concept of education, in which students are viewed as empty accounts to be filled by teachers, claims that the traditional education mirrors the society as a whole, [8].

Blended Learning

Blended learning is an education program (formal or non-formal) that combines online digital media with traditional classroom methods. It requires the physical presence of both teacher and student, with some element of student control over time, place, path, or pace. Blended learning represents all teaching models that are integrated with technology, such as e-mails, streaming media, social media, learning management systems, the Internet and mobile technology, and can be combined with traditional teaching methods, [9]. Teachers don't have to adapt all their lessons to a new method or technique when they are using blended learning and they cannot use the same method for every lesson, every subject. There are many factors that affect the productivity of a lesson. So, teachers are free to choose the right method up to aims of their lessons and students' level and this flexibility and freedom makes blended learning one of the most popular and easily applicable.

Within blended learning, numerous different pedagogical approaches exist including student centered learning, active learning, problem based learning and *flipped classroom*. Flipped learning was started by Bergmann and Sams (high school chemistry teachers in USA and developers of the "flipped classroom" model of teaching) when they recorded all of their chemistry and Advanced Placement (AP) chemistry lectures during the 2007/2008 school year for students to view at home, taking notes on what they learned and to practice more on topic in the classroom, [10].

Flipped classrooms, are one way of implementing active student centered learning, and a pedagogical method that helps educators to utilize the technology as a tool to increase the quality of the student learning experience, [11]. The basic concept of the flipped learning is to deliver teacher-created short video lectures to students before class time. It is not a new phenomenon for teachers to ask their students to be prepared for class. Reading the subject in advance from the textbook before come to the class or to do research about the new topic has been always among preferred methods. But with the convenience of new technologies, this phenomenon is more concentrated on video lessons. Students can watch and learn the video content in their free time, usually at home. During class time, students work on their classwork with teacher's more personalized guidance.

A flipped classroom offers students the benefit of greater control over their learning. They use class time for discussions to ask teachers for clarification, so their needs guide class time. When conducting hands-on experiments and practicing new skills in class, students can have more autonomy. They can explore new concepts in their own way, at their own pace, in a controlled and supportive environment. Another benefit is that teachers don't have to flip their entire class to benefit from this pedagogy. They can instead flip a single lesson to introduce their students to the concept, see how it works out, and go from there. The

downside to flipped classroom is that, if not all students watch the videos or cannot understand the concept and so don't come to class with basic knowledge they need of the given topic, teacher may not focus on practice questions and cannot manage the class time well. And of course all students must access the internet for at-home learning.

Math Anxiety

Anxiety about performing well is a common experience for many students in math or math-based science courses. Often people experience math anxiety while participating in exams. Both math avoidance and poor performance on math tests can create more anxiety about math. A cycle of anxiety and avoidance can occur, which only increases the problem. People develop anxiety around math and math-related sciences for a number of reasons: receiving messages that you are not good at math, or that math is a hard and intimidating subject that can only be mastered by certain students; societal views about math that suggest that it is harder than other subjects and that competence in math should be valued more than competence in other disciplines; internal and external pressures to excel in math-based fields; the lack of explanation of the sub-steps of mathematical procedures; huge number of activities and drill exercises in a lesson; time limits on tests etc.

In his research, Mutodi claimed that it is actually the traditional mathematics classroom practices that cause the great anxiety among many students, [12]. These said traditional practices include imposed authority, public exposure and time deadlines. He added that the best way(s) to reduce anxiety and probably, a sense of competition and tension among students, is to apply teaching methods which include less lecture, more student directed classes and more discussions.

The measurement of mathematics anxiety has become increasingly important for identification of math-anxious individuals and evaluation of treatment programs for mathematics anxiety. One large-scale attempt to evaluate math anxiety across different countries was undertaken for data collected in the PISA 2003 program in 41 countries, [13]. Importantly, there are also approaches that still assume a uni-dimensional structure of Math anxiety based in the claim that asking a single question on how math anxious an individual is, may be also a valuable way of math anxiety assessment, [14]. Núñez-Peña et al. systematically tested the possibility of assessing math anxiety by using a single item measure called Single Item Math Anxiety Scale (SIMA), [15]. Although researches and debates are still going on about structure of math anxiety and effective questionnaires, the most widely known and commonly used questionnaires for the assessment of math anxiety are: Mathematics Anxiety Rating Scale (MARS), [16] and Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS), [17]. The MARS has one of the most comprehensive questionnaires concerning the inclusion of different facets of math anxiety, but it has 98 or 30 items. The AMAS is a shorter 9-item scale that mostly focuses on math test anxiety and numerical anxiety and it is characterized by very good psychometric properties. A detailed psychometric evaluation of the AMAS is done, examining internal consistency, test-retest reliability and several validity measures, [17]. In this study, measuring the math anxiety is done with the AMAS questionnaire, [18].

The Current Study

The aim of this study is to answer the following major questions: Do students learn more in flipped mathematics classrooms? Does flipped classroom decrease the math anxiety level of the students? In order to answer these questions, math achievement and math anxiety results

before and after the experiment with a flipped classroom are compared to the respective results from a traditional classroom.

METHODS

The study was conducted among the first year high school students from the Yahya Kemal Private College in Skopje, Macedonia, to find out how one semester flipped learning in mathematics class impacts their mathematics performance and math anxiety in comparison to traditional learning, [18]. Thus, the experimental method was used for designing two groups, experimental and control, where the experimental group was taught through flipped classroom strategy, while the control group was taught in the traditional way. Tools applied in this study were: Achievement Tests conducted for measuring academic level of the students adhering to the Bloom principles and AMAS Questionnaire for measuring the math anxiety.

Participants

The population of the study consisted of 82 students from the first year in Yahya Kemal Private College in Skopje, Macedonia, in the first term of the academic year of 2018/2019. Classes 1A and 1B with 41 students (21 male and 20 female) are selected for the traditional teaching (control group), while 1C and 1D classes with 41 students (22 male and 19 female) are selected for the flipped classroom (experimental group). Among the participants, gender is roughly evenly distributed (i.e., male 52% and female 48%). Separation of these four classes as control and experimental groups is made after the Pre-Achievement Test and answering the Math Anxiety AMAS Questionnaire at the beginning of the semester, thus making sure that there is no significant difference between the two groups in terms of both mathematics pre-achievement score ($p=0.201>0.05$) and overall math anxiety level ($p=0.813>0.05$).

Design of Study

Before the experiment, the both experimental and control groups were given a Pre-Achievement Test (prepared based on primary school curriculum) and AMAS Questionnaire.

During the experiment, students in the flipped classroom were given assignments for each lesson using an interactive online courseware posted on Schoology, [19]. This courseware contains lecture videos and learning activities (e.g., worksheets, questions), selected and put by the teacher. Students were required to watch the numbered videos and take notes in their notebooks. At school, math classes in the flipped classroom were different from traditional lectures as they involved group studies and focused on practice. Students didn't have any homework after the lessons but they had to come to class ready by watching videos and to take notes. During the classes, the teacher's role is to visit each group several times and to manage the process.

Students in the control group had traditional lectures in the school. They did not have to watch video or come to class ready for the new lesson, but they had to complete their homework for the next class. Students in the flipped and traditional classes used the same books and took the same individual quizzes and exams. Both traditional and flipped class students had access to these videos which were posted on the learning management system Schoology. In contrast to the flipped class students, traditional class students used the time in classroom to review the previous class material rather than to work on new material.

After the experiment, the both groups took an Achievement Test (prepared based on the topics studied during the first semester of 2018/2019 educational year), and again AMAS Math Anxiety Questionnaire.

Statistical Analysis

Numerical data collected from Achievement Tests and AMAS Questionnaires were statistically analysed. Kolmogorov-Smirnov and Shapiro-Wilk test of normality for the data from the achievement test are applied, nonparametric Mann-Whitney U Test is used to determine if there is any significant difference in results from achievement tests of the experimental and control group. Paired samples t-test is used determine if there is any significant difference in math anxiety levels before and after the experiment in the both groups, experimental and control. For the statistical analysis, the SPSS software platform is used.

RESULTS

Descriptive statistics shows that all 82 students took the both tests, Pre-Achievement and Achievement Test. For the both tests, the minimum test score is 10, and the maximum test score is 100, which is the maximum possible score. The Pre-Achievement Test results are with $M=48.34$, $SD=31.989$, and the Achievement Test results are with $M=65.62$, $SD=30.407$. The box-plots with the summary of the test results in the control (AB) and the experimental (CD) groups are shown on Figure 1. The box-plots on Figure 1 indicate improvement in mathematics achievement in the flipped classroom (the experimental group). To test if this improvement is significant, first, tests of normality are made. The both tests of normality, Kolmogorov-Smirnov and Shapiro-Wilk, failed to find statistically significant normally distributed data among the results from the Pre-Achievement and Achievement Tests, on the significant level $\alpha=0.05$, [18].

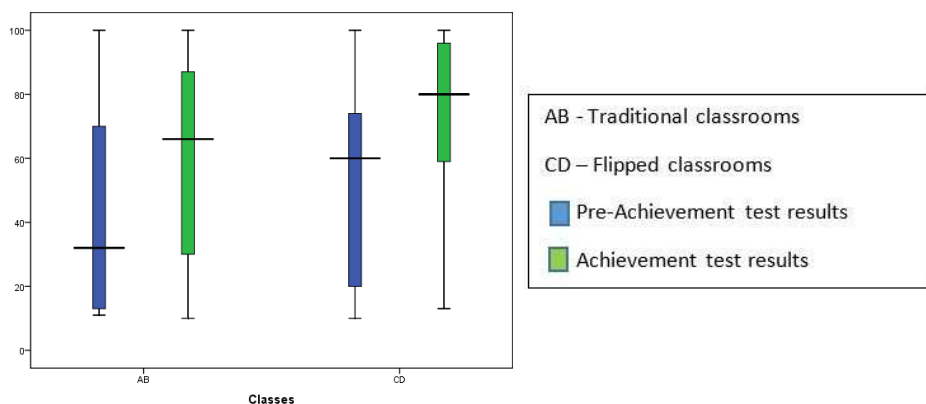


FIGURE 1. Box-plots for Pre-Achievement and Achievement test results for the control (AB) and the experimental (CD) groups.

To test the hypothesis that the flipped learning increase the academic achievements in mathematics, the results from the achievement tests of the experimental group are compared to the results from the achievement tests of the control group using the nonparametric Mann-Whitney U Test (Table 1). According to these results, there is no significant difference in Pre-Achievement Test results between the experimental and the control groups ($p=0.181>0.05$), but there is a significant difference in Achievement Test results between the groups

($p=0.043>0.05$). We can summarize that students' knowledge learning performance significantly improved in the experimental group, so they achieve better test score with flipped classroom rather than control group taught with traditional method.

	Pre Achievement Test Results	Achievement Test Results
Mann-Whitney U	696.500	622.500
Wilcoxon W	1557.500	1483.500
Z	-1.337	-2.023
Asymp. Sig. (2-tailed)	.181	.043

TABLE 1. The Mann-Whitney U Test results for the control and the experimental group according to their achievement test results.

To test if the flipped classroom decrease the math anxiety level of the students, the scores from the AMAS Questionnaires for the both groups, the experimenatal and the control, before and after the experiment are analysed. The maximum score on an AMAS Math Anxiety Questionnaire is 45, which is declated as the highest math anxiety level.

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	ABallfirst	18.15	41	8.404	1.312
	ABalllast	17.41	41	6.046	.944
Pair 1	CDallfirst	18.56	41	7.352	1.148
	CDalllast	15.32	41	5.298	.827

TABLE 2. Paired Samples Statistics of the experimental and the control groups on the math anxiety, before and after the experiment.

Table 2 shows that the mean math anxiety scores of the experimental group before and after the flipped classroom experiment are 18.56 (SD=7.352) and 15.32 (SD=5.298) respectively, that indicates a decrease of the math anxiety level among the students in the flipped classroom. The mean math anxiety scores of the control group at the beginning and the end of the first semester are 18.15 (SD=8.404) and 17.41 (SD=6.046) respectively, that indicates that the math anxiety level among the students in the traditional classroom has decreased slightly. To find if these decreases in the math anxiety scores are significant, the Paired Samples t-Test is taken (Table 3).

		Paired Differences				t	df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	ABallfirst - ABalllast	.732	9.384	1.465	-2.230	3.694	.499	.620	
Pair 1	CDallfirst - CDalllast	3.244	7.797	1.218	.783	5.705	2.664	.011	

TABLE 3. Paired Samples t-Test between the experimental and the control groups on the math anxiety, before and after the experiment.

According to the results presented in Table 3, the decrease in math anxiety score is significant ($p=0.011<0.05$) in the experimental group, before and after the flipped classroom experiment, while there is no significant decrease in math anxiety score ($p=0.620>0.05$) in the control traditional learning group, at the beginning and the end of the semester. So, the flipped learning significantly reduced students' math anxiety scores.

CONCLUSION AND DISCUSSION

This study aimed at investigating the effects of flipped classroom method among first grade high school students on their math achievements and math anxiety level. To this end, two study groups were formed: an experimental group including students learning through the flipped classroom model, and a control group including participants taught through traditional classroom model. At the beginning of the experiment, an independent sample t-test was applied in both groups' pre-Achievement test results, and it was found out that there were no statistically significant differences ($p=0.201>0.05$) in mathematics academic levels between the groups. No significant differences ($p=0.813>0.05$) were found between math anxiety scores of the experimental and the control group at the beginning of the experiment.

During the experiment, the students in the experimental group were expected to watch online videos in the Schoology portal and write down the content of the videos in their notebooks. They were also provided with online practice problems. To reveal the impacts of the flipped classroom model on the students' academic achievement, a non-parametric Mann-Whitney U test was used to see whether there were significant differences between the Achievement test results of the experimental group and control group at the end of the experiment. The results indicated that there is statistically significant difference between the Achievement test results between the groups. Namely, the findings showed that the use of the flipped classroom yield significant impacts ($p=0.043<0.05$) on increasing the students' academic achievement in experimental group. The results of this study showed that the flipped classroom method was more effective than traditional classroom in terms of improving attitude toward mathematics.

The results of math anxiety questionnaires in both groups indicated that the attitudes of the experimental group were significantly ($p=0.011<0.05$) positively changed, whereas the control group failed to show a significant result ($p=0.620>0.05$) in lowering the math anxiety scores.

From the teacher's experience during the experiment, flipped classroom's design of classroom instruction proved beneficial in creating an atmosphere where students feel positive towards math classes and math as a whole. The teacher decided to let students in the flipped classroom peer-to-peer learning during classroom time. Peer-to-peer learning helps to build an active and cooperative learning environment. While improve communication skills, achievement, and productivity, it also promotes ownership of learning and deeper understanding of new concepts.

The results from our study are encouraging when it comes to maximizing the potential of the flipped classroom to positively impact student performance and course satisfaction, and to allow teaching load to be spread between teachers.

Future studies may include more methods of data collection, such as interviews and self-reports, examining gender and grade differences, to achieve greater validity of the data and a deeper understanding of the relationships among students' academic achievement, math anxiety level and flipped classroom method.

REFERENCES

1. Lamb S., Doecke E., Maire Q. Dr., Key Skills for the 21st Century: an evidence-based review, *EDUCATION: FUTURE FRONTIERS*, State of New South Wales (Department of Education), 2017.
2. Bergmann J., The perfect match: common core and the flipped classroom, *Flipped Learning Simplified*, (2013, August 13).
<https://www.jonbergmann.com/the-perfect-match-common-core-and-the-flipped-classroom/>
3. Nielsen P. L., Bean N. W., Larsen R. A. A, The Impact of a Flipped Classroom Model of Learning on a Large Undergraduate Statistics Class, *Statistics Education Research Journal*, 17 (1), (2018), pp. 121-140.
4. Vang Y. V., The Impact of the Flipped Classroom on High School Mathematics Students' Academic Performance and Self-Efficacy, Master Thesis, California State University, May 2017.
5. Sun Z., Xie K., Anderman L. H., The Role of Self-Regulated Learning in Students' Success in Flipped Undergraduate Math Courses, *The Internet and the Higher Education*, 36 (2018), pp.41-53.
6. Bloom B.S. (Ed.). Engelhart M.D., Furst E.J., Hill W.H., Krathwohl D.R., Taxonomy of Educational Objectives, Handbook I: The Cognitive Domain, David McKay Co Inc., New York, 1956.
7. Wright S., Flipping Bloom's Taxonomy, Powerful Learning Practice, May 15, 2012
<https://plpnetwork.com/2012/05/15/flipping-blooms-taxonomy>
8. Freire P., Pedagogy of the Oppressed, Continuum, New York, 1970.
9. Marsh J., Drexler P., How to design effective blended learning, Brandon-Hall, Sunnyvale, CA, 2001.
10. Bergmann J., Sams A., Flip your classroom: reach every student in every class every day, International Society for Technology in Education, 2012.
11. Murray D., Koziniec T., McGill T., Student Perceptions of Flipped Learning, *Proceedings of the 17th Australasian Computing Education Conference (ACE 2015)*, Sydney, Australia, 27 - 30 January 2015.
12. Mutodi P., Ngirande H., Exploring Mathematics Anxiety: Mathematics Students' Experiences, *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 5(1), (2014), pp.284-294.
13. Lee J., Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries, *Learn. Individ. Differ.* 19 (2009), pp.355-365.
14. Ashcraft M. H., Math anxiety: personal, educational, and cognitive consequences, *Curr. Dir. Psychol. Sci.* 11 (2002), pp.181-185.
15. Núñez-Peñ M. I., Guilera G., Suárez-Pellicioni M, The single-item math anxiety scale an alternative way of measuring mathematical anxiety, *J. Psychoeduc. Assess.* 32 (2014), pp.306-317.
16. Richardson F., Suinn R., The Mathematics Anxiety Rating Scale: MARS. Psychometric data, *Journal of Counseling Psychology* 19 (1972), pp.551-554.
17. Hopko D. R., Mahadevan R., Bare R. L., Hunt M. K., The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS): construction, validity, and reliability, *Assessment* 10(2), (2003), pp.178-182.
18. Deliktaş Y., Implementation of Flipped Learning in First Year of High School Mathematics, Master Thesis, Institute of Mathematics, Faculty of Natural Sciences and Mathematics, Ss. Cyril and Methodius University, Skopje, 2019 (in Macedonian).
19. Schoology, schoology.com.

Истражување на влијанието на методот на превртено учење врз постигнувањата по математика и анксиозноста од математика

Јилмаз Деликташ¹, Ирена Стојковска²

¹ ПСУ Јахја Кемал, Скопје, Македонија

² Институт за математика, Природно-математички факултет,
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје, Македонија

Апстракт. Образовниот систем, чија цел е да ги подготвува учениците за нивниот живот во иднина, секогаш застанува зад промените на социјално, економско и лично ниво и се соочува со потешкотии да ги задоволи нивните очекувања. Наставниците треба да се охрабруваат да откриваат нови начини на кои ќе размислуваат за образованието и треба да бидат охрабрувани да применуваат нови методи и техники на своите часови. Традиционалните форми на настава ја ограничуваат интеракцијата меѓу учениците, фаворизирајќи ја само интеракцијата ученик-наставник, па учениците се соочуваат со потешкотии при совладување на материјалот. Методот на превртено учење нуди едно решение на овој проблем, бидејќи сосема добро се вклопува во новите очекувања за учењето. Спроведовме истражување во обид да најдеме одговори на следните прашања: Дали учениците може да научат повеќе математика со методот на превртено учење? Дали методот на превртено учење го намалува нивото на анксиозност од математика кај учениците? Истражувањето беше спроведено во текот на едно полугодие, во него беа вклучени 82 ученици од прва година средно училиште од четири класа кои беа поделени во две истражувачки групи, контролна и експериментална. Класовите од контролната група учеа според традиционалниот метод, а класовите од експерименталната група учеа според методот на превртено учење. По спроведеното истражување, резултатите открија статистички значајна разлика во постигнувањата по математика на завршниот тест на знаење меѓу експерименталната и контролната група, во корист на експерименталната, и статистички значајно намалување на нивото на анксиозност од математика само во експерименталната група.

Клучни зборови: превртено учење, постигнувања по математика, анксиозност од математика

Графичка метода решавања једначина и неједначина

Зоран Каделбург¹
Милан Живановић²

¹Математички факултет, Београд, Србија

²Академија васпитачко-медицинских струковних студија, Крушевац, Србија

Апстракт. Задачи решавања, или бар одређивања броја решења, једначина и неједначина у којима учествују трансцендентне функције и/или параметри, спадају у задатке нестандардног типа. Веома често њих није могуће решити аналитички па се приступа графичкој методи решавања. Зато је потребно и добро познавање својстава елементарних функција као и трансформација њихових графика у зависности од коефицијената по којима се дате функције разликују од основних елементарних. У овом раду ће кроз неколико карактеристичних примера бити приказана ефикасност графичке методе у решавању наведених проблема. Притом ће бити илустровано и коришћење динамичких софтвера за цртање графика.

Клучне речи: Трансцендентне једначине и неједначине, једначине и неједначине са параметрима, графичка метода, елементарне функције, трансформације графика

УВОД

Један од главних задатака наставе математике у средњим школама је решавање једначина и неједначина. Ови проблеми се записују формулама:

$$f(x) \rho g(x) \quad (1)$$

где су $f(x)$ и $g(x)$ елементарне функције, а $\rho \in \{=, <, >, \leq, \geq, \neq\}$ Задачи из ове класе у којима учествују и трансцендентне функције, а често се тражи и дискусија решења по неком параметру, обично не могу да се реше аналитички, па се њиховом решавању приступа, најчешће, графичком методом. У случајевима да се не може одредити тачна вредност решења неке једначине, задатак се састоји у томе да се одреди њихов број, као и интервали у којима се та решења налазе.

Да би успешно користио ову методу ученик мора добро да познаје својства основних елементарних функција, као и функција које се из њих добијају разним геометријским трансформацијама. У табели 1. представљене су трансформације којима се до графика функције $f(x) = Cf_1(ax + b) + D$ или сличне на њој, али у којој учествују и апсолутне вредности, може доћи трансформацијама графика основне елементарне функције $f_1(x)$. Притом користимо следећи низ функција односно њихових графика:

$$f_1(x) \rightarrow f_1\left(x + \frac{b}{a}\right) \rightarrow f_1\left(a\left(x + \frac{b}{a}\right)\right) \rightarrow Cf_1\left(a\left(x + \frac{b}{a}\right)\right) + D \quad (2)$$

ТАБЕЛА 1. Трансформације графика основних елементарних функција

Функција	Трансформација коју треба извршити на графику функције $y = f(x)$
$f(x) + a,$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	Вертикално померање графика функције $y = f(x)$ за вредност $ a $, навише ако је $a > 0$, односно наниже ако је $a < 0$.
$f(x - a),$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	Хоризонтално померање графика $y = f(x)$ за вредност $ a $, улево ако је $a > 0$, односно удесно ако је $a < 0$.
$kf(x),$ $k > 0 \wedge k \neq 1$	Истежање графика функције $y = f(x)$ дуж y -осе у односу на x -осу k пута, ако је $k > 1$, односно сажимање ако је $k < 1$
$f(kx),$ $k > 0 \wedge k \neq 1$	Сажимање графика функције $y = f(x)$ дуж x -осе у односу на y -осу k пута, ако је $k > 1$, односно истежање ако је $k < 1$
$-f(x)$	Осна рефлексија графика функције $y = f(x)$ у односу на x -осу
$f(-x)$	Осна рефлексија графика $y = f(x)$ у односу на y -осу
$ f(x) $	Замена дела графика који се налази у отвореној полуравни $y < 0$ (испод x -осе) симетричном сликом у односу на x -осу, истовремено задржавајући део графика у затвореној полуравни $y \geq 0$.
$f(x)$	Замена дела графика који се налази у отвореној полуравни $x < 0$ (лево од y -осе) симетричном сликом у односу на y -осудела графика из полуравни $x \geq 0$, истовремено задржавајући и тај део графика.

ПРИМЕРИ ЗАДАКА

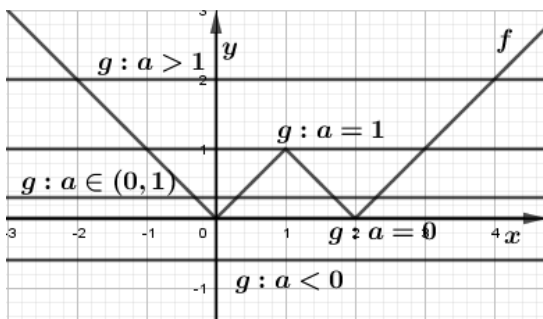
Основна идеја графичке методе је да се формула (1) моделује графички. У истом координатном систему се представе функције $f(x)$ и $g(x)$ користећи трансформације из Табеле 1, а онда се решивост датог проблема анализира са тог графика. Релацију једнакости задовољавају вредности координата независно променљиве заједничких тачака графика, а релације „веће“, „мање“ задовољене су у интервалима независно променљиве за које је график прве функције „изнад“, односно „испод“ друге функције.

Илуструјмо то на следећим примерима.

1. Одредити број решења једначине $|1 - |1 - x|| = a$ у зависности од $a \in \mathbb{R}$.

Решење: Овај задатак се, наравно, може решити и елементарно, али ако се, као у тексту задатка, захтева само одређивање броја решења, графичка метода је много бржа.

Посматрамо графике ф-ја $f(x) = |1 - |1 - x||$ и $g(x) = a$. График прве добијаме преко низа графика функција $x \rightarrow -x \rightarrow -x + 1 \rightarrow |1 - x| \rightarrow -|1 - x| \rightarrow -|1 - x| + 1 \rightarrow |1 - |1 - x||$, док је график друге хоризонтална права.



СЛИКА 1. Карактеристични положаји графика функција f и g за различни број решења једначине

На слици 1. представљено је пет карактеристичних положаја графика функције g у односу на график функције f . Заклучујемо да:

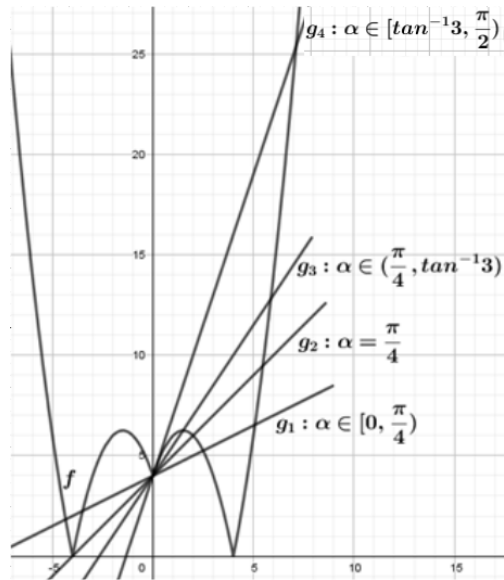
- једначина нема решења за $a < 0$,
- једначина има 2 решења за $a \in (1, \infty) \cup \{0\}$,
- једначина има 4 решења за $a \in (0, 1)$,
- једначина има 3 решења за $a = 1$.

2. У зависности од параметра $\alpha \in [0, \pi) \setminus \{\pi/2\}$ одредити број решења једначине $|x^2 - 3|x| - 4| = x \tan \alpha + 4$.

Решење. Функције $f(x) = |x^2 - 3|x| - 4|$ и $g(x) = x \tan \alpha + 4$ за домен имају скуп реалних бројева, а за $x = 0$ обе имају вредност 4. Функција f је парна, па се у анализи можемо ограничити на случајеве $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2})$, јер су решења једначине за $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$ симетрично распоређена решењима за $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2})$ у односу на тачку $x = 0$.

Узмимо да је $0 \leq \alpha < \pi/4$. Тада на графику уочаваме да осим $x_1 = 0$ једначина има још 4 решења. Лако се уочава да у случају $\alpha = \pi/4$ ти графици имају 4 пресечне тачке па је број решења једнак 4.

Следећи гранични случај је када је график функције g тангента графика функције f у тачки $(0, 4)$. Из услова да систем једначина $y = -x^2 + 3x + 4 \wedge y = x \tan \alpha + 4$ има единствено решење добијаме да је $\tan \alpha = 3$ односно $\alpha = \tan^{-1} 3$. У том случају дата једначина има два решења. На основу свега реченог број решења једначине представљамо на графику (слика 2) и у наредној табели 2.



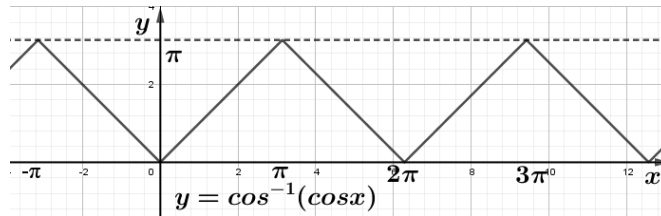
СЛИКА 2. Анализа броја решења задатка 2 у зависности од параметра α

ТАБЕЛА 2. Решења задатка 2

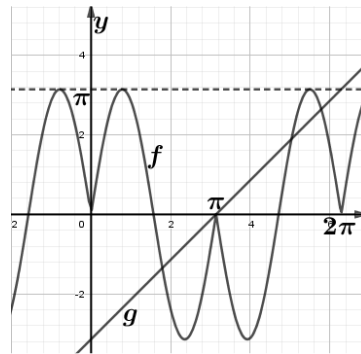
α	Број решења
$\left[0, \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right]$	5
$\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$	4
$\left(\frac{\pi}{4}, \tan^{-1} 3\right) \cup \left(\pi - \tan^{-1} 3, \frac{3\pi}{4}\right)$	3
$\left[\tan^{-1} 3, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi - \tan^{-1} 3\right]$	2

3. Одредити број решења једначине $\pi \sin(2 \cos^{-1}(\cos x)) = x - \pi$ и интервале у којима се она налазе.

Решење. Може се најпре показати да је $\cos^{-1}(\cos x) = \begin{cases} x - 2k\pi, & 2k\pi \leq x \leq (2k + 1)\pi \\ 2k\pi - x, & (2k - 1)\pi \leq x \leq 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. График те функције (она је парна и 2π -периодична) приказан је на слици 3. За функцију $g(x) = x - \pi$ важи $|g(x)| > \pi$ ако није $x \in [0, 2\pi]$, па једнакост $f(x) = g(x)$ тада не може да важи јер за функцију $f(x) = \pi \sin(2 \cos^{-1}(\cos x))$ увек важи $|f(x)| \leq \pi$. Дакле, довољно је скицирати графике датих функција за $0 \leq x \leq 2\pi$, при чему је $f(x) = \begin{cases} \pi \sin 2x, & 0 \leq x \leq \pi \\ -\pi \sin 2x, & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$. Са графика (слика 4) се закључује да једначина има 4 решења, и то $\pi/2 < x_1 < 3\pi/4$, $x_2 = \pi$, $3\pi/2 < x_3 < 7\pi/4$, $7\pi/4 < x_4 < 2\pi$.



СЛИКА 3.

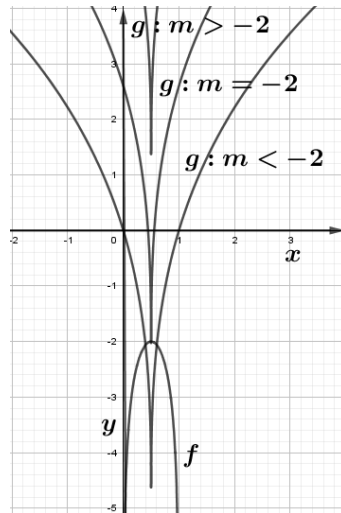


СЛИКА 4.

4.Одредити број решења једначине $\log_2(x - x^2) = 5\sqrt[3]{|2x - 1|} + t$ у зависности од реалног параметра t .

Решење. Домен функције $f(x) = \log_2(x - x^2)$ је интервал $(0,1)$ а добија се из услова $x - x^2 > 0$. Граничне вредности на рубовима домена су $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = -\infty$. На основу тога закључујемо да функција има максимум, а достиже га када и квадратни израз у аргументу логаритма због монотоности логаритамске функције. Дакле, тај максимум је $f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2 \frac{1}{4} = -2$. Закључујемо и да је график функције симетричан у односу на праву $x = \frac{1}{2}$. Функција $g(x) = 5\sqrt[3]{|2x - 1|} + t$ дефинисана је за свако $x \in \mathbb{R}$. Због $|2x - 1| \geq 0$ је $g(x) \geq t$. Минимум $g_{\min} = t$ функција има за $|2x - 1| = 0$ тј. $x = \frac{1}{2}$. График функције $g(x)$ је такође симетричан у односу на праву $x = 1/2$. На слици 5. представљена су три карактеристична положаја графика функције $g(x)$ у односу на график функције $f(x)$. На основу тога закључујемо да дата једначина:

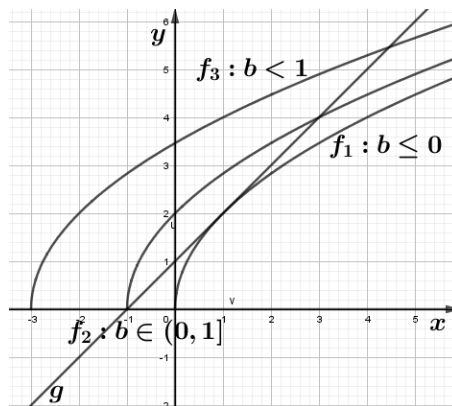
- 1) нема решења за $t > -2$,
- 2) има једно решење $x_1 = 1/2$ за $t = -2$,
- 3) има два решења x_2, x_3 за $t < -2$, при чему су тачке x_2, x_3 симетричне у односу на тачку $x = \frac{1}{2}$.



СЛИКА 5.

5. Решити по x неједначину $2\sqrt{x+b} > x+1, b \in R$.

Решење: На слици 6 посматрамо разне положаје полу-параболе $f(x) = 2\sqrt{x+b}$ у односу на праву $g(x) = x+1$.



СЛИКА 6.

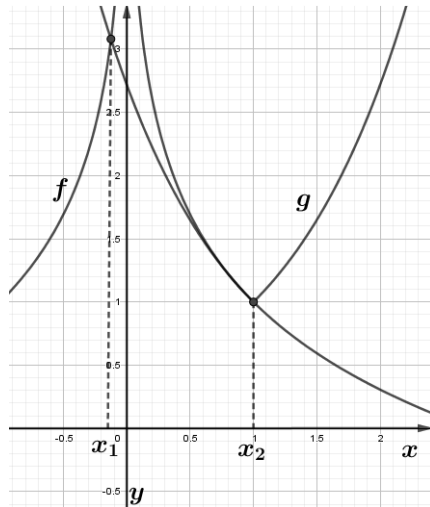
Пресечне тачке графика, ако постоје, за апсцису имају вредности које су решења једначине $2\sqrt{x+b} = x+1$. За $b = 0$ решење уочене једначине $x = 1$ не задоволјава неједначину. Ако је $0 < b \leq 1$, једначина има два решења $x_{1,2} = 1 \pm 2\sqrt{b}$ која представљају границе отвореног интервала за решење неједначине. Ако је $b > 1$ онда је једино решење једначине $x = 1 + 2\sqrt{b}$, па се график полу-параболе налази изнад праве g измеѓу свог темена $(-b, 0)$ и пресечне тачке $(1 + 2\sqrt{b}, 2 + 2\sqrt{b})$ са том правом.

Закључујемо да:

- 1) за $b \leq 0$ неједначина нема решења,
- 2) за $0 < b \leq 1$ је $x \in (1 - 2\sqrt{b}, 1 + 2\sqrt{b})$,
- 3) за $b > 1$ је $x \in (-b, 1 + 2\sqrt{b})$.

6. Одредити целобројна решења неједначине $1 - \ln |x| \geq e^{|x-1|}$.

Решење. Неједначина је дефинисана за све реалне бројеве изузев $x = 0$. Означимо $f(x) = 1 - \ln |x|$ и $g(x) = e^{|x-1|}$ и конструирајмо графике тих функција (слика 7). На основу слике заклучујемо да је решење неједначине одређено са $x \in [x_1, 0) \cup (0, 1]$. Како је $x_1 \in (-1, 0)$, имаме да је $x_2 = 1$ једино целобројно решење неједначине.

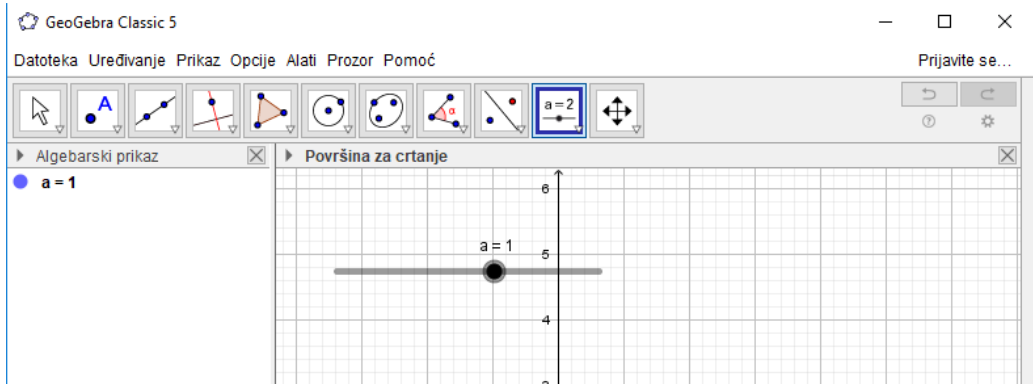


СЛИКА 7.

НАПОМЕНА О ПРИМЕНИ СОФТВЕРА ГЕОГЕБРА

Поступак графичког решавања оваквих задатака знатно је олакшан применом компјутера и савремених математичких апликација, меѓу којима се у последње време посебно истиче Геогebra. Ако образовни циљ није и увежбавање или проверка методичког поступка скицирања графика, онда примена Геогebre или сличних програма има смисла. Коришћењем Геогebre принцип очигледности у настави се значајно реализује при решавању једначина и неједначина са параметрима. Пре конструкције графика за дати параметар се конструира „клизач“ (слика 8) на коме се вредности параметра могу подесити према задатом интервалу у конкретном проблему. Када се учртају графици функција чија се релација испитује, променом вредности параметра на „клизачу“ уочавају се динамичка својства графика функције са параметром, те се непосредно емпиријски могу уочити карактеристични положаји у односу на график друге функције.

Геогebra се може искористити и за увежбавање методичког приступа конструкције графика елементарне функције $f(x) = C f_1(ax + b) + D$ преко низа функција (2). Најпре се за сваки коефицијент посебно конструира „клизачи“ са задатим дозвољеним интервалима вредности, а затим задају редом функције f_1 и f . Мењањем вредности „клизача“ за конкретни коефицијент можемо се практично уверити у врсту трансформације графика у зависности од тог изабраног коефицијента.



СЛИКА 8. Радна површина програма Геогедра са активном командом клизача

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградова И. А., Олехник С. Н., Садовничий В. А., Математический анализ в задачах и упражнениях, Том 1, Дифференциальное и интегральное исчисление, МЦНМО, Москва, 2017.
2. Ивановић Ж., Огњановић С., Математика 2, Збирка решених задатака и тестова за II разред гимназија и техничких школа, (8. издање), Круг, Београд, 1999.
3. Каделбург З., Мићић В., Огњановић С., Анализа са алгебром 2, Уџбеник са збирком задатака за 2. разред Математичке гимназије, (8. издање) Круг, Београд, 2016.
4. Vene T. B., Zbirka rešenih zadataka iz matematike 2, (35. izdanje), Zavod za udžbenike, Beograd, 2011.
5. Živanović M., Grafici elementarnih funkcija, Geogebra Classroom Resource, <https://www.geogebra.org/m/zz4rxkh7>, 04. 08. 2019.

Графичка метода решавања једначина и неједначина

Зоран Каделбург¹
Милан Живановић²

¹Математички факултет, Београд, Србија

²Академија васпитачко-медицинских струковних студија, Крушевац, Србија

Апстракт. Задачите за решавање, или барем одредување на бројот на решенија, на равенки и неравенки во кои учествуваат трансцендентни функции и/или параметри, се задачи од нестандартен тип. Многу често невозможно е да бидат решени аналитички, па се користи геометриски метод на решавање. За таа цел потребно е и добро познавање на својствата на елементарните функции како и трансформацијата на нивните графици во зависност од коефициентите по кои дадените функции се разликуваат од основните елементарни функции. Во овој труд е прикажана ефикасноста на графичкиот метод во решавање на ваков тип задачи, низ неколку карактеристични примери. Притоа ќе биде илустрирано и користењето на динамички софтвери за цртање графици.

Клучне зборови: Трансцендентни равенки и неравенки, равенки и неравенки со параметар, графички метод, елементарни функции, трансформација на график

The Use of Picture Books and Prompting Questions in the Mathematics Classroom

Vesna Nedanovska¹, Slagjana Jakimovik²

¹*ООУ „11 Октомври“, Скопје, R. North Macedonia*

²*Ss Cyril and Methodius University, Faculty of Pedagogy, Skopje, R. North Macedonia*

Abstract. The research goal of the study presented in the paper¹ is to understand the power of picture book stories and prompting questions to stimulate in children cognitive processes which encompass the formation of mathematical concepts and the development of mathematical thinking. In a test-retest quasi-experimental design with a sample of two classes of grade 1 pupils (N = 60), pupils from the experimental group were divided in small groups of 5-6 children and were being read a selected picture book. All six sessions were videotaped and in half of them the teacher used questions purposefully chosen to elicit pupils' reactions. Observed verbal reactions were recorded based on the written transcripts and then categorized using a framework of mathematical reactions. SPSS was used to analyse the data obtained from the preliminary and the final testing as well as from the written transcripts. Results support the hypothesis that picture books with mathematical content emerging from the story or the illustrations have the power to engage young learners in mathematical discussions even when the books are not primarily written for didactical purposes. Prompting questions by the 'knowledgeable adult' prove to be of great use for eliciting desired responses from the pupils which lead them to explore mathematical concepts and to generate strategies for solving problems.

Key words: mathematics learning, constructivism, picture books, quasi-experimental design.

INTRODUCTION

Last three decades have seen intensification of research efforts on clarifying how children's literature can support cognitive development of young learners, and in particular, what are the effects of picture book reading on the development of mathematical thinking in early school grades [1], [2], [6], [7], [12], [15], [19], [20], [21], [22]. Encountering mathematics in meaningful contexts provides children with supportive learning environments in which children actively construct mathematical knowledge and enhances their motivation for cognitive engagement with mathematical content [9], [10], [15]. Some picture books which are not written primarily for didactical purpose have the power to stimulate children to think mathematically in the sense that the story as well the illustrations function as a sort of 'cognitive hooks' [10] which engage children to resolve the 'cognitive disequilibrium' introduced via novel information in familiar contexts. It should be noted that even when being of high literary quality some picture books use fragmentary or premature introduction of mathematical concepts and sometimes even contain mathematically incorrect representations and misconceptions.

¹ This paper was first presented at VI Congress of Mathematicians of Macedonia, 16-18 June 2016, Ohrid, Macedonia.

The underlying theoretical perspectives are based on a (social) constructivist approach to learning grounded in the work of Piaget and that of Vygotsky. As discussed by [21], “The children resolve cognitive conflicts ... that become apparent in the story ... process new information by connecting it to prior knowledge and by reflecting on it. Through this activity, they develop new ideas, structures, and schemas, and achieve a higher level of understanding” (p.343). Social interaction within the community of learners leads them to a higher level of understanding with the help of more knowledgeable others (teachers, fellow learners or sometimes even the story in the picture book). Learning mathematics is seen as a process of enculturation promoted primarily through classroom interaction [16]. Learners take the role of active constructors of knowledge [3], [14].

The main goal of the research reported in the paper is to understand *the power of picture books (the story and the illustrations in themselves) to stimulate in children cognitive processes which encompass the formation of mathematical concepts and the development of mathematical thinking*. In addition, we wanted to explore *the potential of questions prompted by the ‘knowledgeable adult’ to enhance these processes*.

The underlying assumption upon which the study is based is that the scope of children’s cognitive engagement in mathematical phenomena while being read a picture book is positively correlated to the development of mathematical thinking. Cognitive activity is defined closely to the concept of student content engagement as discussed in [11]. Cognitive processing is “an internal, cognitive endeavour (i.e. activation and strengthening of neural networks in the brain), its occurrence is largely unseen, and its accurate and efficient measurement has not yet been established. The ‘student content engagement model’ therefore focuses on those behaviours that increase the likelihood of processing or availability of processing occasions” (p.12). Like researchers in previous studies [4], [21], we based identification of behaviour reflecting cognitive engagement primarily on *the categories of mathematical thinking* employed by [5], *the framework of thinking skills* developed by [13], and *the categories of cognitive engagement* used in [12].

METHOD

A test-retest quasi-experimental design was conducted in one primary school in the central city area of Skopje. The sample consisted of two groups of 60 pupils in their first semester of formal education. The pupils in the experimental group (N = 31) participated in small groups picture book reading sessions lead by one teacher-researcher and videotaped using a portable camera. The pupils in the experimental and the control group were comparable with each other with respect to age (M = 75.6 months and SD = 5.2 months in the experimental group; M = 75.3 months and SD = 3.6 months in the control group, in September 2014), gender (girls to boys ratio equal to 2 to 3 in both groups), and their initial mathematical competencies as will be discussed further in the paper. Both classes participated in a regular instructional process closely following the nationally prescribed grade 1 mathematics curriculum, the same mathematics workbooks and the same didactical materials were used in both classrooms during the semester within the same timelines.

A special test was prepared to measure pupils’ mathematics competencies in numbers, operations and measurement. It consisted of 28 items out of which 18 items were taken from the instrument used in the study reported in [8], and 10 items from [18]. The same test was administered at the beginning of the first semester, in September 2014, and again at the

beginning of the second semester, in February 2015. In both instances the internal coherence of the test items was acceptable (Cronbach's alpha .75).

The picture books used in the study were not specifically written for didactic purposes. They were selected using a framework for the evaluation of picture books that support learning of mathematics adjusted from the one developed by [19]. The characteristics postulated to support mathematics learning fall into two main categories: *Supply of mathematical content*, and *Presentation of mathematical content*. The first one encompasses: *Mathematical processes and dispositions*, *Mathematical content domains* (numbers and counting, measurement, geometry), and *Mathematics-related themes*. The second one addresses: *Relevance* (valuable and meaningful content), *Degree of connection* (e.g. coherence between mathematical concepts and various representations), *Scope* (different levels of understanding possible; multiple layers of meaning; informal introduction of future concept development), and *Participation opportunities* (posing problems; providing examples or explanations; etc).

Three picture books were used in the study: PB1 – *The Thirsty Crow* (Жедната чавка, Едиција бисерчиња, Тонер 2012, in Macedonian), PB2 – *The Little Penguin and His Father* (Пингвинчето и татко му, Просветно дело АД Скопје, 2008, in Macedonian), and PB3 – *The Princess and the Pea*, Miles Kelly Little Press, 2013 (in English). Each one of them was read in two separate videotaped sessions with different subgroups of 5-6 pupils from the experimental group. Two protocols for reading each picture book were prepared and closely followed. According to the first protocol, the teacher-researcher read the picture books without employing any probing questions and let the story and the illustrations by themselves evoke reactions from the children and allowing them ample time for discussing emerging ideas. The second protocol involved the reader asking questions in order to engage pupils with mathematical content which might otherwise escape the attention of young learners. Also, the second protocol included taking a more explorative approach in the form of experiments with cups of water and pebbles, measurements with non-standard units as well as investigating physical characteristics of solids.

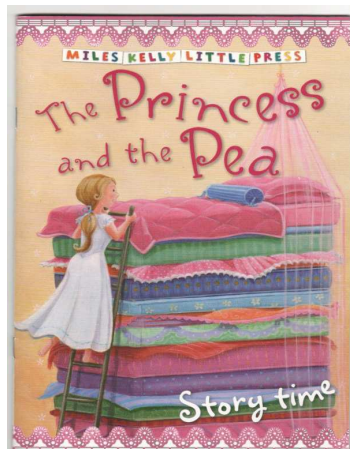


FIGURE 1: *The Princess and the Pea*, front cover.

All six book reading sessions were videotaped and transcribed. The observed verbal reactions of each participant were recorded from the written transcripts and were categorized using a framework of mathematical reactions (Table 1).

TABLE 1. Frequency of pupils' verbal reactions during picture book reading

	With questions			Without questions		
	PB1	PB2	PB3	PB1	PB2	PB3
1.2.a. Numbers and counting						
Ordinal numbers	11	10	5		1	1
Counting	23	27	11			2
Comparing numbers		1	1			
Estimating numbers	2	2	1		2	5
Addition	4	3	1			
Subtraction	1	1				
Division					1	
1.2.b. Measurement						
Physical quantities: Length	2		6	2	1	
Physical attributes: Volume	18	2		4		
Height						1
Comparing size	23	37	6		4	4
Quantities					1	
Length (non-standard units)		2	4			
1.2.c. Geometry						
Orienting: identifying position	5	7	3	1	1	18
Orienting: Direction	4				1	3
Projection		1			1	
Congruence		1				
2-D and 3-D figures	12	7	1	1		4
Physical attributes of solids and liquids		1	1	11	3	1
1.3. Mathematics-related themes						
Perspective	4	6			1	
Relations	3					
Position					2	
Sets	2					
Existential quantifier		2	2	6	3	5
Universal quantifier						2
Order of events		3		2	2	4
Configuration		6				
Cause and effect				7		
Assumption				10	3	
Argumentation		2		2		
Speed		5				
Total	114	126	42	46	27	50

RESULTS AND DISCUSSION

The preliminary testing conducted in the two classes in September 2014 revealed no differences between the mathematical achievements of the pupils in the control and the experimental group before the beginning of formal mathematics instruction. The independent samples t-test showed no significant difference between the number of correct responses to test items by the pupils in the control group ($M = 19.07$, $SD = 4.02$) and the number of correct responses in the experimental group ($M = 20.48$, $SD = 3.18$), $t(58) = -1.52$, $p = .14$.

The administration of the same testing instrument in February 2015 revealed differences between the mathematical achievements of pupils in the experimental group and the control group. The independent samples t-test showed a significant difference between the number of correct responses to test items by the pupils in the control group ($M = 21.96$, $SD = 2.90$) and the experimental group ($M = 25.53$, $SD = 1.87$), $t(56) = -5.61$, $p < .001$.

A certain correlation was found between pupils' level of cognitive engagement measured via the frequencies of their mathematical reactions during the picture book reading and their achievements on the final testing using Pearson coefficient. A correlation of medium strength was found between these two variables, $r = .30$, $N = 29$, $p = .12$.

The use of prompting questions by the teacher during picture book reading to a higher degree supports the development of mathematical thinking in comparison to reading without the use of questions. Using the independent samples t-test, a significant difference was found between the mean number of mathematical reactions per pupil in the group of pupils where the picture books were read without questions ($M = 7.36$, $SD = 5.02$) and the group of pupils participating in the book reading sessions with prompting questions ($M = 17.75$, $SD = 12.36$), $t(28) = -2.94$, $p = .007$.

CONCLUSIONS

The results confirm that carefully selected picture books with mathematical content emerging from the story or the illustrations have the power to engage young learners in mathematical discussions even when the books were not primarily written for didactical purposes. Prompting questions by the 'knowledgeable adult' prove to be of great use for eliciting desired responses from the pupils which lead them to explore mathematical concepts and to generate strategies for solving problems.

REFERENCES

1. A. Anderson, Families and mathematics: A study of parent-child interactions, *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(4) (1997), 484–511.
2. A. Anderson, J. Anderson, J. Shapiro, Supporting multiple literacies: Parents' and children's mathematical talk within storybook reading, *Mathematics Education Research Journal*, 16(3) (2005), 5–26
3. P. Cobb, Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development, *Educational Researcher*, 23 (1994), 13–20
4. I. Elia, M. Van den Heuvel-Panhuizen, A. Georgiou, The role of pictures in picture books on children's cognitive engagement with mathematics, *European Early Childhood Education Research Journal*, 18(3) (2010), 125–147.

5. H. P. Ginsburg, C. Lin, D. Ness, K.-H. Seo, Young American and Chinese children's everyday mathematical activity, *Mathematical Thinking and Learning*, 5(4) (2003), 235–258
6. R. Griffiths, M. Clyne, The power of story: Its role in learning mathematics, *Mathematics Teaching*, 135 (1991), 42–45
7. H. Hong, Effects of mathematics learning through children's literature on math achievement and dispositional outcomes, *Early Childhood Research Quarterly*, 11 (1996), 477–494.
8. S. Jakimovik, I. Trajanovska, V. Gogovska, T. Atanasova Pachemska, What mathematics school beginners know and can do – a matter of importance or not, *Croatian Journal of Education*, 15, Sp.Ed. No.1 (2013), 99-110.
9. C. Jennings, J. Jennings, J. Richey, L. Dixon-Kraus, Increasing interest and achievement in mathematics through children's literature, *Early Childhood Research Quarterly*, 7 (1992), 263–276.
10. C. Lovitt, D. Clarke, *The mathematics curriculum and teaching program (MCTP): Professional development package activity bank (Vol. 2)*. Carlton, Victoria: Curriculum Development Corporation, 1992.
11. M. McLaughlin, D. J. McGrath, M. Burian-Fitzgerald, L. Lanahan, M. Scotchmer, C. Enyeart, et al., *Student content engagement as a construct for the measurement of effective classroom instruction and teacher knowledge*. Washington, DC: American Institutes for Research, 2005.
12. E. Moschovaki, S. Meadows, Young children's spontaneous participation during classroom book reading: Differences according to various types of books, *Early Childhood Research & Practice*, 7(1) (2005a), retrieved August 29, 2014, from <http://ecrp.uiuc.edu/v7n1/moschovaki.html>
13. E. S. Quellmalz, E. S. Developing reasoning skills, in: J. R. Baron & R. J. Sternberg (Eds.), *Teaching thinking skills: Theory and practice*, New York: Freeman, 1985, 86–105.
14. T. A. Romberg, How one comes to know: Models and theories of the learning of mathematics, in: M. Niss (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education: An ICMI study*, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1993, 79–111.
15. M. Schiro, *Integrating children's literature and mathematics in the classroom*. New York: Teachers College Press, 1997.
16. A. Sfard, P. Nesher, P., L. Streefland, P. Cobb, J. Mason, Learning mathematics through conversation: Is it as good as they say? *For the Learning of Mathematics*, 18 (1998), 41–51.
17. M. Van den Heuvel-Panhuizen, I. Elia, Kindergartners' performance in length measurement and the effect of picture book reading, *ZDM Mathematics Education* 43 (2011), 621–635
18. M. Van den Heuvel-Panhuizen, I. Elia, Developing a framework for the evaluation of picture books that support kindergartners' learning of mathematics, *Research in Mathematics Education*, 14(1) (2012), 17–47.
19. M. Van den Heuvel-Panhuizen, I. Elia, The Role of Picture Books in Young Children's Mathematics Learning, in: L.D. English, J.T. Mulligan (eds.), *Reconceptualising Early Mathematics Learning*, Advances in Mathematics Education, Springer Science+Business Media Dordrecht, 2013.
20. M. Van den Heuvel-Panhuizen, I. Elia, A. Robitzsch, Effects of reading picture books on kindergartners' mathematics performance, *Educational Psychology*, 36(2) (2016), 323-346.
21. M. Van den Heuvel-Panhuizen, S. Van den Boogaard, Picture books as an impetus for kindergartners' mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4) (2008), 341–373.
22. M. Van den Heuvel-Panhuizen, S. Van den Boogaard, B. Doig, Picture books stimulate the learning of mathematics, *Australian Journal of Early Childhood*, 34(3) (2009), 30–39.

Корелација на наставата по физика и наставата по математика преку решавање математичко-физички проблеми

Боце Митревски¹, Анета Гацовска - Барандовска²

^{1,2}*Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје, Природно-математички факултет, Скопје, Македонија*

Апстракт. Во трудот е нагласена поврзаноста на математиката и физиката. Основа на корелацијата меѓу математика и физика е улогата на математиката како јазик на кој е напишана физиката. Укажано е на можноста за корелација на наставните содржини преку решавање на проблеми. Неколку примери на проблеми се решени на два начини: математички приод и преку физичко толкување на проблемот и решението. Примерите, означени како математичко-физички проблеми, во смисла на математика се однесуваат на равенки со една или две непознати или систем равенки со две или повеќе непознати, а во поглед на содржината и физичкиот аспект се од неколку теми како, кинематика, работа и моќност, механика на флуиди и топлинска рамнотежа.

Клучни зборови: математика, физика, корелација, решавање проблеми.

ВОВЕД

Наставните предмети произлегуваат од соодветните научни области. Преку соодветна дидактичка трансформација на научните области во образовниот систем се креираат соодветните наставни предмети. Така се создадени математика, физика и останатите наставни предмети вклучени во наставните планови за основно и средно образование.

Напредокот на човештвото, развојот на технологијата и продукцијата на современите апарати и уреди се тесно поврзани со физиката. Од друга страна, историски гледано, развојот на физиката во голем степен бил одреден од развојот на математиката, односно од создавањето нови математички поими и методи и развој на нови области во математиката. Во тој интензивен развој на науките во последните два века, за многу научници не може да тврдиме дали биле физичари или математичари. За нив велиме дека биле научници, брилијантни умови. Математиката и физиката имаат долга историја. Тие се интелектуален потфат на човекот, производ на човековата интелигенција, резултат на ентузијазмот, љубопитноста и работата на многу научници.

Принципот на интердисциплинарност е современ пристап во наставата. Физиката е нераскинливо поврзана со математиката. Но наставниците по физика може да откријат можности за интердисциплинарен приод и во содржини од хемија, биологија, географија, физичко и здравствено образование, уметностите, филозофија, етика, историја, итн. Истото се однесува и за наставниците по математика. Се поинтересни се одредени области од биологијата, медицината, економијата и неизбежно инженерските области. Во едно такво опкружување, учениците ќе го сфатат значењето и важноста на содржините што се изучуваат во секој наставен предмет, може да го заокружат знаењето

во една целина, учениците ќе ја разберат потребата зошто ги изучуваат содржините опфатени во наставата, и воспитно-образовниот процес ќе го перцепираат како поврзана целина која има логичка смисла.

КОРЕЛАЦИЈА МЕЃУ МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА

Корелацијата меѓу наставните предмети е важен сегмент од наставната работа. Самата етимологија на поимот „корелација“ укажува на заемен однос, поврзаност на наставните предмети во смисла на содржините опфатени во нив, терминологијата, временскиот распоред на изучување на содржините, методите кои се користат, дидактичката апаратура и сл. Конкретно, предзнаењето од математика и математичките способности имаат силно влијание кај учениците во однос на успехот во изучувањето физика. Во таа поврзаност, освен наставните содржини и ученикот, наставниците по математика и физика како дел од дидактичкиот триаголник имаат важна улога во напредувањето на учениците.

Низ наставниот процес, преку увидување на заемниот однос и поврзаност на научните области учениците учат полесно, можат да ги поврзат содржините од различни наставни предмети, олеснет им е процесот на решавање проблеми, изведуваат правилни заклучоци и што е најважно, корелацијата овозможува да се согледа целокупната стварност, учениците да увидат дека природата е една, единствена и неделива. Дури и генијалниот Ајнштајн се запрашал: „Како е можно математиката како производ на човековиот ум, независно од експериментот, така извонредно да е во склад со објективната реалност?“

Уште во зачетокот на науката како истражувачка активност што вклучува поставување и тестирање на хипотези, Галилео правилно заклучил дека математиката претставува природен јазик на физиката [1]. Така, по самата своја суштина математиката си обезбедила место во физиката. Математиката е основа, ’рбет на физиката. Таа е јазик на кој концизно ги изразуваме и применуваме физичките закони [2].

РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМИ ВО МАТЕМАТИКА И ВО ФИЗИКА

Два атрибути лежат во основата на науките, односно одредена човекова дејност ја прават наука. Првиот е систематизирање и унапредување на знаењето, а вториот е можноста да се користи тоа знаење за решавање на проблеми [3]. Учениците изучуваат наука преку соодветни наставни предмети, прво преку запознавање, стекнување и усвојување на знаење, и второ, преку решавање на проблеми. Стекнувањето нови знаења бара мисловни операции од понизок ред, додека за решавање проблеми се потребни операции од повисок ред. За решавањето проблеми ученикот треба да поседува одредени способности, а истовремено со самиот процес на решавање проблеми ученикот ги развива своите способности [4].

Решавањето физички проблеми изискува основни предзнаење од математика, математички формализам, кој паралелно со решавањето проблеми може да се надградува и усовршува. Толкувањето на математичките изрази од аспект на физиката дава поинаква семиотика на симболите што се користат во физика за разлика од оние во математика [5].

Во наставата по математика, решавањето на поставените текстуални проблеми (проблемски задачи), како илустрација на реални проблеми од секојдневниот живот, често пати се сведува на решавање равенка со една или повеќе непознати, односно системи равенки со две или повеќе непознати. Во контекст на поврзаноста на наставните содржини по математика и физика, освен равенките и системите равенки, како и стандардната алгебра, голема улога играат и квадратните равенки, тригонометријата, геометријата (геометриските фигури и тела со своите својства, векторите и векторската алгебра). Долг е списокот на математички области кои се користат во истражувањата, но овде ние се задржуваме само на оној дел од математичките поими и содржини со кои учениците секојдневно се среќаваат во наставата, решавајќи задачи од физика.

Примери на решени математичко-физички проблеми

Следуваат примери на задачи, најголемиот дел зададени во математички збирки, за редовна настава и натпреварувачки задачи, на кои покрај физичкото значење и постапка на решавање согласно со физичките појави и закони, дадено е и чисто математичко решение. Ќе се увериме, во некои од примерите, дека навистина некои задачи не можат да се решат целосно и без ограничувања, доколку не се познаваат законите од физиката.

Пример 1 (Кинематика)

Авион во еден ден лета од Скопје до Охрид и назад. Во какви услови авионот релацијата Скопје-Охрид-Скопје ќе ја прелета побрзо:

- кога времето е мирно и без ветар,
- кога ветерот цело време дува со иста брзина од Скопје кон Охрид? [6]

Дадено:

v (брзина на ветерот)

v_1 (брзина на авионот)

t_1 (време за летот Скопје – Охрид – Скопје, без ветар)

t_2 (време за летот Скопје – Охрид – Скопје, со ветар)

Се бара:

$$\frac{t_2}{t_1} - ?$$

Решение:

За времињата t_1 и t_2 може да запишаме:

$$t_1 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_1} = \frac{2s}{v_1} \quad (1)$$

$$t_2 = \frac{s}{v_1 + v} + \frac{s}{v_1 - v} = \frac{2sv_1}{v_1^2 - v^2} \quad (2)$$

каде со s е означено растојанието од Скопје до Охрид.

Ако равенката (2) ја поделиме со равенката (1) добиваме:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{v_1^2}{v_1^2 - v^2} \quad (3)$$

или во поинаков облик

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{1 - \left(\frac{v}{v_1}\right)^2} \quad (4)$$

Од изразот (4) може да ги извлечеме следниве заклучоци:

1. Ако не дува ветер, т.е. $v = 0$, тогаш $t_2 = t_1$.

2. Ако дува ветер со брзина v ($v < v_1$), тогаш $t_2 > t_1$, што значи авионот релацијата Скопје-Охрид-Скопје ќе ја прелета побрзо при мирно време, т.е. кога не дува ветер.

3. Ако дува ветер со брзина $v = v_1$, тогаш времето t_2 не може да се определи затоа што именителот во (4) прима вредност 0, или математички кажано тежи кон бесконечност, односно авионот не може да ја прелета релацијата.

Оваа задача е една од оние задачи од учебниците и збирките по математика, во кои е неопходно основното познавање од физика за величините пат, брзина и време и соодветните физички закони. Дури и ознаките кои се користат е подобро да бидат соодветни на ознаките на физичките величини кои се среќаваат. Притоа првиот дел од решението би бил подеднакво запишан, а зависно од заклучокот кој би сакале да го изведеме, или математичкото својство кое сакаме да го потенцираме, би можело дискусијата да се одвива на различен начин. Така, ако директно од релацијата (4) сакаме да го одговориме прашањето во задачата, дискусијата би се одвивала на истиот начин. Доколку сакаме да обрнеме внимание на споредувањето на изразите во основно образование, чекорите (3) и (4) би изостанале, а реализацијата би завршила со директна споредба на добиените изрази во релациите (1) и (2), користејќи ги својствата за вредност на дробка при зголемување или намалување на именителот на дробката во облик:

$$t_1 = \frac{2s}{v_1} = \frac{2sv_1}{v_1^2} \leq \frac{2sv_1}{v_1^2 - v^2} = t_2.$$

Знакот за равенство би важел кога $v = 0$, односно не дува ветер.

Пример. Од местото А кон местото В тргнал велосипедист кој се движел со брзина 9 km/h. После 1 час и 15 минути од поаѓањето на велосипедистот, од местото В кон местото А тргнал мотоциклист кој се движел со брзина 21 km/h. На која оддалеченост од местото А се сретнале велосипедистот и мотоциклистот, ако растојанието помеѓу местата А и В е $81\frac{1}{4}$ km? [7]

За овој проблем, решението од аспект на математика се добива како резултат на систем равенки или равенка, во двата случаи со променлива времето на движење до сретнувањето, користејќи ги релациите за пат изразен преку брзина и време:

$$9\left(t + \frac{5}{4}\right) + 21t = 81\frac{1}{4},$$

каде t е времето на движење на мотоциклистот.

Од аспект на физика го користиме законот за рамномерно праволиниско движење на материјална точка (зависност на координатата на телото од времето) $x = x_0 + v \cdot t$. Ако ги запишаме изразите за координатите на велосипедистот и мотоциклистот, а потоа двата изрази ги изедначиме (координата при разминување), ќе добиеме израз за времето (моментот) на разминување

$$t = \frac{s - v_A \cdot \Delta t}{v_A + v_B}$$

во кој s е растојанието помеѓу местата А и В, а $\Delta t = 1,25$ h е време од условите на проблемот. Со замена на изразот за t или бројната вредност ($t = 2\frac{1}{3}$ h) во изразот за координатата на велосипедистот, за решението на проблемот се добива вредност $x_A = 32,25$ km.

Пример 2 (Работа и моќност)

Двајца работници поставуваат паркет. Ако работи сам, првиот работник работата ќе ја заврши за 4 дена. Заедно работата ја завршуваат за 3 дена. Меѓутоа, откако два дена двајцата работеле заедно, првиот работник си заминал, па вториот сам ја довршил работата. Колку дена траело поставувањето на паркетот? [8]

Дадено:

$$t_1 = 4 \text{ дена}$$

$$t_{12} = 3 \text{ дена}$$

$$t_{22} = 2 \text{ дена}$$

Се бара:

$$t - ?$$

$$t_x = t_{22} + t$$

Според условите дадени во проблемот, може да запишаме:

$$P_1 = \frac{A}{t_1} \quad (1)$$

$$P_1 + P_2 = \frac{A}{t_{12}} \quad (2)$$

$$(P_1 + P_2)t_{22} + P_2 t = A \quad (3)$$

каде P_1 и P_2 се моќност на секој од работниците, а A е вкупната работа.

Од (1), (2) и (3) добиваме:

$$t = \frac{t_1(t_{12} - t_{22})}{t_1 - t_{12}}$$

или со замена на вредностите се добива $t = 4$ дена, односно $t_x = 6$ дена.

Математички, оваа задача може да се смести во текстуалните задачи со една променлива или во системите равенки со две променливи. Ќе ги прикажеме и двете решенија.

Првиот работник X сам ја завршува работата за 4 дена, па за еден ден, работникот X , завршува $\frac{1}{4}$ од работата. Нека вториот работник Y сам ја завршува работата за y денови, односно за еден ден завршува $\frac{1}{y}$ од работата. Кога двајцата работници работат заедно, целата работа се завршува за 3 дена, односно за еден ден заедно завршуваат $\frac{1}{3}$ од работата. Тогаш самостојниот дел на вториот работник, во еднодневното работење изнесува $\frac{1}{y} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.

Работејќи заедно 2 дена, завршиле $\frac{2}{3}$ од работата, а вториот работник останал да ја доврши работата за непознат број денови, z . Тогаш важи $\frac{2}{3} + \frac{1}{12} \cdot z = 1$, од каде бројот на денови за кои ќе се доврши работата изнесува $z = 4$. Свкупното поставување на паркетот, заедно со првите два дена кога работеле заедно, изнесува 6 дена.

Записот на решението, користејќи систем од две равенки со две непознати, со истата анализа на условите на задачата би бил

$$\begin{cases} \frac{1}{4} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{y} \cdot z = 1 \end{cases}$$

Пример. Тројца работници, работејќи заедно, завршуваат една работа за два дена. Првиот и вториот заедно истата работа ја завршуваат за три дена, а вториот и третиот заедно за четири дена. За кое време секој од работниците сам ќе ја заврши работата? [9]

Решението на задачата се сведува на систем од три равенки со три непознати во

облик
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4} \end{cases}$$
. Истиот може лесно да се трансформира во систем линеарни

равенки со воведување на смена $\frac{1}{x} = a, \frac{1}{y} = b, \frac{1}{z} = c$. Како пример е одличен за илустрација на систем равенки кој се решава со воведување на смена.

Ако на проблемот му дадеме физичка смисла, решението исто така се сведува на

систем од три равенки со три непознати во облик
$$\begin{cases} P_1 + P_2 + P_3 = \frac{A}{t_3} \\ P_1 + P_2 = \frac{A}{t_{12}} \\ P_2 + P_3 = \frac{A}{t_{23}} \end{cases}$$
 во кои изразите за

моќноста на секој од работниците се $P_1 = \frac{A}{t_{01}}, P_2 = \frac{A}{t_{02}}$ и $P_3 = \frac{A}{t_{03}}$. Времето за кое секој од работниците сам ќе ја заврши работата е $t_{01} = 4$ дена, $t_{02} = 12$ дена и $t_{03} = 6$ дена соодветно за првиот, вториот и третиот работник.

Пример 3 (Работа и моќност)

Четириесет крави може да испасат една ливада за 50 дена. Истата ливада шеесет крави можат да ја испасат за 30 дена. За колку дена ќе ја испасат ливадата дваесет крави? Колку крави можат да ја испасат ливадата за 75 дена? [10]

Дадено:

$$N_1 = 40 \text{ крави}$$

$$t_1 = 50 \text{ дена}$$

$$N_2 = 60 \text{ крави}$$

$$t_2 = 30 \text{ дена}$$

$$N_3 = 20 \text{ крави}$$

$$t_4 = 75 \text{ дена}$$

Се бара:

$$t_3 - ?$$

$$N_4 - ?$$

Според условите дадени во текстот, проблемот може да го толкуваме физички на следниот начин:

Ако 40 крави ја пасат ливадата за 50 дена, тогаш тие крави треба да извршат работа која може да ја означиме како пасење на 2000 порции. Од изразот за моќност

$$NP_1 = \frac{A}{t} \quad (1)$$

и толкувањето дадено погоре произлегува дека моќноста на една крава P_1 условно ја земаме дека е еднаква на 1 порција/ден.

$$P_1 = 1 \text{ порција/ден} \quad (2)$$

Од друга страна, ако 60 крави ја пасат ливадата за 30 дена, тогаш добиваме дека за 30 дена кравите треба да извршат работа која може да ја означиме како пасење на 1800 порции. Разликата во 200 порции за време на пасење од 30 и 50 денови произлегува од тоа што тревата на ливадата расте секој ден. Ако претпоставиме дека тревата расте за еднаков број порции секој ден (рамномерно), тогаш може да запишаме:

$$A_1 = A_2 + k\Delta t \quad (3).$$

Земајќи предвид дека $A_1 = 2000$ порции, $A_2 = 1800$ порции, а $\Delta t = t_1 - t_2$ за константата k (прираст на работата за еден ден) се добива $k = 10$ порции/ден.

Сега може да запишеме општа формула за вкупната работа, т.е. за пасење на целата ливада:

$$A = A_0 + kt \quad (4),$$

во која константата $A_0 = 1500$ порции.

Согласно барањето во проблемот може да запишаме $A_3 = A_0 + kt_3$, во која работата A_3 согласно (1) е $A_3 = N_3 P_1 t_3$, а пресметките даваат вредност $t_3 = 150$ дена.

На ист начин, со помош на (4) и (1) се добива:

$$N_4 = \frac{A_0 + kt_4}{P_1 t_4}$$

или со замена на вредностите се добива $N_4 = 30$ крави.

Оваа задача е класична натпреварувачка математичка задача, во која освен познавање на содржините што се изучуваат во училиште, потребна е и досетливост за успешно решение. „Трикот“ без кој не може да се дојде до точното решение е фактот дека тревата секојдневно расте (секако имајќи предвид дека станува збор за ист вид на крави, на кои им е потребно истото количество трева за да се заситат), треба да ни посочи на некој скриен момент кој не е експлицитно изразен во текстот. Јасно, кога количеството трева не би се менувало, на помал број крави би им биле потребни повеќе денови за да ја испасат ливадата, односно бројот на кравите и бројот на деновите се обратно пропорционални, или би важело

$$40:60 = 30:50.$$

Но, како $2000 \neq 1800$, треба да се размислува на начин што води кон решение на ова. Идејата за формулирање на порции трева за ден, ќе ја искористиме и овде. Во првиот случај ливадата обезбедува 2000 порции, за 50 дена, а во вториот случај, 1800 порции, за 30 дена. Разликата од 200 порции е всушност пораснато количество трева за време од 20 дена, значи ливадата се обновува за 10 порции на ден. Тогаш е јасно дека количеството трева се зголемува линеарно со бројот на денови согласно равенка

$$y = y_0 + at \quad (5),$$

каде y_0 е некој почетен број порции (соодветен на почетен момент на времето), $a = 10$ е бројот на зголемување на порции за еден ден (односно коефициентот на правец на линеарната функција) и t е времето за кое ливадата, без да пасат крави на неа, содржи број на порции y .

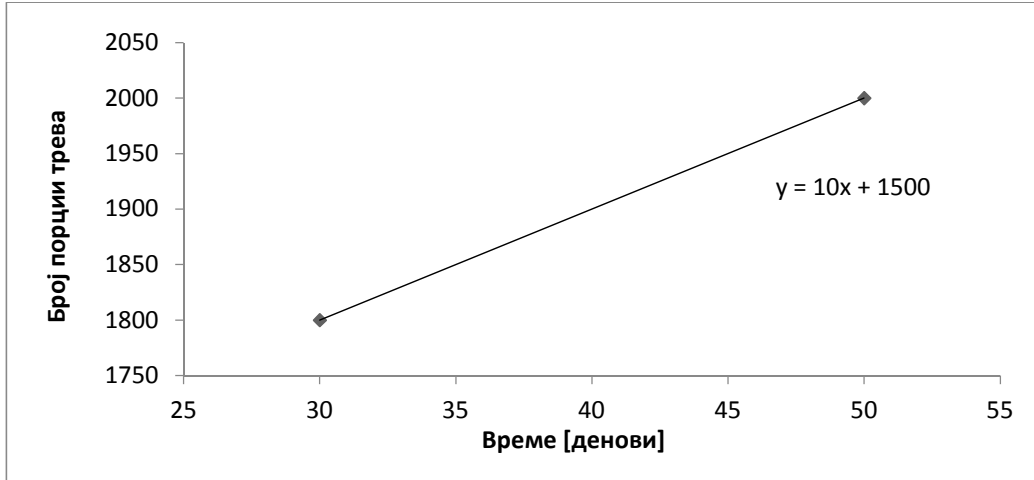
Согласно условот на задачата важи $1800 = y_0 + 10 \cdot 30$, од каде $y_0 = 1500$. Ова се потврдува и со вториот услов $2000 = y_0 + 10 \cdot 50$.

Истата линеарна зависност може да се добие и графички, дури можеби и станува појасно, ако на правоаголен Декартов координатен систем се означат апсцисата – време во денови и ординатата – број порции трева кои ги содржи ливадата. Нанесувајќи ги точките со координати (30,1800) и (50, 2000), може согласно со возраста на учениците да се искористи утврдувањето на коефициентот на правец на правата односно наклонот на правата или пак равенката на правата низ две точки (со равенки од аналитичка геометрија).

Сега, кога линеарната зависност е утврдена, нема пречки да се пресмета првото барање од задачата, бројот на денови x , за кои 20 крави ќе ја испасат ливадата. За 20 крави, кои пасат x денови, потребни се $20x$ порции, па соодветната линеарна равенка добива

$$20x = 1500 + 10x,$$

чие решение е $x = 150$ дена.



СЛИКА 1. Одредување на линеарната зависност графички

Второто барање за бројот на крави N кои за 75 дена ќе ја испасат ливадата, ќе го одговориме знаејќи дека за $75N$ потребни порции трева, равенката би гласела

$$75N = 1500 + 10 \cdot 75,$$

од каде потребниот број на крави е $N = 30$.

Пример. Во езеро се влева поток кој секојдневно внесува исто количество вода во езерото. За 1 ден (24 часа), 183 коњи можат да ја испијат целата вода од езерото, а 37 коњи, почнувајќи од денес, би ја испиле за 5 дена. За колку денови, почнувајќи од денес, еден коњ би ја испил целата вода од езерото? [10]

Решение:

Начинот на решавање на овој проблем е сличен на постапката во проблемот решен погоре. (Одговор: 365 дена)

Пример 4 (Механика на флуиди)

Марко ја оставил целосно отворена славината за вода над кадата и заборавил да го стави чепот. Познато е дека кога славината е целосно отворена кадата се полни за 20 минути, а полна када се празни за 30 минути. После 48 минути Марко се сетил дека го заборавил чепот. Колку вода тогаш имало во кадата? Дали водата во кадата прелеала? [11]

Дадено:

$$t_1 = 20 \text{ min}$$

$$t_2 = 30 \text{ min}$$

$$t_{12} = 48 \text{ min}$$

Се бара:

$$\frac{V_{12}}{V} - ?$$

$$\text{Дали } \frac{V_{12}}{V} < 1?$$

Според условите дадени во проблемот, може да запишеме:

$$Q_1 = \frac{V}{t_1} \quad (1)$$

$$Q_2 = \frac{V}{t_2} \quad (2)$$

$$V_{12} = (Q_1 - Q_2)t_{12} \quad (3)$$

каде Q_1 и Q_2 се проток на водата при полнење и празнење на кадата соодветно, V е волумен на кадата, а V_{12} е волумен на вода во кадата после време t_{12} . Со замена на (1) и (2) во (3) добиваме:

$$\frac{V_{12}}{V} = t_{12} \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \right) \quad (4).$$

Со замена на вредностите во (4) се добива $\frac{V_{12}}{V} = 0,8$ (само 80% од волуменот на кадата бил наполнет со вода). Тоа значи, во моментот кога Марко се сетил дека го заборава чепот водата во кадата не се прелеала ($\frac{V_{12}}{V} < 1$).

Кога истата задача е поставена како математичка задача, тогаш решението го добива следниот тек:

Волуменот на кадата го означуваме со V . Ако при целосно отворена славина, кадата се полни за 20 минути, тогаш за една минута се полни $\frac{1}{20}$ од волуменот на кадата, $\frac{V}{20}$. Полна када се празни за 30 минути, односно, за една минута, истекува $\frac{1}{30}$ од водата во кадата, или точно $\frac{V}{30}$. Ако истовремено кадата и се полни и се празни, тогаш за една минута во кадата се задржува вода чиј волумен претставува $\frac{V}{20} - \frac{V}{30} = \frac{V}{60}$, односно $\frac{1}{60}$ од волуменот на кадата. За време од 48 минути, вкупното количество вода во кадата претставува $\frac{48}{60}V = \frac{4}{5}V$. Значи, за 48 минути, наполнети се $\frac{4}{5}$ од кадата и водата не се прелеала.

Вообичаено, во ваков тип на задача, во редовната настава по математика, би следувало и прашање:

„За колку време кадата би се наполнила?“ или „За колку време би прелеала кадата?“.

Ваквото прашање овозможува да се постави равенка со една непозната, времето x на целосно полнење на кадата. Продолжението на решението и соодветната равенка која го дава одговорот на последното прашање би биле:

Кога за време x , изразено во минути, би се наполнил целиот волумен на кадата, тогаш

$$\left(\frac{V}{20} - \frac{V}{30} \right) \cdot x = V,$$

па времето на полнење изнесува $x = 60 \text{ min}$.

Истото би можело да се заклучи и со логичко размислување. Ако за 48 минути се полнат $\frac{4}{5}$ од волуменот на кадата, $\frac{1}{5}$ од волуменот би се наполнила за 12 минути, а целата када за 60 минути.

Во поглед на дополнителното прашање, за колку време кадата ќе се наполни, физичката смисла на проблемот дозволува да го промениме изразот (3) во облик $V = (Q_1 - Q_2) \cdot t_x$. Ако во овој израз ги замениме (1) и (2) ќе добиеме:

$$t_x = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_2 - t_1}$$

а со замена на бројните вредности се добива истата вредност како погоре.

Пример. Базен се полни со една цевка. Ако протокот на водата во базенот се намали за 20%, за колку проценти ќе се зголеми времето на полнење на базенот? [12]

За решавање неопходна е информацијата дека протокот претставува волумен во единица време, односно протокот $Q = V/t$ овозможува базенот да се наполни за време t . Тогаш $0,8Qx = V$, за x времето на полнење со намален проток, па $0,8Qx = Qt$ дава решение за времето $x = \frac{100}{8}t = 1,25t$ и претставува зголемување од 25% на времето на полнење на базенот.

Во основа, за учениците на часот по физика доволно е да тие да знаат што претставува проток на флуид и како се определува. Понатаму, физичката смисла на проблемот, логичкото размислување и елементарна математика ги води до решението на проблемот.

Пример 5 (Топлинска рамнотежа)

Колку литри вода на температура 30 °C и колку литри вода на температура 18 °C треба да се измешаат за да добиеме 24 литри вода на температура 25 °C? [13]

Дадено:
 $t_2 = 30\text{ °C}$
 $t_1 = 18\text{ °C}$
 $V = 24\text{ L}$
 $t = 25\text{ °C}$

Се бара:
 $V_2 - ?$
 $V_1 - ?$

Топлината што ја предава топлата вода ја прима ладната (закон за запазување на енергијата). Условот за топлинска рамнотежа е:

$$m_2c(t_2 - t) = m_1c(t - t_1) \quad (1)$$

каде m_2 и m_1 се масата на топлата и ладната вода, а c е специфичен топлински капацитет на водата. Со кратење на c , изразување на масата преку волуменот на водата (сметаме дека водата има константна густина во дадениот температурен интервал) и користење на изразот $V = V_1 + V_2$, добиваме:

$$V_1 = V \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1}$$

Со замена на дадените податоци, добиваме, $V_1 = 10\text{ L}$, и $V_2 = 14\text{ L}$.

Вака поставената задача, има едноставно математичко решение:

Ако земаме x литри вода на 30 °C и y литри вода на 18 °C, вкупното количество вода (волуменот) изнесува 24 литри вода. Оттука првата равенка на системот би била

$$x + y = 24.$$

Втората равенка, која ќе ја најдете понудена во одговорите на математичките збирки би била равенка која соодветствува на (1)

$$30x + 18y = 24 \cdot 25.$$

Системот равенки $\begin{cases} x + y = 24 \\ 30x + 18y = 600 \end{cases}$ го дава истото решение како и погоре.

Но, ова е задача во која без физичкото толкување многу лесно може да се направи превид. Не се во прашање само единиците мерки туку и неопходна корелација на поимите. Причината зошто може да се реши со помош на систем равенки е фактот дека се мешаат течности со ист топлински капацитет, односно доколку би требало да се

измешаат две различни течности и притоа да се добие нова температура на растворот, тогаш топлинскиот капацитет c , кој во равенката (1) може да се скрати, би бил различен за различните течности и кретењето не би можело да се направи. Затоа, секогаш е подобро, во математичките задачи, да се дава дополнително објаснување и насока за изворната физичка појава која го опишува проблемот.

Пример 6 (Архимедова сила)

Парче легура од цинк и бакар со маса 40 kg, кога целосно ќе се потопи во вода губи во маса 5 kg. Одредете колкава е масата на цинкот, а колкава масата на бакарот, ако е познато дека во вода цинкот губи $14\frac{2}{7}\%$, а бакарот $11\frac{1}{9}\%$ од својата маса. [10]

Овој пример од литературата по математика е избран поради начинот на кој е поставен. И во други примери од математика често пати не се прави разлика меѓу поимите маса и тежина. Во проблемот, она што се намалува е тежината на парчето легура. Во вода таа се намалува за 50 N. Уште, решавањето на проблемот од физички аспект, со познати вредности за густината на цинкот, бакарот и водата (вредности од табела) укажува дека дадените вредности (изразени во проценти) не се потребни. Овие податоци согласно текстот во условот на проблемот не се правилно дадени, односно искажувањето е погрешно.

На часовите по физика, прво, наставникот треба да го постави проблемот во соодветна правилна формулација и со познати вредности доволни за негово решавање. Применувајќи го концептот за сила на потисок, јасно е дека разликата во тежината на парчето легура во воздух и во вода е еднаква на Архимедовата сила која дејствува на потопеното парче.

За масата на цинкот се добива израз:

$$m_1 = \frac{G - G_1 - \rho_0 \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_2}}{\rho_0 \cdot g \cdot \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \cdot \rho_2}},$$

а масата на бакарот во парчето легура е $m_2 = m - m_1$.

Математичкото решение го занемарува фактот дека при потопување во вода, легурата привидно губи од својата маса, односно губи од својата тежина. Така, ако со x и y соодветно, ги означиме масите на цинкот и бакарот во легурата, согласно условите на задачата, системот равенки кои се добива е:

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ 14\frac{2}{7} \cdot \frac{x}{100} + 11\frac{1}{9} \cdot \frac{y}{100} = 5 \end{cases}$$

а решението за масите на цинкот и бакарот соодветно се $x = 17,5$ kg и $y = 22,5$ kg.

Тука повторно станува збор за неопходноста на корелацијата меѓу двата наставни предмети и за решавање на проблемски задачи на часовите по математика. Отсуството на задавање на илустрирани примери од реалниот живот, за кој математички ќе се постави модел, односно ќе се формулира математичка задача, а чие решение ќе се дискутира и толкува, многу допринесува во зголемување на „апстрактноста“ на математиката.

ДИСКУСИЈА И ЗАКЛУЧОК

Примерите издвоени во трудот се проблеми преземени од литература за математика (збирки по математика, математички списанија и сл.). Решавање на исти проблеми на часовите по математика и на часовите по физика дава можност учениците да согледаат еден аспект од блиската поврзаност на математиката и физиката. Кон решавањето на дадени проблеми, овде означени како математичко-физички проблеми, може да се пристапи на различен начин и секој од нив води до точниот одговор.

На часот по физика, на секој од ваквите проблеми треба да му се даде физичка смисла. Текот на решавање може да е проследен со соодветна скица на проблемот, да се има предвид дека дадените и бараните податоци претставуваат физички величини кои имаат своја димензија и мерна единица. Но и на часот по математика, проблемот треба да произлегува од реалниот живот, со правилно прикажани врски од природата. Имплицитно, во постапката за решавање честопати моделираме, а честопати ситуацијата ја идеализираме. Физичката смисла на проблемот го поттикнува логичкото размислување. Сето тоа, го оживува проблемот и му дава реална димензија, го прави видлив и достапен за сетилна и ментална перцепција. Математичката апстрактност преминува во физичка реалност. Таквиот премин, математичките задачи ги прави поблиски до реалноста и прашањето: „Зошто ми е потребно ова?“, станува излишно. Со ваквиот пристап, сме поблиску до природата.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Arons, *Teaching Introductory Physics*. NY: John Wiley and Sons, 1997.
2. Bing, T. and Redish, E., *Analyzing Problem Solving Using Math in Physics: Epistemological Framing via Warrants*, *Physical Review Special Topics – Physics Education Research* 5, 020108 (2009).
3. Larkin, J. and Reif, F., *Understanding and Teaching Problem-Solving in Physics*, *Eur. J. Sci. Educ.*, **1** (2), (1979), pp. 191-203.
4. Garrett, R., *Problem-solving in Science Education*, *Studies in Science Education*, 13 (1986), pp. 70-95.
5. Redish, E. and Kuo, E., *Language of Physics, Language of Math: Disciplinary Culture and Dynamic Epistemology*, *Sci & Educ*, 24 (2015), pp. 561-590.
6. Нумерус XLII-2, 2016/2017, стр. 32.
7. Нумерус XLIII-2, 2017/2018, стр. 35.
8. Нумерус XL-3, 2014/2015, стр. 28.
9. Нумерус XLII-4, 2016/2017, стр. 37.
10. Vladimir Stojanović, *Mathematiskop 2, Stazama šampiona – priručnik za pripremu takmičenja (za učenike VII i VIII razreda OŠ)*, IP Matematiskop, Beograd, 1999.
11. Нумерус XLIV-1, 2018/2019, стр. 48.
12. Нумерус XLIV-1, 2018/2019, стр. 46.
13. Милош Миличић, *Збирка задатака из математике за такмичења ученика основне школе, Школски сервис Гајић, Београд, 2015.*

Геометриски докази на некои неравенства

Делчо Лешковски¹, Валентина Миовска²

¹Меѓународен Балкански универзитет, Скопје, Р. Македонија

²Природно-математички факултет, Скопје, Р. Македонија

Апстракт. Неравенствата честопати се тешки за докажување и бараат познавање на различни начини, пристапи и техники на докажување. Тука разгледуваме некои познати геометриски докази на алгебарски равенства и неравенства кои се среќаваат во литературата. По нивен пример, даваме геометриски докази на неравенството на преуредување и неравенството на Чебишев, во случаите кога $n = 2$ и $n = 3$. Сето ова е направено со цел преку геометриски докази да се визуелизираат и доближат до учениците доказите на овие неравенства, а со тоа да се зголеми и збогати математичкото разбирање. Секако, цел е и да се мотивираат учениците преку слични постапки самите да истражуваат.

Клучни зборови: Неравенство, геометриски доказ.

ВОВЕД

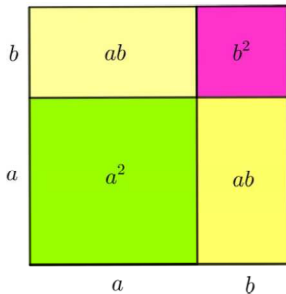
Неравенствата честопати се тешки за докажување и бараат познавање на различни начини, пристапи и техники на докажување. Затоа, визуелизацијата е моќна алатка за подобро разбирање на некои неравенства и честопати користиме геометриски докази кои содржат слики, т.е. цртежи кои се впечатливи и лесно разбирливи. Вообичаено е сликите и цртежите во наставата по математика да се користат при изучувањето на геометриски теми, но честопати и многу други содржини коишто не се геометриски можат да се интерпретираат и визуелизираат со слики или со цртежи, т.е. да се „геометризираат“. На овој начин ја унапредуваме креативната настава по математика, часовите стануваат поинтересни, па дури и забавни.

Овде ќе разгледаме некои геометриски докази на често користените алгебарски идентитети во наставата, кои имаат цел да ги доближат до учениците. Ќе разгледаме и некои геометриски докази на најкористените неравенства во наставата, а пред се во натпреварските задачи, неравенствата меѓу квадратна, аритметичка, геометриска и хармониска средина. По нивен пример, ќе ги илустрираме неравенството на преуредување и неравенството на Чебишев, во случаите кога $n = 2$ и $n = 3$. Овие неравенства не се од секојдневната настава, но начинот и техниката што ќе ги користиме ги прават лесно разбирливи за учениците, па имајќи го тоа предвид би биле корисни на додатните часови или на некои работилници што би можеле да се организираат. Секако, намерата е да се мотивираат учениците, преку постапки и техники слични на дадените, самите да истражуваат, да заклучуваат и да ги применуваат геометриските докази во докажувањето на неравенства но и при докажувања на други тврдења.

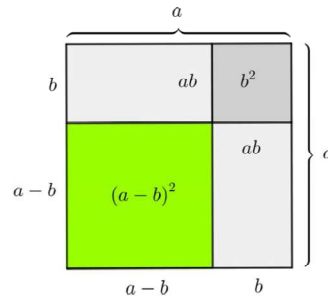
Како што веќе кажавме, користење на геометриски фигури во докажување на алгебарски идентитети честопати се користи од наставниците на часовите. Највпечатливи геометриски докази се доказите на формулите за скратено множење на два биноми, т.е.

на формулите за бином на квадрат и разлика на квадрати. Следните докази се многу познати и можат да се најдат на многу места во литературата.

На Слика 1 е даден геометрискиот доказ на формулата $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Разгледуваме квадрат со страна $a+b$. Го делиме квадратот на два квадрати и два правоаголници, како што е на Слика 1. Квадратите се со страни a и b , а правоаголниците се складни и се со страни a и b . Со тоа ја разделуваме плоштината на квадратот, која изнесува $(a+b)^2$, на 4 плоштини: a^2 , b^2 , ab и ab , односно важи $(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

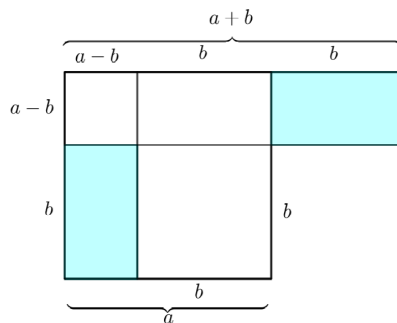


СЛИКА 1. Геометриски доказ на $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



СЛИКА 2. Геометриски доказ на $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

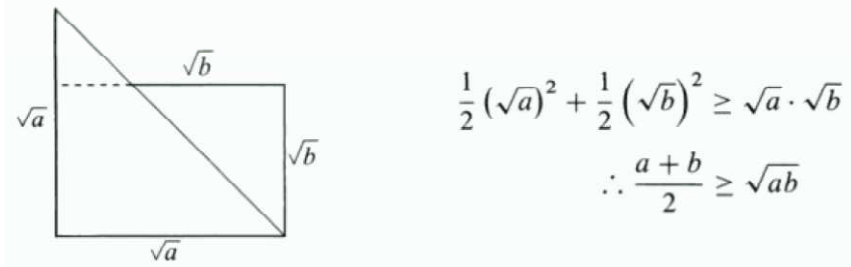
На Слика 2 е даден геометрискиот доказ на формулата $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Нека $a > b$. Разгледуваме квадрат со страна a . Го делиме квадратот на квадрат со страна $a-b$ и два правоаголници со страни a и b , како што е на Слика 2. Притоа, правоаголниците се преклопуваат формирајќи квадрат со страна b . Затоа, за плоштината на квадратот важи $a^2 = (a-b)^2 + ab + ab - b^2$ и оттука добиваме $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.



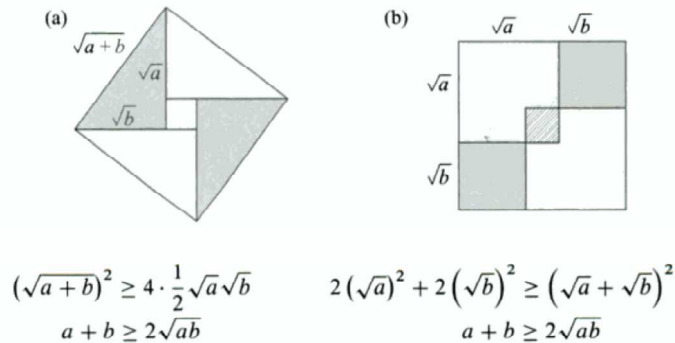
СЛИКА 3. Геометриски доказ на $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

На Слика 3 е даден геометрискиот доказ на формулата $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$. Нека $a > b$. Разгледуваме квадрат со страна a . Ја продолжуваме страната на квадратот за b , го разделуваме квадратот на 2 квадрати со страни b и $a-b$ и два складни правоаголници со страни b и $a-b$. Надвор од квадратот сме добиле уште еден правоаголник со страни b и $a-b$ и го имаме правоаголникот со страни $a-b$ и $a+b$, како што е на Слика 3. Бидејќи сините плоштини се еднакви, за плоштината на правоаголникот со страни $a-b$ и $a+b$ имаме $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

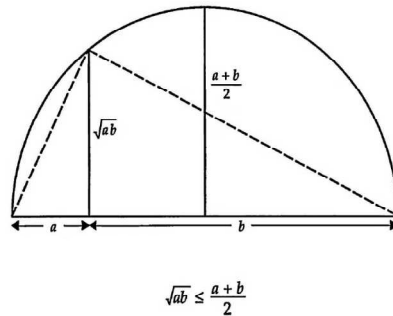
На сличен начин можат да се разгледуваат и неравенствата. Едно од најпознатите неравенства, неравенството меѓу аритметичката и геометриската средина (понатаму ќе ја користиме кратенката АС-ГС), е еден од најчестите примери на геометризирање во литературата, посебно во случајот на две променливи. Да се потсетиме, неравенството АС-ГС за две променливи гласи: Ако a и b се позитивни реални броеви, тогаш $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Притоа, $\frac{a+b}{2}$ е аритметичка средина (АС) на a и b , а \sqrt{ab} е геометриска средина (ГС) на a и b . Во [1, 2] се дадени по неколку такви примери. Еве некои од нив како докази без зборови, преземени како слики од наведената литература:



СЛИКА 4. Неравенство АС-ГС илустрирано од Бекенбах и Белман [1]



СЛИКА 5. Два геометриски докази на неравенството АС-ГС од [1]

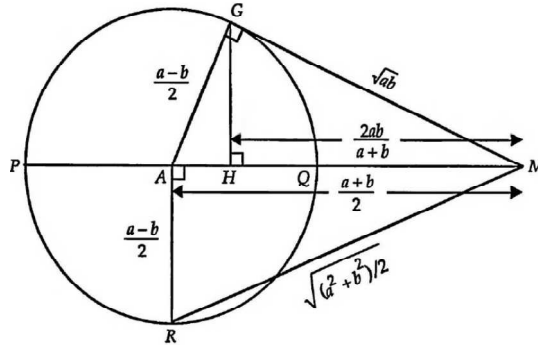


СЛИКА 6. Геометриски доказ на неравенството АС-ГС од [2]

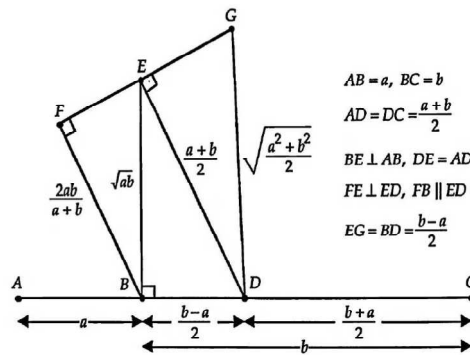
Во литературата, многубројни се и геометриските докази на неравенствата меѓу квадратната, аритметичката, геометриската и хармониската средина за две променливи.

Да ги дефинираме квадратната и хармониската средина (КС и ХС, соодветно). Ако a и b се позитивни реални броеви, тогаш $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ е КС на a и b , а $\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ е ХС на a и b . За

овие четири средини важи: $КС \geq АС \geq ГС \geq ХС$. Еве неколку геометриски докази за ова:

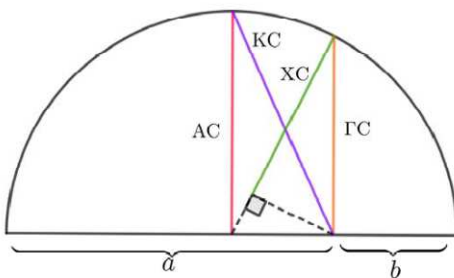


СЛИКА 7. Геометриски доказ на неравенствата КС-АС-ГС-ХС на Нилсен [2]

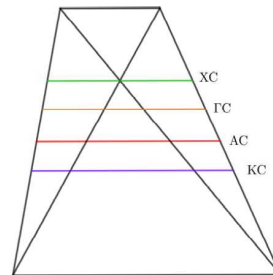


СЛИКА 8. Геометриски доказ на неравенството КС-АС-ГС-ХС на Кунг [2]

Ќе ги спомнеме и геометриските докази на неравенствата КС-АС-ГС-ХС кога се искористени полукруг и трапез, Слика 9 и Слика 10.



СЛИКА 9. Геометриски доказ на КС-АС-ГС-ХС [3]



СЛИКА 10. Геометриски доказ на КС-АС-ГС-ХС

НЕРАВЕНСТВО НА ПРЕУРЕДУВАЊЕ

Тука ќе го разгледаме неравенството на преуредување (rearrangement inequality) во случаите кога $n = 2$ и $n = 3$.

Неравенството на преуредување гласи:

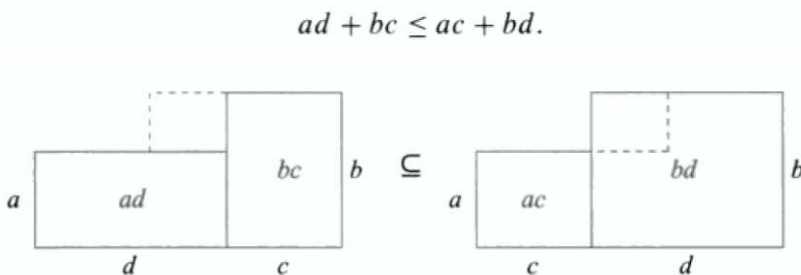
Нека x_1, x_2, \dots, x_n и y_1, y_2, \dots, y_n се позитивни реални броеви за секој $n \geq 2$ и нека $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$ и $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$. Тогаш, за секоја пермутација z_1, z_2, \dots, z_n на броевите y_1, y_2, \dots, y_n важи

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n \geq x_1 z_1 + x_2 z_2 + \dots + x_n z_n \geq x_1 y_n + x_2 y_{n-1} + \dots + x_n y_1.$$

Пред да го разгледаме неравенството за случаите $n = 2$ и $n = 3$, да забележиме дека тука е искажано за позитивни реални броеви, а може да бидат произволни и, уште, за броевите може да важи или $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$ и $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$ (како во нашиот случај) или $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ и $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$. Докажувањето за вториот случај е слично со постапката што ќе ја дадеме.

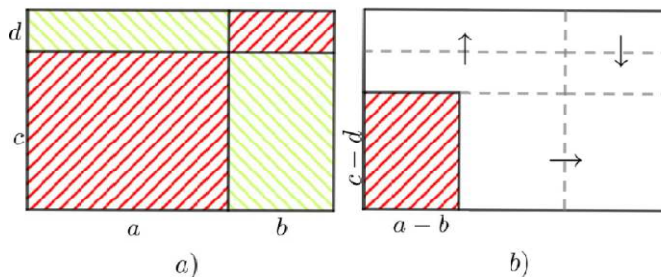
Неравенство на преуредување во случај кога $n = 2$

Еден геометриски доказ за овој случај е даден во [1]. Тој доказ е даден на Слика 11 и ќе го оставиме како доказ без зборови. Само да напоменеме дека се работи за позитивните броеви a, b, c и d , за кои важи $a \leq b, c \leq d$.



СЛИКА 11. Геометриски доказ на неравенството на преуредување во случај кога $n = 2$ даден во [1]

Се враќаме на нашата формулација. Нека $a \geq b, c \geq d$. Треба да докажеме дека $ac + bd \geq ad + bc$ (d, c е единствена пермутацијана c, d). На Слика 12 а) со црвено е прикажана фигурата чија плоштина е $ac + bd$, а со зелено фигурата со плоштина $ad + bc$. По три преклопувања, како што е показано на Слика 12 б), од почетната црвена фигура останува правоаголник со страни $a - b$ и $c - d$, па затоа $ac + bd \geq ad + bc$.



СЛИКА 12. Геометриски доказ на неравенството на преуредување кога $n = 2$

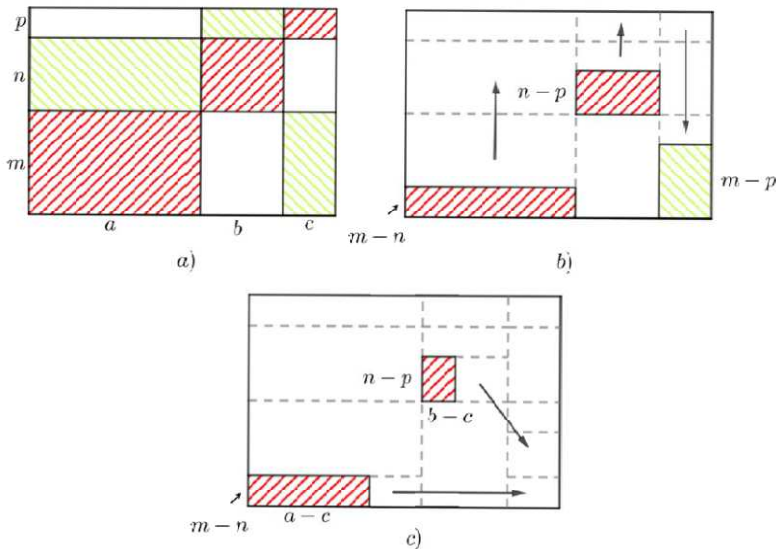
Неравенство на преуредување во случај кога $n = 3$

Нека $a \geq b \geq c$ и $m \geq n \geq p$. Бидејќи за броевите m, n, p има 6 пермутации, треба да разгледаме 9 случаи:

1. $am + bn + cp \geq am + bp + cn$. Оттука имаме $bn + cp \geq bp + cn$, па овој случај се сведува на неравенство на преуредување кога $n = 2$.

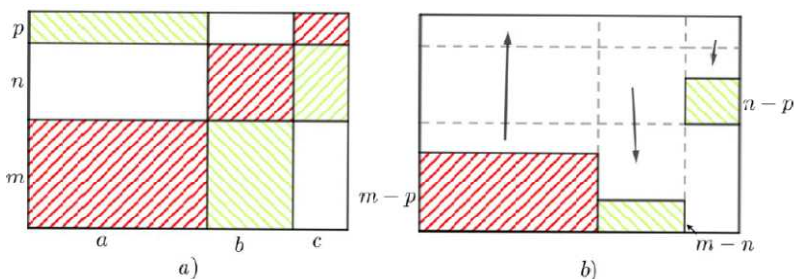
2. $am + bn + cp \geq an + bm + cp$. Добиваме $am + bn \geq an + bm$ т.е. се сведува на претходниот случај.

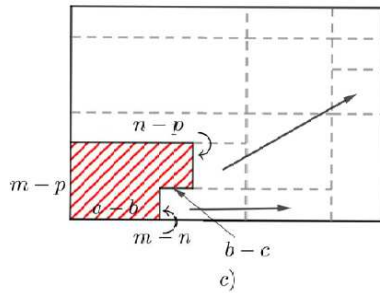
3. $am + bn + cp \geq an + bp + cm$. На Слика 13 а) со црвено е прикажана фигурата чија плоштина е $am + bn + cp$, а со зелено е фигурата со плоштина $an + bp + cm$. По две преклопувања и три лепења, како што е покажано на Слика 13 б) и Слика 13 с), од почетната црвена фигура остануваат два правоаголници, едниот со страни $a - c$ и $m - n$, а другиот со страни $b - c$ и $n - p$, па затоа $am + bn + cp \geq an + bp + cm$.



СЛИКА 13. Геометриски доказ на $am + bn + cp \geq an + bp + cm$

4. $am + bn + cp \geq ap + bm + cn$. На Слика 14 а) со црвено е прикажана фигурата чија плоштина е $am + bn + cp$, а со зелено е фигурата со плоштина $ap + bm + cn$. По три преклопувања и две лепења, како што е покажано на Слика 14 б) и Слика 14 с), од почетната црвена фигура остануваат два правоаголници, едниот со страни $a - b$ и $m - p$, а другиот со страни $b - c$ и $n - p$, па затоа $am + bn + cp \geq ap + bm + cn$.

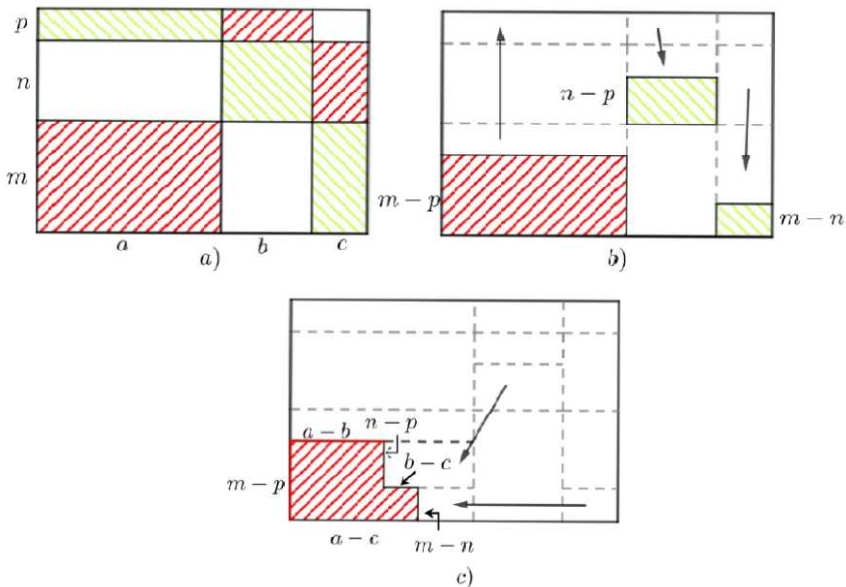




СЛИКА 14. Геометриски доказ на $am + bn + cp \geq ar + bm + cn$

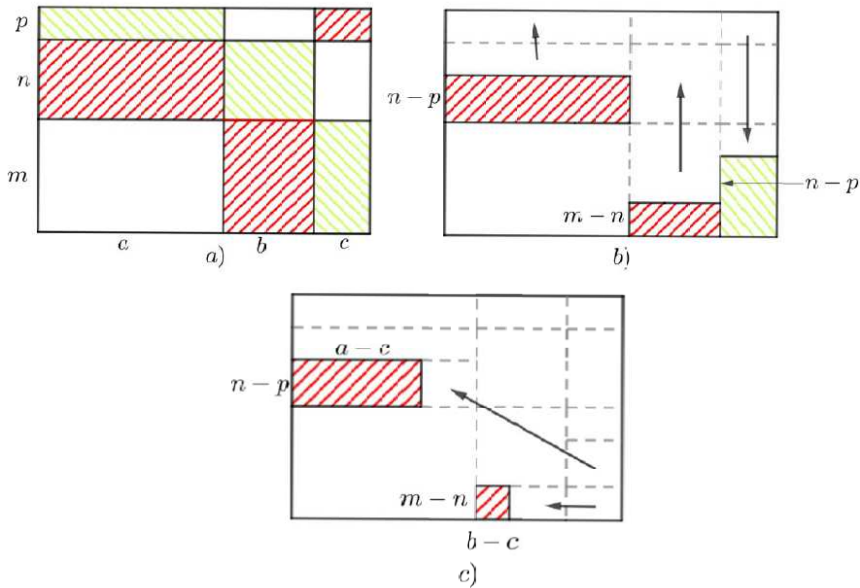
5. $am + bn + cp \geq ar + bn + cm$. Оттука $am + cp \geq ar + cm$, па и овој случај се сведува на неравенство на преуредување кога $n = 2$.

6. $am + bp + cn \geq ar + bn + cm$. На Слика 15 а) со црвено е прикажана фигурата чија плоштина е $am + bp + cn$, а со зелено е фигурата со плоштина $ar + bn + cm$. По две преклопувања и три лепења, како што е покажано на Слика 15 б) и Слика 15 с), од почетната црвена фигура остануваат два правоаголници, едниот со страни $a - b$ и $m - p$, а другиот со страни $b - c$ и $m - n$, па затоа $am + bp + cn \geq ar + bn + cm$.



СЛИКА 15. Геометриски доказ на $am + bp + cn \geq ar + bn + cm$

7. $an + bm + cp \geq ar + bn + cm$. На Слика 16 а) со црвено е прикажана фигурата чија плоштина е $an + bm + cp$, а со зелено е фигурата со плоштина $ar + bn + cm$. По три преклопувања и две лепења, како што е покажано на Слика 16 б) и Слика 16 с), од почетната црвена фигура остануваат два правоаголници, едниот со страни $a - c$ и $n - p$, а другиот со страни $b - c$ и $m - n$, па затоа $an + bm + cp \geq ar + bn + cm$.



СЛИКА 16. Геометриски доказ на $an + bm + cp \geq ap + bn + cm$

8. $an + bp + cm \geq ap + bn + cm$. Добиваме $an + bp \geq ap + bn$, односно случај кога $n = 2$.

9. $ap + bm + cn \geq ap + bn + cm$. Имаме $bm + cn \geq bn + cm$, односно случај кога $n = 2$.

НЕРАВЕНСТВО НА ЧЕБИШЕВ

Да го формулираме неравенството на Чебишев:

Нека x_1, x_2, \dots, x_n и y_1, y_2, \dots, y_n се позитивни реални броеви за секој $n \geq 2$, и нека $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$. Тогаш:

i) ако $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$, тогаш $x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n \geq \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)(y_1 + y_2 + \dots + y_n)}{n}$

ii) ако $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$, тогаш $x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n \leq \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)(y_1 + y_2 + \dots + y_n)}{n}$

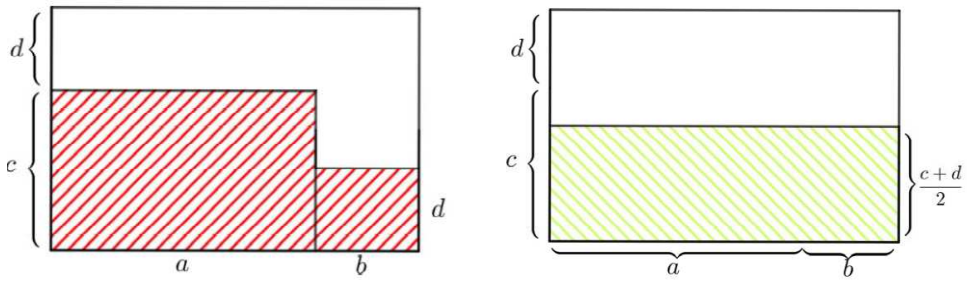
Тука ќе дадеме геометриски доказ само за случајот i) кога $n = 2$ и $n = 3$, а постапката за случајот ii) е многу слична.

Неравенство на Чебишев во случај кога $n = 2$

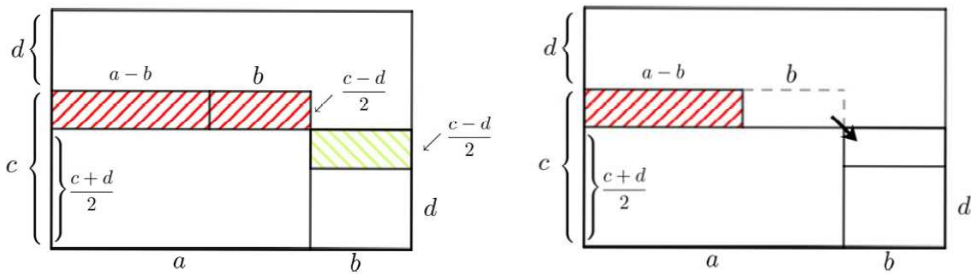
Нека $a \geq b$ и $c \geq d$. Треба да ги споредиме плоштините на црвената и зелената фигура, односно $ac + bd$ и $\frac{(a+b)(c+d)}{2}$, Слика17.

Кога ќе ги преклопиме двете фигури како на Слика 18, од црвената површина останува како вишок правоаголникот со страни $a - b$ и $\frac{c - d}{2}$, и со тоа јасно е дека

$$ac + bd \geq \frac{(a+b)(c+d)}{2}.$$



СЛИКА 17. Геометриските фигури чишто плоштини се споредуваат

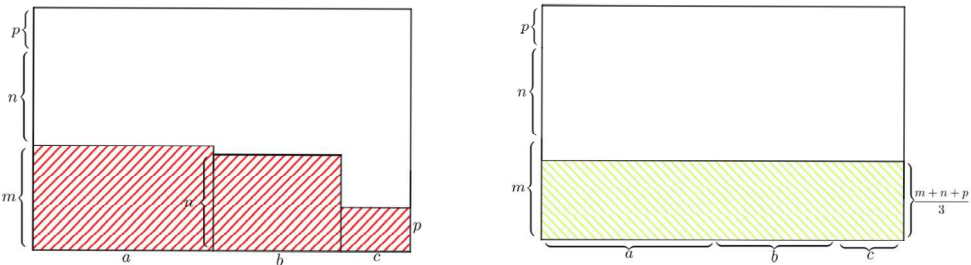


СЛИКА 18. Геометриски доказ на неравенството на Чебишев во случај кога $n = 2$

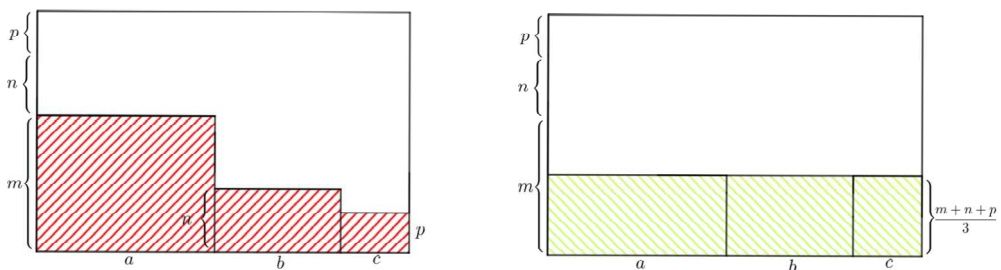
Неравенство на Чебишев во случај кога $n = 3$

Нека $a \geq b \geq c$, $m \geq n \geq p$. Ги споредуваме плоштините на црвената и зелената фигура,

Слика 19 или Слика 20, во зависност дали $\frac{m+n+p}{3} \leq n$ или $\frac{m+n+p}{3} \geq n$, соодветно.

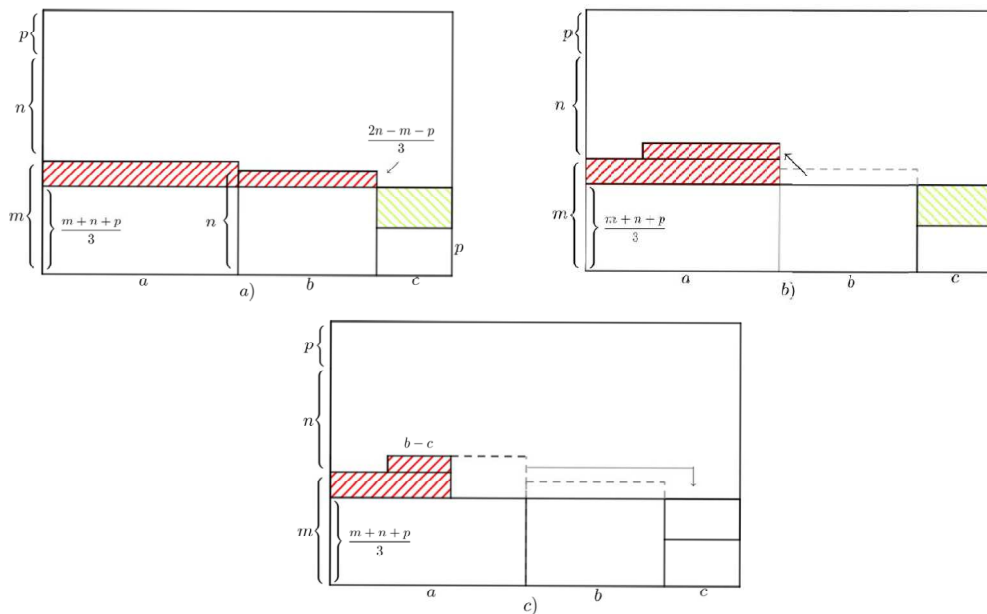


СЛИКА 19. Геометриските фигури чишто плоштини се споредуваат кога $\frac{m+n+p}{3} \leq n$



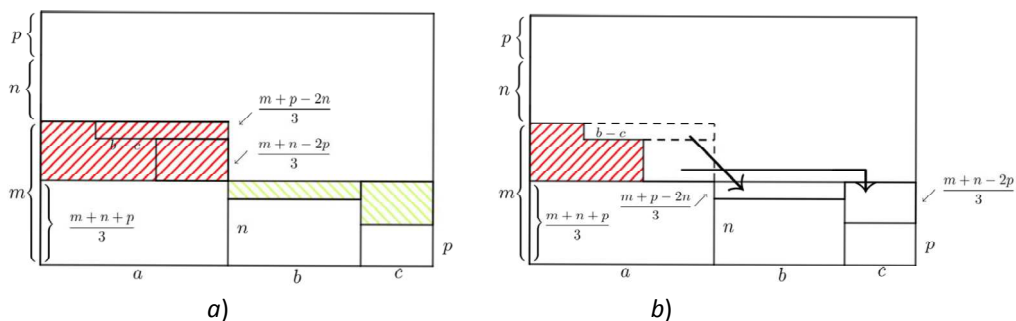
СЛИКА 20. Геометриските фигури чишто плоштини се споредуваат кога $\frac{m+n+p}{3} \geq n$

Во првиот случај, кога ќе ги преклопиме фигурите, добиваме дека црвената фигура ја поклопува зелената освен еден правоаголник со страни c и $\frac{m+n-2p}{3}$, а од црвената остануваат и два правоаголници, едниот со страни a и $\frac{2m-n-p}{3}$, а другиот со страни b и $\frac{2n-m-p}{3}$, Слика 21 а). Ако го ставиме правоаголникот со страни b и $\frac{2n-m-p}{3}$ над правоаголникот со страни a и $\frac{2m-n-p}{3}$, Слика 21 б), тогаш од новодобиената црвена фигура може да отсечеме правоаголник со страни c и $\frac{m+n-2p}{3}$ и да го залепиме над зелениот правоаголник, Слика 21 с). Со тоа зелената фигура е целосно покриена од црвената и останува уште црвената фигура на Слика 21 с). Значи, $am + bn + cp \geq \frac{(a+b+c)(m+n+p)}{3}$.



СЛИКА 21. Геометриски доказ на неравенството на Чебишев во случај кога $n = 3$ и $\frac{m+n+p}{3} \leq n$

Во вториот случај, кога $\frac{m+n+p}{3} \geq n$, кога ќе ги преклопиме фигурите, добиваме дека црвената фигура ја поклопува зелената освен еден правоаголник со страни c и $\frac{m+n-2p}{3}$ и еден правоаголник со страни b и $\frac{m+p-2n}{3}$, а од црвената останува еден правоаголник со страни a и $\frac{2m-n-p}{3}$, Слика 22 а). Ако од црвениот правоаголник ги исечеме двата правоаголници и ги залепиме на соодветните зелени правоаголници, зелената фигура ќе биде целосно покриена, а од црвената ќе остане фигурата како на Слика 22 б). Затоа, $am + bn + cp \geq \frac{(a+b+c)(m+n+p)}{3}$.



СЛИКА 22. Геометриски доказ на неравенството на Чебишев во случај кога $n = 3$ и $\frac{m+n+p}{3} \geq n$

ЛИТЕРАТУРА

1. Alsina C., Nelsen B. R., When less is more (Visualizing basic inequalities), Mathematical association of America, 2009.
2. Nelsen B. R., Proofs without words (Exercises in visual thinking), Mathematical association of America, 1993.
3. <https://www.geogebra.org/m/Fxu9tWwJ>.

Geometric proofs of some inequalities

Delcho Leshkovski¹, Valentina Miovska²

¹International Balkan University, Skopje, North Macedonia

²Faculty of Natural Science and Mathematics, Skopje, North Macedonia

Abstract. It's often difficult to prove a given inequality and it requires knowledge of different approaches and proof techniques. In this paper we consider some well-known geometric proofs of algebraic identities and inequalities that can be found in the literature. Following these examples, we give geometric proofs of the Rearrangement inequality and the Chebyshev's inequality, in the case $n = 2$ and $n = 3$. The objectives of this work are to show that the visualization of the proofs is very useful for better understanding the mathematical inequalities and to motivate the students to think and research in a similar way.

Key words: Inequality, geometric proof.

Escape room – иновативен пристап за поттикнување на креативноста во наставата

Марина Стојановска

*Институт за хемија, Природно-математички факултет,
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје, Македонија*

Апстракт. Целта на учењето базирано на игра е осмислување на едукативни активности поврзани со концепти кои се изучуваат по определен предмет, а пристапот е поатрактивен одошто оној во традиционалната училишница. Во една типична escape room активност, учесниците се „заклучени“ во просторија и се обидуваат да ги решат загатките за да „побегнат“. Обично, на почетокот се смислува приказна, на пример дека постои бомба во зградата и дека учесниците се тие кои треба да ја деактивираат преку решавање загатки. Ваквото сценарио не е практично за во училишница, па затоа потребна е модификација. Згодно е да се работи со кутии во кои е заклучена награда. Преку вакво иновативно и интерактивно поучување, учениците развиваат техника на решавање проблеми и стекнуваат практични вештини на нов, интересен начин. Преку вакви активности се развиваат критичкото и креативното размислување, вештините на истражување, но и донесувањето одлуки, соработката, комуникацијата и развивањето позитивни ставови кон предметот. Се става акцент на тимската работа, а сите ученици се активно вклучени во активноста. Ова е формативен начин на добивање увид во знаењето на учениците. Escape room активноста не треба да биде само забава, туку треба да нуди можности учениците да учат или да го повторат наученото на поинаков начин.

Клучни зборови: escape room, креативност, настава по хемија, рекреативен час, учење базирано на игра, учење базирано на решавање проблеми

ВОВЕД

Учењето базирано на игра не е новост. Преку игра децата уште од најмала возраст го осознаваат светот и учат вештини кои им се потребни во текот на животот. Очекувано, игрите во образованието се повеќе застапени меѓу помладите ученици. Сепак, правилно осмислени едукативни игри може да имаат огромен позитивен ефект и кај повозрасни ученици [1-5]. Сите ние сме биле вклучени (или сè уште сме вклучени) во играњето игри, понекогаш дури и без да бидеме свесни за тоа. Правилно осмислени игри, во кои ќе има едукативна содржина и кои ќе им овозможат на учениците стекнување нови знаења и вештини, може да претставуваат моќна педагошка алатка која ќе го зголеми интересот на учениците кон одреден предмет и ќе го подобри учењето.

Целта на ваквите игри е запознавање, објаснување или повторување на концептите на еден поинтересен и интерактивен начин за разлика од вообичаената практика во традиционалната училишница. Преку едукативните игри, учениците ја развиваат својата креативност и стекнуваат вештини на истражување и решавање проблеми. Најчесто, за ваквиот пристап се користи групна работа, па кај учениците се развива соработката и меѓусебната комуникација. Тие разменуваат мислења и заеднички се обидуваат да дојдат до решението или да победат во играта. На овој начин, се раѓаат и нови идеи, а

сите ученици се ментално вклучени во активноста. Тие се забавуваат во текот на играта, но истовремено и учат. Соработката им помага да го конструираат сопственото знаење и да ги надополнат евентуалните пропусти. Работата во групи им дозволува поголема слобода, полесна комуникација со другите ученици, поголема самодоверба и посигурно донесување одлуки. Групната работа е многу битен сегмент бидејќи учениците помалку се плашат од неуспех, а дискусијата која се развива меѓу учениците во групата е секој пат корисна и вродува со плод.

Улогата на наставникот е многу значајна во овој процес. Наставникот мора добро да го испланира секој сегмент од играта пред реализација на часот. За време на часот, тој/таа е модератор кој ги воведува учениците во играта и го следи нивното однесување и напредокот. Ова е поинаков пристап за обработка на часовите за утврдување на знаењата, повторување, воопштување и систематизирање. Основната идеја е да се реализира рекреативен час, чија цел не е да служи исклучиво како забавно средство, туку со негова помош да се заинтересираат и активираат сите ученици и да го совладаат материјалот преку игра. Обично, на рекреативните часови по хемија наставникот вклучува интересни обиди, натпреварувачки квизови, новости во хемијата, историски анегдоти, преглед на животот и работата на истакнати хемичари и слично. Од друга страна, многу поголем успех може да се постигне ако часовите за повторување на материјалот или за обработка на ново градиво се осмислат така што учениците да можат низ игра да учат или да ги продлабочат своите знаења, но и да ги надополнат недостатоците во знаењето и евентуално присутните мисконцепции, односно погрешни претстави.

ESCAPE ROOM ВО УЧИЛНИЦА

Новина во образовниот процес се т.н. *escape room* активности [6, 7]. Тие се применливи за било кој предмет и за било која тема. Овој пристап претставува еден начин за ефикасно совладување на наставната содржина, а воедно овозможува активно вклучување на сите ученици и „оживување“ на часовите.

Во една типична *escape room* училница, учениците се „заклучени“ во просторија и се обидуваат да ги решат загатките за да побегнат. Главни „состојки“ за една *escape room* активност се:

- цел на играта;
- загатки;
- шифри и
- времеско ограничување

Цел на играта. Обично, на почетокот се смислува приказна, на пример дека постои бомба во зградата и дека треба да ја деактивираат преку решавање загатки. Ваквото сценарио не е сосема практично за работа со ученици, па затоа згодна модификација е ако на учениците им се каже дека треба да ги решат загатките за да ги отклучат катанците на кутија во која се наоѓа награда. Може да се постави како задача наоѓање на изгубено богатство, лек за некој вирус, робот кој сака да ја преземе контролата на градот и друго.

Загатки. Загатките претставуваат своевиден патоказ кон постигнување на целта. Обично, тие се поставени во коверти или кутии и се скриени во училницата. Преку загатките учениците го повторуваат материјалот или изнаоѓаат креативни решенија. За оваа цел, наставникот може да искористи некое старо наставно ливче, да направи

прегрупирање на прашањата и да го претвори во вистинска атракција. Може да се искористат прашања со повеќечлен избор, прашања од типот точно/неточно, спарување, дополнување, дијаграми, сликовни прашања, ...

Шифри. Со правилно решавање на сите загатки се откриваат шифрите, се отклучува кутијата и се „побегнува“ од училницата (односно, се добива наградата). Шифрите може да бидат комбинација од броеви или букви (обично 3-5). Најчесто се користат катанци поставени на кутијата, кои може да се отклучат само со правилна шифра. Често, за оваа намена се користи и google forms како замена за катанците.

Временско ограничување. Ова не е задолжително, но ја зголемува мотивацијата и натпреварувакиот дух меѓу учениците. Впрочем, постои и временско ограничување на самите часови од 40 или 45 минути, па оваа „состојка“ се наметнува сама по себе.

Во овој труд се презентирани неколку загатки наменети за наставата по хемија кои се однесуваат на теми поврзани со Периодниот систем, а изборот е направен во чест на одбележувањето на Меѓународната година на Периодниот систем [8]. Освен тоа, предложени се и загатки наменети за ученици (и наставници) при изучување на предметот Природни науки. Ќе бидат опишани само дел од активностите кои беа реализирани во текот на 2019 година во рамки на escape room работилниците на семинарите за наставници по хемија [9, 10] и обуките за одделенски и предметни наставници по природни науки [11, 12] како дел од нивниот професионален развој. Потребните материјали за сите игри се рачно изработени и лесно достапни (катанците и кутиите треба да се купат, но се користат многупати потоа, а можна е и нивна замена со google forms). Ова е особено важно затоа што за реализација на наставните цели потребни се средства и опрема која ретко е присутна во нашите училишта, особено кога се работи за настава по природни науки. Понекогаш, наставникот има идеја која сака да ја реализира, но нема доволно средства или лабораториски прибор и хемикалии тоа да го направи.



СЛИКА 1. Дел од приборот за escape room активност

ПРЕДЛОГ ЗАГАТКИ ЗА ESCAPE ROOM АКТИВНОСТИ ВО УЧИЛНИЦА

Во овој дел се понудени неколку загатки, а наставниците со својата креативност може да ги адаптираат на потребите и условите во училницата или да ги искористат како идеја за осмислување на сосема нови загатки. Може да се искористи само една загатка за време на часот или да се реализира escape room во текот на целиот час. Овој метод може

да се применува при повторување на наставна тема, при дијагностичка проверка на знаењата или, едноставно, за зголемување на интересот на учениците.

Загатка број 1. Фискална сметка

Наставникот креира лажна фискална сметка во која вметнува поими од одредена тема. Во овој случај, станува збор за поими од структурата на атомот и Периодниот систем. Поимите може да се „скријат“ меѓу датумите, сумите или самата нарачка. Така, учениците треба да ги откријат атомскиот и масениот број на елементите, групата и периодата во која припаѓаат, бројот на протони, неутрони и електрони во атомот итн. Со други зборови, со оваа загатка тие се потсетуваат на најважните концепти од темата и, преку тимска работа, меѓусебно си помагаат, а на тој начин и полесно го совладуваат материјалот.



СЛИКА2. Cool Chemistry Coffee – загатка во форма на фискална сметка

Загатка број 2. Кралица и крал

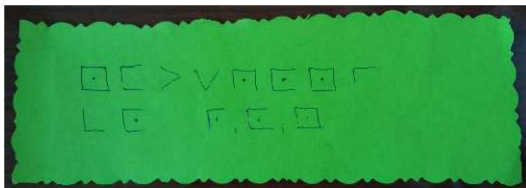
Оваа загатка е поврзана со симболите на хемиските елементи од таблицата на Периодниот систем на елементите. Од учениците се бара да ги препознаат хемиските симболи скриени меѓу зборовите и внимателно да го читаат текстот за да може да ги откријат клучните зборови кои ќе им помогнат да ја откријат шифрата.



СЛИКА 3. Кралица и крал – загатка за хемиски елементи

Загатка број 3. Кодирана порака

На учениците им се дава кодирана порака и легенда според која треба да ја откријат тајната шифра. Нивна задача е да ги споредат знаците со соодветните букви дадени во легендата и да го прочитаат мистериозниот текст, а потоа да одговорот на прашањето кое се содржи во текстот.

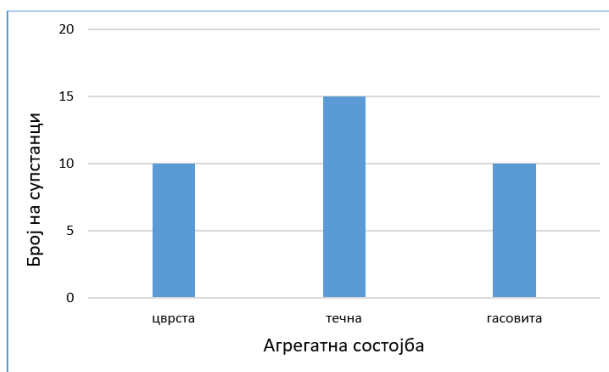


СЛИКА 4. Загатка со кодирана порака

Може да се зададат и повеќе прашања за откривање на една шифра, така што секое прашање ќе „крие“ една цифра од шифрата. Во продолжение се наведени повеќе различни начини на поставување на прашања во врска со агрегатните состојби на материјата. Во загатките е дадено исто или слично прашање за да се истакне креативноста и разноликоста во осмислување на прашања за една ваква активност.

Загатка број 4. Дијаграм

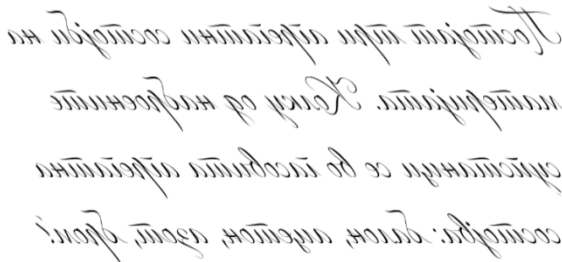
Оваа загатка ја проверува способноста на учениците да толкуваат дијаграми и внимателно да го читаат упатството содржано во барањето. Ова е, всушност, релативно лесна загатка, но нејзиното едукативно значење е големо. Се бара да се открие една цифра од шифрата така што бројот на цврсти супстанции треба да се подели со 5.



СЛИКА 5. Загатка со сликовно прашање

Загатка број 5. Превртен текст

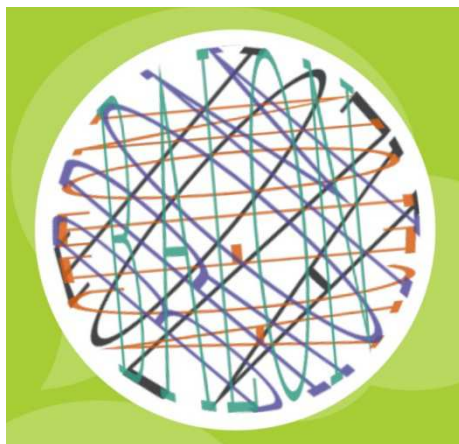
Ова е загатка во која прашањето е поставено на многу интересен начин. Имено, текстот е напишан како да е пресликан од оригиналниот текст. За читањето да биде уште поголем предизвик, се употребуваат ракописни букви или некој „интересен“ фонт. За да се прочита текстот постојат „снаодливи“ решенија – поставување огледало или друга рефлектирачка површина пред текстот, а за оваа намена може да се искористи и камерата од мобилните телефони.



СЛИКА 6. Загатка со огледално пресликан текст

Загатка број 6. Скриени зборови

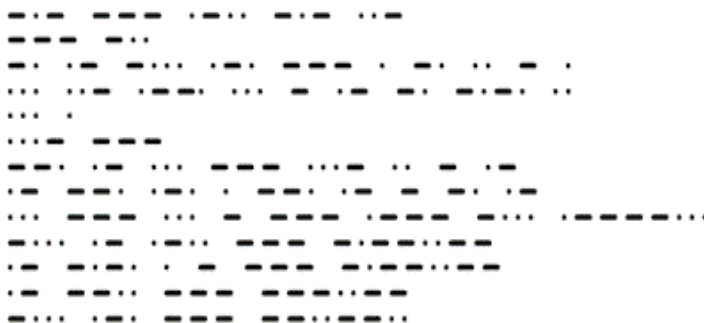
На сликата се напишани четири поими, а задачата на учениците е да откријат колку од нив се во цврста агрегатна состојба. Но, за да може да одговорот на ова прашање, најпрвин треба да откријат за кои поими станува збор. Тоа ќе го направат ако листот на кој е испечатена оваа слика го ротираат за различни агли.



СЛИКА 7. Загатка со скриени зборови

Загатка број 7. Морзеова азбука

Навидум нејасна загатка во која учениците во прв момент гледаат само црточички и точки. Меѓутоа, со помош на легенда, во која е дадено соодветно толкување и секој знак од Морзеовата азбука е поврзан со една буква од абecedата, загатката станува решлива. Се разбира, по дешифрирањето, учениците треба точно да одговорат на прашањето за да ја откријат шифрата.



СЛИКА 8. Загатка напишана со Морзеова азбука

Загатка број 8. Агрегатни состојби

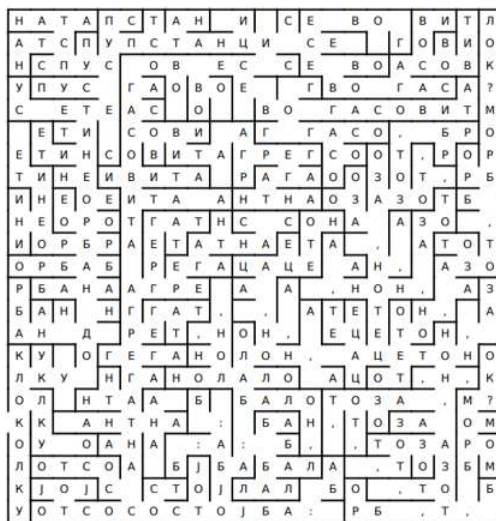
Ова е лесна загатка која е дадена како илустрација дека малку креативност е потребно за наставникот да го направи учењето поинтересно и поефикасно. Учениците треба да ја пополнат табелата со наведување на бројот на супстанции во цврста, течна и гасовита состојба за да ја откријат шифрата.

балон, ацетон, азот, бром

s – цврсто	g – гасовито	l – течно

Загатка број 9. Лавиринт

Ова е уште една загатка која бара одговор на едноставно прашање, но начинот на кој прашањето е поставено (со помош на лавиринт) го буди интересот на учениците. Прашањето гласи: „Колку од наброените супстанции се во гасовита агрегатна состојба: балон, ацетон, азот, бром?“



СЛИКА 9. Загатка лавиринт

ЗАКЛУЧОК

Escape room пристапот е сè поприсутен во наставниот процес и буди голем интерес кај наставниците и учениците. Преку вакви активности учениците ги совладуваат концептите на начин кој се разликува од традиционалниот, а тоа создава позитивна атмосфера за учење. Практикувањето на пристапот базиран на игра и тимска работа овозможува развој на вештини важни за секој ученик, а истовремено претставува и интелектуален предизвик. Ваквиот пристап не е замена за класичното поучување присутно во нашите училишта, туку претставува надополнување и „оживување“ на часовите. Подготовката на escape room активности бара повеќе време, но резултатите се неизбежни.

Досегашните искуства покажуваат дека escape room активностите наменети за реализација на наставни активности предизвикуваат голем интерес меѓу наставниците, а секако и меѓу учениците. Тоа претставува дополнителна мотивација за креирање на нови вакви активности од кои бенефит ќе имаат и наставниците и учениците.

ЛИТЕРАТУРА

1. Stojanovska, M. and Veleska, B., Chemistry games in the classroom: A pilot study, *Journal of Research in Science, Mathematics and Technology Education*, **1**, (2018), pp. 113–142. doi: 10.31756/jrsmt.e.121
2. Admiraal, W., Huizenga, J., Akkerman, S. and Dama, G., The concept of flow in collaborative game-based learning. *Computers in Human Behaviour*, **27**(3), (2011), pp. 1185–1194. doi: 10.1016/j.chb.2010.12.013
3. Barzilai, S. and Blau, I., Scaffolding game-based learning: Impact on learning achievements, perceived learning, and game experiences. *Computers & Education*, **70**(1), (2014), pp. 65–79. doi: 10.1016/j.compedu.2013.08.003
4. Стојановска, М., Прашања и задачи по хемија за VIII одделение, Скопје: Сојуз на хемичарите и технолозите на Македонија, 2017.

5. Стојановска, М., Прашања и задачи по хемија за IX одделение, Скопје: Тримакс, 2018.
6. Dietrich, N., Escape Classroom: The Leblanc Process – An Educational “Escape Game”. *Journal of Chemical Education*, **95**, (2018), pp. 996–999. doi: 10.1021/acs.jchemed.7b00690
7. Peleg, R., Yaron M., Katchevich D., Moria-Shipony M. and Blonder R., A Lab-Based Chemical Escape Room: Educational, Mobile, and Fun! *Journal of Chemical Education* **96**, (2019), pp. 955–960. doi: 10.1021/acs.jchemed.8b00406
8. International Year of Periodic Table, <https://www.iypt2019.org/>
9. Стојановска, М., Семинари за наставници по хемија, *Macedonian Journal of Chemistry and Chemical Engineering*, **38** (1), (2019), pp. 141–144.
10. Стојановска, М., Трансформација класичне учионице у escape room учионицу, Књига апстраката, Априлски дани о настави хемије – 30. Стручно усовршавање за наставнике хемије и 3. Конференција методике наставе хемије, 2019, стр. 37.
11. Друштво на физичарите на Република Македонија, <http://dfm.org/>
12. Македонско биолошко друштво, <https://biologija.yolasite.com/>

Escape room – an innovative approach to fostering creativity in the classroom

Marina Stojanovska

*Institute of Chemistry, Faculty of Natural Sciences and Mathematics,
University „Ss. Cyril and Methodius“, Skopje, Makedonija*

Abstract. The purpose of game-based learning is to design educational activities related to concepts that are taught in a particular subject, and the approach is more attractive than that in the traditional classroom. In a typical escape room activity, participants are "locked" in a room and trying to solve puzzles to "escape". Usually, at first, a story is devised, for example, that there is a bomb in the building and that the participants are the ones who have to deactivate it by solving puzzles. This scenario is not practical for the classroom, so modification is needed. It is convenient if one works with boxes that have a locked prize.

Through such innovative and interactive teaching, students develop problem-solving techniques and acquire practical skills in a new, interesting way. Such activities develop critical and creative thinking, investigation skills as well as decision making, collaboration, communication and developing positive attitudes towards the subject. The emphasis is on teamwork, and all students are involved in the activity. This is a formative way of gaining insight into students' knowledge. Escape room activity should not only be fun, but also an opportunity for students to learn something or repeat what they have learned.

Keywords: escape room, creativity, game-based learning, escape room, innovative teaching approach

Работата в малки учебно–изследователски групи – за мотивиращо STEM образование

Румяна Ангелова^{1,2}

¹Професионална гимназия по икономика и мениджмънт, Пазарджик, България

²Институт по математика и информатика – Българска академия на науките, София, България

Апстракт. В статията е представен научноизследователски и творчески методически опит, свързан с една от възможностите за провеждане на мотивиращо STEM образование, за излизане от шаблона на традиционния урок с урочна форма, в която се дава възможност за обединяване, съчетаване и синтез на педагогическите усилия и майсторство на двама педагози - бинарния урок. Цел на докладването е да се да се обоснове необходимостта от провеждането и да се споделят вижданията относно организацията на работата в малки учебно-изследователски групи.

Клучни зборови: малка учебно-изследователска група, STEM образование, бинарен урок

УВОД

Цел на образованието днес е да учи децата да бъдат човеци, да мислят, да изследват, да изобретяват, да могат да работят в екип. В бъдеще ще са необходими кадри със задълбочени познания по математика, природни науки, информационни технологии, както и с добри дигитални умения. Обучението трябва да предлага методи, средства и техники, които естествено включват ученика в процеса на познание, образователни дейности, които поставят ученика в ролята на изследовател и чрез натрупания опит и изследване водят до цялостно развитие на личността. Образователните дейности по преподаването на тези предмети е огромна отговорност, а също така и предизвикателство за нас учителите. Как можем да провокираме учениците да преживеят целия ентузиазъм, цялото чудо на науката? Как да свържем уроците по математика и природни науки с ежедневието? Чрез STEM образованието! То е основано на идеята за фокусирано обучение по четирите направления – наука, технология, инженерство, математика – в интердисциплинарен и приложен подход, интегрира ги, базирано на реално приложение.

В статията е представен научноизследователски и творчески методически опит в работата с малки учебно-изследователски групи за мотивиращо STEM образование.

Какво е малка учебно-изследователска група?

През периода април-юли 2017 г. по проект на БАН в Пазарджик се реализира дейност чрез техниката Малки учебно-изследователски общности с учители по темата „Бинарни уроци в математическото образование“. В България не е утвърдена практиката за работа в малки групи. На училищно равнище такива групи съответстват частично на методическите обединения по училища, но с насоченост към конкретна цел. Водещият (преподавател или обучител) е от решаващо значение за успеха на програмата за професионално развитие. Той трябва да бъде в състояние да създаде малка общност, да осигури гъвкаво обучение, като реструктурира програмата според образователния опит

на членовите и [4]. Като резултат од тази дейност, при голям успех се проведоха бинарни уроци в четири училища в града, натрупа се и се анализира опит в тази посока.

Провеждането на бинарни уроци в математическото образование дава възможност на учениците да подкрепят знанията си с практически действия, да участват в разнообразни дейности, да изведат на преден план своя активен, динамичен личен опит. Повишава се мотивацията им, тяхната активност в учебния процес, поддържа се вниманието им на високо ниво, а от там се повишават и учебните постижения. При различните бинарни обединения: математика и език, математика и физика, математика и химия, математика и информатика и т.н., математиката дава инструментариума, възможностите за описание и моделиране на явленията и процесите, вдъхновението да се изследва, да се правят и доказват хипотези. Обединението на усилията на двамата педагози подпомага усилване управлението на процеса на познавателната и практическа активност [1].

Малка учебно-изследователска общност /група/ е група от хора, които имат обща цел, решават общи задачи, формирали са емоционална връзка помежду си, преживяват се като част от по-голяма група и имат интерес да представят общ продукт. Общността има споделени ценности, а чувството за групова отговорност е силно.

По време на работния процес наблюдавахме и установихме следните характерни черти на всяка малка учебно-изследователска група:

- обща цел, общи задачи и дейности, добра организация;
- взаимодействие и интензивни взаимоотношения между членовете;
- чувство за принадлежност към групата, използване на „ние“ при представяне на резултатите и изводите от общата дейност;
- наличие на кохезия, базирана върху интереса към общите дейности;
- развитие на обща воля.

Тези наблюдения и резултати ни мотивираха за организиране и провеждане чрез работа в малки учебно-изследователски групи с ученици на серия проекти, заключителните етапи от които се осъществиха като бинарни уроци [2].

Малка учебно-изследователска група е обединение от няколко ученика, които имат общи цели и решават конкретни изследователски задачи. Те осъществяват взаимодействие помежду си, имат пряк контакт, съвместна дейност, взаимен обмен на мисли, преживявания и имат общ ментор /ментори/. Параметрите за числеността на групите обикновено са между 3 и 5 члена.

Работата в малки учебно-изследователски групи е техника в груповата работа, предполагаща повече възможности за сътрудничество, за взаимодействие, за споделяне и бързо предлагане на много нови идеи. Дава се възможност на учениците за повече динамика в дейностите, за бързо навлизане в изследователския процес. В тази връзка е необходимо даването на точни и най-ясни указания и задачи от учителите /менторите/ за дейността на малките групи.

Работата в малки учебно-изследователски групи съдейства за:

- активизиране на учениците, за повишаване качеството на знанията, уменията и навиците;
- стимулиране и развитие на мисленето, на творческите способности за формиране на положителна STEM мотивация и познавателни интереси;
- осъществяване на диференциация и индивидуализация на обучението;
- формиране на учебно-познавателни умения и навици;
- стимулиране на съревнованието между учениците и групите;

- формирање на умения за организација и координација на съвместните дејствија;
- развие на самоконтрол и самооценка у учениците;
- повишавање на мотивацијата на учениците за отговорна учебна дејност;
- усъвършенстване на вътрешноколективните одношения, на умения и навики за групова дејност.

Един од нај-важните аспекти на работата в малките групи е, че тя е насочена към учениците, мотивира и насърчава ангажираността им, активизира възприетията и способностите на личността, включва активно учене и че учителят /менторът/ дејства по-скоро като фасилитатор на обучението. Ето защо дискусијата, диалогът и сътрудничеството между учениците са от основно значение за ефективното учене в малки учебно-изследователски групи.

Принципите, които се следват при определяне на начина на разделяне на групи са: доброволност, предлагане на разнобразни възможности за преживяване, допълване, противоположни мнения, потенциал за творчество.

В Професионална гимназия по икономика и мениджмънт, Пазарджик се прилага работата в малки учебно-изследователски групи като ефективен подход, който осигурява динамична и интерактивна среда за учениците и дава възможност те да получат непосредствена обратна информация от своите връстници и преподаватели.

Ние разглеждаме следните етапи в работата на малките учебно-изследователски групи:

Мотивация за участие: Провеждат се различни дејности, които провокират интереса, уточняват се множество значими за всеки ученик цели;

Формирање на групите: Групите се формират, слага се начало на дејноста им;

Разпределяне на отговорностите: Изясняват се целите и ролите в групата;

Насочване: Постига се единство за начина, по който групата ще работи, уточнява се как ще се осъществява комуникацијата с ментора /менторите/;

Дејности: Групата работи и решава своите конкретни изследователски задачи. Развитието на одношенията в групата, намирането на общи черти и споделени възгледи укрепва сплотеността на групата.

Представяне на резултатите: Групата представя резултатите от својата работа - презентации, табла, макети, динамични модели;

Оценяване на постиженията: Разработени са критериуми за оценка.

- Групите оценяват индивидуалните доклади, изложения и презентации на другите групи;

- Учителят /учителите/ оценява/т/ докладите и проектите на всяка група;

- Прави се цялостен преглед на резултатите от работата;

- Оценява се доколку отделния ученик е допринесъл за работата на групата.

При организиране на работата в малки учебно-изследователски групи е необходимо използването на методи, които водят до повишена познавателна, социална и емоционална активност на учениците. Важен момент е изборът на тема, която да предизвика интереса на учениците, да създава условия за оформяне на противоречаси си мнения и хипотези в класа. Дадената тема се разделя на подтеми. Всеки член на групата работи по собствени задачи, за чието изпълнение е отговорен. Учениците проучват, търсят, изследват и разработват задачите самостоятелно, дискутират своите резултати в групата, насърчавани да си помагат един на друг, така че да изпитат чувство на удовлетвореност и успех.

STEM образование

STEM (Science, Technology, Engineering, Maths) е концепција за обучение, която се стреми да вдъхнови младите да се развиват в сферата на науката и технологиите. Целта ѝ е да се развие естественото любопитство на децата, учениците и студентите, творческият им потенциал, умението да наблюдават, да правят хипотези и изводи, да търсят решения, както и да правят подобрения и иновации. С този подход, те се учат да наблюдават, изследват, експериментират и обясняват, а не просто да запомнят и възпроизведат информация. Това, което отличава STEM от традиционното образование е смесената учебна среда, приложението на различни учебно-методически форми и стратегии, демонстрирането как научния метод може да бъде приложен в ежедневието. STEM отчита факта, че непрекъснатиот напредък на технологиите променя начина, по който учениците учат, свързват се с другите и взаимодействат помежду си всеки ден.

Чрез интегриране на дейностите по STEM в учебните области, на учениците се предоставя възможност за развитие на умения, необходими за адаптация в динамично развиваща се прагматична и технологична среда. Вариант на STEM е STEAM, който включва A /Arts/ - изкуства. Изкуствата са важна част от STEM-базираното образование, тъй като творческото мислене и разгръщането на творческите заложби са от съществено значение за развитието на иновации. Голяма част от STEM-уроците включват изграждане на модели и симулация на ситуации, насърчават различен вид творчество в научното изследване и нова гледна точка за неговото приложение в действителност. STEAM обезпечават подготовката на учениците за утрешния ден.

Проектът „ Как се движи Луната? ”

Използвайки техниката Работа в малки учебно-изследователски групи, осъществихме изследователския проект „Как се движи Луната?“, стартирал на 30.11 .2018 г. в 9„А“ и 9„Б“ класове в Професионална гимназия по икономика и мениджмънт, Пазарджик, България. Представихме резултатите от проекта като бинарен урок Математика и Астрономия на 24 април 2019 г. в ПГИМ, Пазарджик и регистрирахме участие в STEM Discovery week 2019.

Мотивирането за активното участие на всеки ученик започна още в началото на учебната година с наблюдения на звездни обекти чрез проекта **Faulkes telescope**, който осигури:

- Свободен достъп до глобалната мрежа от роботизирани телескопи за образователни цели чрез партньорство с Las Cumbres Observatory;
- Учител от обсерваторията;
- Ресурси за работата в класната стая;
- Съвети и помощ във всички аспекти на използването на астрономия в класната стая.

Разделянето на малки учебно-изследователски групи се осъществи по желание на самите ученици, коментирайки своите решения с учителя. В 9„А“ клас се сформираха 6, а в 9„Б“ клас 5 учебно-изследователски групи. Всяка група избра свой ръководител, който имаше главно координиращи и организационни функции. Трябва да се отбележи, че една от групите в 9„А“ клас се състоеше от 2 члена.

Исследователските задачи, които се поставяха от менторите /учителите/ поетапно - на всеки две или три седмици и се коментираха с ръководителите на групите или с отделна група бяха:

- Луната като единствен спътник на Земята;
- Защо при движението си около Земята Луната “показва” само едното си полукълбо?;
- Учени, изследвали движението на Луната от дълбока древност до днес?;
- Лунни месеци;
- Лунни неравенства;
- Лунно равенство [3];
- Построяване на динамичен модел на движението на Луната около Земята и около слънцето;
- Влияние на движението на Луната върху ежедневната дейност на човека сега и в древността;
- Отворени въпроси, хипотези, постижения, научни съобщения;
- Подготовка на пърформанс “Как се движи Луната?”

Бинарният урок „Как се движи Луната?” премина при изключителна активност на всички ученици. Ентусиазмът, мотивацията и настроението се предаваха от една група на друга. Единадесет презентации, два филма, девет табла и четири макета бяха представени, обяснени. В края на всяко представяне останалите групи даваха своята оценка чрез ръкопляскания, вербално изложение или задаване на въпроси.

Като финал учителите предоставиха чрез QR код въпроси по разглежданите проблеми и персоналното участие на всеки ученик в отделните етапи на груповата работа, поставиха оценки, и стимулираха учениците да включат в портфолиата си резултатите от изследователската работа.

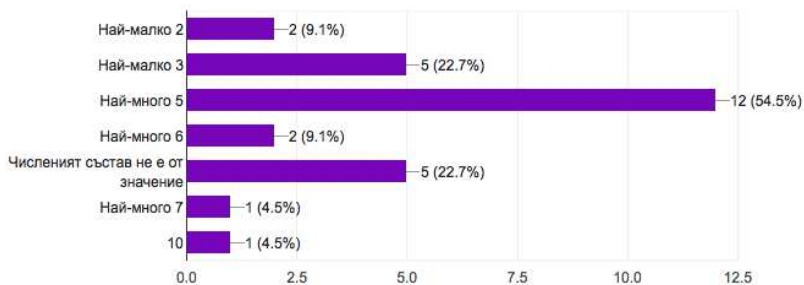
Изводи

Анализирайки хода на работата и резултатите от малките учебно-изследователски групи и изследването, което проведохме по време на Курса с учители по математика и информатика в рамките на Лятната изследователска школа на УЧИМИ в Благоевград, направихме следните изводи:

1. Работата чрез малки учебно-изследователски групи създава отлична мотивираща среда и всеки ученик получава възможност за включване в активни изследователски и презентационни дейности.
2. Оптималният числов състав на групата е до 5 члена, но при добра организация той не е от значение /Фиг. 1./.
3. Работата в малки учебно-изследователски групи е приложима при организиране на класни и на извънкласни дейности /Фиг. 3./.
4. Има заявено желание и нагласа сред учителите за организиране на образователен процес чрез малки учебно-изследователски групи. В тази посока е необходимо споделянето на опит, провеждането на обучения и квалификационни курсове /Фиг.2. и Фиг. 4./.
5. Проектът Scientix насърчава европейското сътрудничество между образователните професионалисти в областта на STEM и STEAM, и много от неговите проекти и ресурси предоставят големи образователни възможности и измерения за кариерите в областта на науката.

Какъв е оптималният числов състав на учебно-изследователската група?

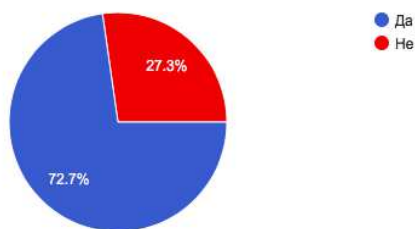
22 responses



ФИГУРА 1.

Организирали ли сте дейности чрез работа в малки учебно-изследователски групи?

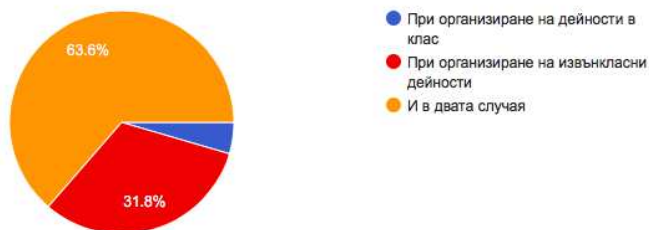
22 responses



ФИГУРА 2.

Къде е приложима работата в малки учебно-изследователски групи?

22 responses

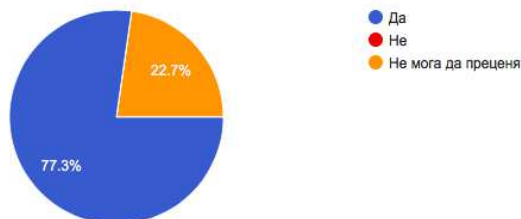


ФИГУРА 3.

Бихте ли организирани дейности чрез работа в малки-учебно изследователски групи?



22 responses



ФИГУРА 4.

Заклучение

Техниката работа в малки учебно-изследователски групи осигурява подкрепа и мотивация на учениците за опознавање на техните интереси и таланти, за осигурявање на креативност в обучението, за това - да формираме умения по начина, по който ще бъдат използвани в реалния свят. STEM и STEAM образованието е стабилна основа за успех, както в училище, така и в реалния живот.

Резултатът е частично подкрепен от проект "Изследване на концептуалното знание и наличието на грешни представи в часовете по математика и природни науки" между БАН И АНИСМ и от Национална научна програма "Информационни и комуникационни технологии за единен цифров пазар в науката, образованието и сигурността (ИКТвНОС)", финансирана от МОН.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ангелова, Р.Г.. Бинарни уроци в математическото образование - педагогическа технология и реализации. Зборник на трудови, Меѓународна конференција за образованието по природни науки и математика, Lamina, 2018, ISBN 978-608-471-106-3 (ДФМ), стр. 101-105.
2. Angelova, R. One binary lesson., V Congress of Mathematicians of Macedonia, Proceedings mathematics education, Ohrid, 2014, pp. 8-12.
3. Бронштен, В. Как движется Луна?. журнал Квант, Москва, 1986.4, стр. 12-17.
4. Чехларова, Т. Подготовка на учители за внедрявање на изследователскиот подход в училищното образование по математика. Макрос, 2017, ISBN 978-954-561-428-6, стр. 95-131.
5. <http://www.scientix.eu/> (29.8.2019).
6. <http://cabinet.bg/index.php?status=pages&pageid=publications>, (29.8.2019).
7. <https://www.faulkes-telescope.com/>(29.8.2019).
8. <https://www.nasa.gov/press-release/nasa-announces-new-partnerships-for-commercial-lunar-payload-delivery-services>(29.8.2019).

Работата во мали учебно–истражувачки групи – за мотивирано STEM образование

Румјана Ангелова

Професионална Гимназија по економија и менаџмент, Пазарџик, Бугарија

Институт по математика и информатика, БАН, Софија, Бугарија

Апстракт. Во трудот е претставен научно-истражувачки и креативен методски обид, поврзан со една од можностите за спроведување мотивирачко STEM образование, за излегување од шаблонот на традиционалниот метод на предавање, со можност за комбинирање и синтеза на педагошките усилби и мајсторството на два присутни педагози на часот – бинарна лекција. Цел на излагањето е да се нагласи неопходноста од спроведување и организација на работа во мали учебно-истражувачки групи.

Клучни зборови: мала учебно-истражувачка група, STEM образование, бинарна лекција

Едукација за заштита од земјотрес – придобивка за во иднина

Катерина Дрогрешка¹, Драгана Черних², Јасмина Најдовска³

^{1,2,3} *Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Природно-Математички Факултет,
Сеизмолошка Опсерваторија, Скопје, Република Северна Македонија*

Апстракт. Територијата на Македонија, заедно со нејзините пошироки гранични подрачја, претставува едно од сеизмички најактивните подрачја на Балканскиот Полуостров. Таа е изложена на силни сеизмички дејства од земјотреси, кадешто и се случил најсилниот земјотрес во 1904 г., во епицентралното подрачје Пехчево-Кресна со локална Рихтерова магнитуда $M_L 7.8$ и интензитет $I_{max} = X$ EMS 1998. Оттука, разбирливо е дека живееме во сеизмички активно подрачје кое честопати досега е изложено на разорните дејства на земјотресите. Едноставно, природно се наметнува прашањето, зошто покрај програмите од сите научни области не сè инволвирани никакви училишни или вонучилишни активности кои децата и младите ќе ги едуцираат во полето на заштитата од земјотресите како особено опасна по живот природна појава? Едуцирајќи ги децата и младите за природната појава земјотрес ќе се постават темелите на квалитетна едукација, која треба да развива клима на секојдневна практика за заштита од земјотресите, односно ќе научат да го спасат својот живот, но и својот имот. Затоа ни се потребни овие проекти, сè со цел да се намали ранливоста од земјотресит еи да се ублажи катастрофата, а пред сè да се минимизира загубата на човечките животи. Тоа пак ќе поттикне почеток и на нови проекти – програми за заштита од елементарните непогоди (поплави и пожари), преку кои децата и младите ќе учат како да се снаоѓаат во различни животни ситуации што се опасни за опстанокот на животот.

Клучни зборови: земјотрес, едукација, заштита.

ВОВЕД

Земјотресот е сложен природен феномен и е само една фаза во непрекинатиот процес на развитокот на Земјата. Се карактеризира со ненадеен почеток, трае одредено време и потоа престанува. Сеизмологијата е мултидисциплинарна научна дисциплина која ги изучува појавата-генерирањето, ширењето и регистрирањето на еластичните бранови во внатрешноста на Земјата и карактеристиките на сеизмичките извори.

Таа е дел од општата наука геофизика, која денес се смета како гранична наука помеѓу две стари фундаментални науки-геологија и физика. Геологијата е наука за Земјата и нејзината главна задача е изучувањето на составот на природните тела што ја формираат Земјината кора-минералите и нивното учество во карпестите маси, изучувањето на процесите кои ги условуваат промените на релјефот на Земјината површина како и градбата на Земјата. Физиката ја проучува материјата во внатрешноста на Земјата како и нејзиното однесување под влијание на високи температури, притисоци, гравитациски и други сили. Затоа сеизмологијата е сродна наука со геологијата и физиката и секое нејзино научно надградување го следи развојот на овие две науки.

Осознавајќи дека земјотресите се само еден природен феномен на Земјата, кој може да се анализира, да се мапираат сеизмогените зони, да се одредуваат неговите параметри и механизмот на жариштето на земјотресот, се развиваат методи за негово предвидување и со што се намалува несигурноста за тоа кога и каде ќе се случи следниот потрес. Но сепак се зголемува потребата од конкретна едукација насочена кон развивање на програма за заштита од земјотресите. Поткрепа на сето кажано е многупати досега потврдената уништувачка моќ на земјотресите, преку потенцијална загуба на голем број човечки жртви. Во Табелата 1 е прикажан само еден многу мал дел на силни земјотреси, од чија разорна моќ има голем број регистрирани смртни случаи во различни земји во светот [4]. Енергијата на земјотресот е дадена според Моментната магнитуда M_w .

ТАБЕЛА 1. Загуби на човечки животи од најсилните земјотреси во светот.

Место / Датум	Моментна магнитуда (M_w)	Загуба на човечки животи
Tangshan, China, 27.7.1976	7,5	255 000
Sumatra, Indonesia, 26.12.2004	9,1-9,0	227 898
Haiti, 12.01.2010	7,0	222 570
India, Gujarat, 26.01.2001	7,7	20 085
China, Sichuan, 12.05.2008	7,9	87 587
Iran, Bam, 26.12.2003	6,6	26 271
Japan 2011	9,1	18 500
Chile 22.05.1960	9,5	5 700
Alaska 27.03.1964	9,2	123

ПРИЧИНИ ЗА ПОЈАВА НА ЗЕМЈОТРЕСИТЕ НА ТЕРИТОРИЈАТА НА МАКЕДОНИЈА

Територијата на Македонија тектонски припаѓа на Медитеранската орогена област на Алпско-Хималајскиот појас. Условена од ваквата тектонска припадност, сеизмичката активност на овој регион, според сите досегашни истражувања на Балканот, е една од најсилните на копнениот дел на овој полуостров. Таа е последица на динамизирањето во времето на постојаната колизија помеѓу трите големи тектонски плочи: Евроазиската, Арабиската и Африканската. Оваа колизија создава големи напрегања кои се пренесуваат во внатрешноста на Земјината кора, причинувајќи деформации и лемења. Деформациите и лемењата создаваат внатрешни дислокациски структури, но и одвојување на мали тектонски плочи, чии дополнителни интеракции ја зголемуваат сеизмичноста. Затоа е релативно честа појавата на катастрофални земјотреси во нашиот регион [1].

Според многубројните сеизмолошки истражувања, набљудуваната историска и современа сеизмичка активност на територијата на Македонија и пограничните подрачја главно е тектонска, со исклучок на извесен број на слаби урвински земјотреси.

Распонот на M_L Рихтеровите магнитуди на земјотресите на територијата на Македонија е од 0.1 до 7.8, а на максималните набљудувани интензитети од II до X степени според EMS 1998 скала, Табела 2.

ТАБЕЛА 2. Најсилни земјотреси на територијата на Македонија и блиските погранични подрачја со Рихтерова магнитуда $M_L \geq 6.0$ за периодите пред и по 1900 година, M_m -магнитуда според макросеизмички податоци, M_L -инструментална локална магнитуда.

Датум	h:min:s (UTC)	φ ($^{\circ}$ N)	λ ($^{\circ}$ E)	M	I_{\max} (EMS)	Епицентрално подрачје
M_m						
518 г.	00:00:00	42,10	21,40	6,1	IX	Скопје
527 г.	00:00:00	41,10	20,80	6,1	IX	Пештани-Охрид-Струга
4.9.896 г.	00:00:00	41,70	23,00	6,1	IX	Пехчево-Кресна
1555 г.	00:00:00	42,00	21,50	6,1	IX	Скопје
M_L						
4.4.1904 г.	10:02:38	41,78	22,93	7,3	IX	Пехчево-Кресна
4.4.1904 г.	10:25:50	41,71	23,08	7,8	X	Пехчево-Кресна
8.10.1905 г.	07:28:51	41,80	23,10	6,5	VIII	Пехчево-Кресна
28.9.1906 г.	02:30:00	40,88	20,66	6,0	VIII	Јужен дел на Охридско Ез.
18.2.1911 г.	21:35:18	40,86	20,71	6,7	IX	Јужен дел на Охридско Ез.
13.2.1912 г.	08:04:00	40,86	20,75	6,0	VIII	Јужен дел на Охридско Ез.
7.3.1931 г.	00:16:44	41,28	22,50	6,0	VIII	Валандово
8.3.1931 г.	01:50:24	41,28	22,50	6,7	X	Валандово
26.7.1963 г.	04:17:11	42,02	21,42	6,1	IX	Скопје
30.11.1967 г.	07.23.50	41,42	20,43	6,5	IX	Дебар

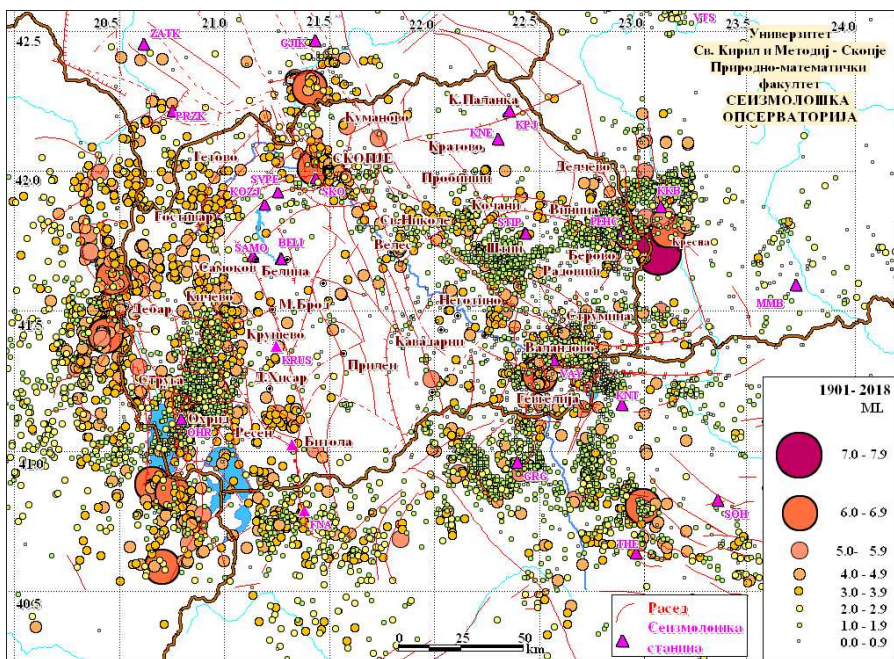
Сеизмичките извори во најголемиот број на случаи на земјотреси се динамички раседувања - динамичко создавање на лом со релативно лизгање на блоковите или динамичко релативно лизгање на блоковите на веќе постоечки раседи. На територијата на Македонија според сеизмолошките и сеизмотектонските истражувања, егзистираат голем број раседи со различни правци на протегање. Нивната активност е примарен носител на сеизмичноста, како последична појава од дејството на долготрајните сили на напрегање кои владеат во земјината внатрешност.

Тргувајќи од сите досегашни истражувања, најприфатлив физички модел на сеизмичкиот извор е ломот на компактоста на средината - раседот, чии придвижувања на раседните крила во раседната рамнина понатаму низ средината предизвикуваат сеизмички бранови. Интеракцијата помеѓу сеизмичкиот извор (жариште) и раседот во сеизмологијата е воведено од Х. Ф. Рајд во 1910 год. [5]. Во оваа теорија непосредна причина за појавата на тектонскиот земјотрес е нагло ослободување на енергијата содржана во деформацијата на стените во внатрешноста на Земјата, во моментот кога напрегањата кои континуирано се акумулираат во ограничен волумен на стенските маси, ја надминуваат еластичноста на тие стени. Тогаш ломот на компактоста на стените ослободува енергија на еластични деформации, односно, енергија на еластични просторни лонгитудинални (P) и трансверзални (S) бранови. Кај раседот земен како жариште на земјотресот или лом, точка од идната раседна рамнина во која започнува придвижувањето на крилата на раседот се нарекува хипоцентар на земјотресот. Со понатамошното ширење на фронтот на ломот се опишува рамнината на ломот, односно раседната дислокациона рамнина чие ширење на фронтот на ломот е временски ограничен односно има конечни димензии. Секој дел од активниот расед генерира бранови системи од просторни P и S бранови. Во истражувањата на механизмот на движењето во жариштето на земјотресот, математички еквивалент на раседот е површинската распределба на точкести извори претставени со парови на еднакви, копланарни, меѓусебно нормални поставени диполи на точкести волумни сили, двојни

диполи. Ваквите диполи даваат наизменична распределба на спротивните знаци на настапите на лонгитудиналните (P) просторни бранови во квадрантите на просторот. Набљудувањата на ваквата распределба на знаците на првите настапи на P брановите на земјината површина е потврда дека изворот на земјотресот е навистина расед, а методата се користи и за одредување на механизмот на жариштето на земјотресот. Споредбата на механизмот на жариштето со тектонските податоци и/или со распределбата на епицентрите на придружните земјотреси, земјотреси кои го следат главниот земјотрес, овозможува идентифицирање на раседната рамнина.

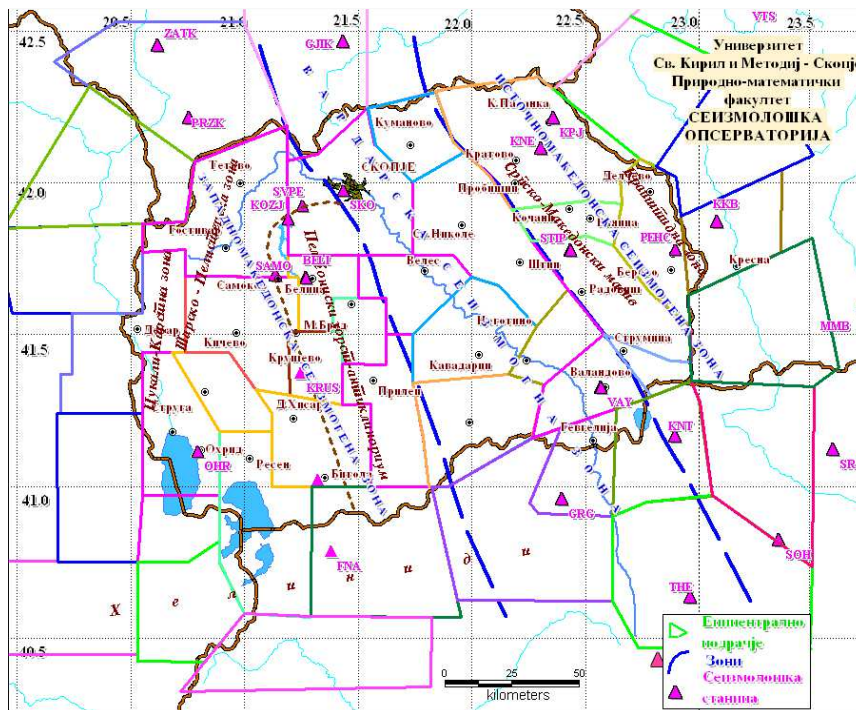
Манифестацијата од сеизмичката активност е изразена преку појава на деформации на теренот и/или оштетување на објектите. Тоа зависи пред се од големината на енергијата која се ослободила при земјотресот но и од локалните геодинамички услови на теренот. Деформациите на теренот предизвикани од земјотресот можат да се делат на: *сеизмотектонски деформации* кои се случуваат при разорни земјотреси при што на површината на теренот се уочливи раседите со сите елементи, *сеизмогравитациони деформации* кои се јавуваат по падините и предизвикуваат одрони, клизишта и слични егзогени геодинамички појави и *сеизмодинамички деформации* кои предизвикуваат појава на пукнатини и др., на хоризонтални терени. Големината на штетите врз објектите предизвикани од сеизмичката активност, резултира со голема разноликост по однос на типот на конструкциите, начинот на градба на објектот, нивото на имплементираната сеизмичка заштита, извршените интервенции (доградба, наградба, санација) што во голема мера го условува однесувањето на објектот во услови на сеизмичко дејство.

Епицентрите на случените земјотреси на територијата на Македонија и нејзините погранични подрачја, според податоците со кои располага Сеизмолошката опсерваторија при ПМФ во Скопје, за периодот после 1900 г., па се до крајот на 2018 г., се претставени на слика 1, [2,3].



СЛИКА 1. Сеизмотектонска карта на територијата на Македонија и блиските погранични подрачја во период 1900-2018 година.

Сеизмичката активност се одвива главно во три сеизмогени зони, секоја со карактеристична сеизмичка активност, во смисла на честотата на земјотресите со одредена јачина, распоредот на земјотресните жаришта, но и поврзаност со геолошките и тектонските структури: Западно-македонска, Вардарска и Источно-македонска сеизмогена зона. Во секоја од овие зони според просторната распределба на епицентрите на земјотресите, нивното групирање и нивната поврзаност со сеизмичноста на точно одредена раседна дислокација, дефинирани се триесетина епицентрални подрачја слика 2. Во голем дел од епицентралните подрачја се случиле земјотреси чија локална Рихтерова магнитуда е $M_L \geq 4.0$.



СЛИКА 2. Епицентрална карта на територијата на Македонија и блиските гранични подрачја во период 1900-2018 година.

ПОТРЕБА ОД ЕДУКАЦИЈА ЗА ЗАШТИТА ОД ЗЕМЈОТРЕСИ

Дефинирајќи го поимот култура на живеење, всушност го дефинираме нашето севкупно однесување во различни ситуации во текот на животот, опфаќајќи ги сите пријатни и непријатни случувања, кои често можат да бидат и многу опасни.

Предметот на дискусија е во насока на севкупните активности (едукација), кои се преземаат за заштита од земјотресите како една исклучително опасна по живот природна појава. Едукацијата ги намалува загубите во смисла на човечки жртви или физички и економски загуби. Значи, неопходно е пристапот да е мултидисциплинарен, кој во својата сеопфатност ќе ја содржи едукацијата за заштита од земјотресите, но и мерките за вклучување и строга примена на асеизмичкиот код (EUROCODE 8) за

зголемување на квалитетот на конструкциите во областите каде што постои висок ризик од земјотреси.

Сметајќи дека системот на образование во нашата држава е на високо ниво, програмите за едукација на учениците за заштита и однесување во случај на земјотреси реализирани во текот на редовниот образовен циклус, преку вонучилишни активности треба да се задолжителни, следејќи го примерот на останатите држави во светот. Самите програми ќе практикуваат и вежби, а едукацијата на учениците за заштита од земјотресите ќе биде илустрирана и преку различни снимки и видео записи слика 3.

Така секој ќе знае што треба да прави во случај на земјотрес, но и сето ова позитивно ќе се одрази врз активностите за сопствена заштита од земјотрес.



СЛИКА 3. Дел од сликовната едукација за заштита и однесување во случај на земјотреси наменета за учениците

ЗАКЛУЧОК

Единството помеѓу образованието и свесноста на населението за ризиците од земјотрес, играат важна улога во обликувањето на начинот на кој погоденото општество ќе одговори на земјотресот. Итно ни е потребен холистички пристап кон редуцирање на ризиците, разбирање и примање на стратегии базирани врз едно такво разбирање сè со цел да се избегнат трагедиите.

Превентивната заштита од дејството на земјотресите поради високата сеизмичка активност на целата територија на нашата држава треба да биде широко применувана и развивана заради намалување на високиот степен на сеизмички ризик. Само со постојан активен однос на генерациите, природно неповолните услови на превентивната заштита можат да бидат битно изменети и штетите од земјотресите да бидат намалени.

Затоа потребно е мотивирање на заедницата да се заштити колку што е можно подобро преку запознавање со опасноста од земјотресот и намалување на стравот, како

и можноста да се добие квалитетна едукација, која треба да развива клима на секојдневна практика за заштита од земјотресите, односно секој да знае што треба да прави во случај на земјотрес. Денес науката не може да врши влијание на промената на сеизмичката активност, но затоа пак со сигурност може да создава услови за безбеден и нормален живот со тие природни појави.

Според сето изложено можеме да заклучиме дека обидот за имплементирање на заштитните мерки од земјотресот е придобивка за во иднина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Јордановски Љ., Пекевски Л., Чејковска В., Черних Д., Христовски Б., Василевски Н., Основни карактеристики на сеизмичноста на територијата на Република Македонија, Универзитет "Св. Кирил и Методиј", Природно-Математички факултет, Сеизмолошка опсерваторија, Извештај бр. 1998-01, Скопје, 1998.
2. SOSRM–Сеизмолошка опсерваторија при Природно-математички факултет во Скопје, 1991-2012, Каталог на земјотресите во Република Македонија и пограничните подрачја за годините 1991-2012, Фонд на Сеизмолошката опсерваторија при Природно-математички факултет-Скопје.
3. SOSRM–Сеизмолошка опсерваторија при Природно-математички факултет во Скопје, 2013-2018, Каталог на земјотресите во Р. С. Македонија и пограничните подрачја за годините 2013-2018, Фонд на Сеизмолошката опсерваторија при Природно-математички факултет-Скопје.
4. A. Coburn and R. Spence, Earthquake Protection, Second Edition, ISBN:0-471-49614-6, 2002.
5. D. Skoko and J. Mokrovič, Andrija Mohorovičić, Školska knjiga Zagreb, 147pp, 1982.

Education for Earthquake protection - A benefit for the future

Katerina Drogreška¹, Dragana Chernih–Anastasovska¹, Jasmina Najdovska¹

¹Ss. Cyril and Methodius University, Faculty of Natural Sciences and Mathematics,
Seismological Observatory, Skopje, R. N. Macedonia

Abstract. The territory of Macedonia with its wider bordering areas is one of the most seismically active region of the Balkan Peninsula. It is exposed to strong seismic effects from earthquakes where the strongest earthquake occurred in 1904y in the epicentral area Pehchevo-Kresna with Richter magnitude $M_L 7.8$ and intensity $I_{max}=X$ EMS 1998. Hence, it is clear that we live in a seismically active region that has often been exposed to the devastating effects of earthquakes. The question naturally arises, why, besides courses from all scientific fields, some school activities are not involved that will educate the pupils in the field of earthquake protection as a particularly life-threatening natural occurrence? Educating young people about the natural event – the earthquake – will be appropriate base for good education, which should develop a climate of everyday earthquake protection practice, that is, they will learn how to save their lives and their property. We need these projects, in order to reduce the vulnerability from earthquakes and to mitigate the catastrophe, and above all to minimize the loss of human lives. This will in turn encourage the launch of new disaster protection programs (floods and fires), through which young people will learn how to cope with different life situations that are life-threatening.

Key words: earthquake, instruction, protection

Закон одржања енергије у настави физике у основној ШКОЛИ

Ивана Круљ¹, Татјана Мишић², Марина Најдановић Лукић³, Љубиша Нешић⁴

¹Висока школа примењених струковних студија, Врање, Србија

²ОШ „Чегар“, Школска бб, 18 000 Ниш, Србија

³ОШ „Десанка Максимовић“, Чокот бб, Србија

⁴Природно-математички факултет, Вишеградска 33, 18 000 Ниш, Србија

Апстракт. Закон одржања енергије је један од кључних концепата физике које ученици треба да усвоје током школовања. У основној школи немогуће га је обрадити на комплетан начин тј. водећи рачуна о свим облицима енергије. На том нивоу изучавања физике разматра се само механичка енергија транслаторног кретања. Ту се јавља више проблема, а један од најважнијих је правиан избор демонстрационих експеримената и лабораторијских вежби. У раду ће бити дат преглед огледа које предвиђа програм физике у Србији и оних који аутори предлажу као алтернативу.

Клучни зборови: закон одржања енергије, школски експеримент.

УВОД

Енергија је један од најважнијих појмова, не само у физици, већ генерално у науци али и у свакодневном животу. Прве асоцијације ученика у вези енергије су обично оне које се односе на гориво које покреће моторе или које се користи за грејање, на електричну енергију коју користе кућни уређаји али и на храну и њену енергетску вредност о којој често говоре нутриционисти. Поменуте асоцијације не казују међутим *шта је енергија* већ какви су *ефекти* њеног постојања [1]. Енергија у нашем универзуму је присутна у различитим облицима: механичка, хемијска, електрична, електромагнетна, нуклеарна ... Инерцијална маса је сразмерна енергији која, под одређеним условима, може да се искористи.

ЗАКОН ОДРЖАЊА ЕНЕРГИЈЕ

Без обзира на могуће трансформације енергије из једног облика у друге, резултати свих експеримената упућују на то да је укупна енергија у нашем универзуму константна. У школским условима се обично користи иста тврдња за изоловане системе – скуп тела који могу да размењују енергију међусобно али не и са остатком универзума (околином која је изван граница система).

Закон одржања енергија за изоловане системе у механици, где је укупна механичка енергија E једнака збиру кинетичке E_k и потенцијалне енергије E_p , има једноставан запис:

$$E = E_k + E_p = \text{const.} \quad (1)$$

или

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = 0. \quad (2)$$

Изоловани системи се другачије називају конзервативни јер се у њима конзервише (одржава) енергија. У таквим системима делују само конзервативне силе – силе чији рад не зависи од облика путање већ само од њене крајње и почетне тачке. Уколико то није случај већ постоје и неконзервативне силе, систему се енергија мења за износ њиховог рада ΔA_{nc} :

$$\Delta A_{nc} = \Delta E, \text{ односно } \Delta A_{nc} = \Delta E_k + \Delta E_p. \quad (3)$$

Сила трења је неконзервативна, а њен рад је негативан. Меѓутим, услед рада силе трења тело се загрева па му се повећава унутрашња енергија. То значи да је промена унутрашње енергије ΔU једнака негативном раду неконзервативних сила:

$$\Delta A_{nc} = -\Delta U. \quad (4)$$

Релација (3) сада постаје:

$$-\Delta U = \Delta E_k + \Delta E_p, \text{ одакле је } \Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p = 0. \quad (5)$$

Једначином (5) је исказан **општи Закон одржања енергије: у процесима све врсте енергије (кинетичка, потенцијална и унутрашња) могу да се мењају тако да је збир њихових промена једнак нули**. Уколико једна од енергија опада, онда макар једна од преостале две мора да расте. Другим речима: енергија нити настаје нити нестаје, она само мења форме.

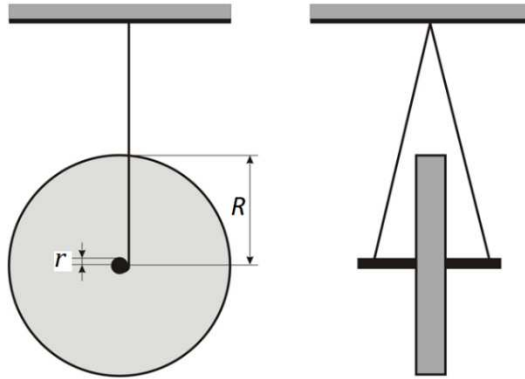
Закон одржања енергије је последица хомогености времена што представља једну од основних особина универзума у коме живимо. Хомогеност времена значи да време тече на исти начин (једнаки су подељци на временској оси) где год да се налази нулти временски тренутак. Ова оса има један, из нашег угла, апсолутни почетак који се односи на тренутак настанка нашег свемира и мноштво нултих тренутака које ми бирамо када посматрамо неке процесе и појаве. Чињеница да је могућ избор сваког тренутка за нулти је управо везана за то да од тога не зависи како ће процеси да се одвијају. Кретање нпр. математичког клатна не зависи од тога када ћемо га извести из равнотежног положаја и пустити да осцилује. Због хомогености времена можемо да тврдимо да резултати експеримената не зависе од тога у којој лабораторији их изводимо и у ком тренутку смо спровели експеримент. Строга веза хомогености времена и Закона одржања енергије се показује у аналитичкој механици на основу симетрија одговарајућих величина које се у њој користе што се разматра на вишим годинама студија физике.

ОГЛЕДИ ЗА ДЕМОНСТРАЦИЈУ ЗАКОНА ОДРЖАЊА ЕНЕРГИЈЕ

Физичару су сви изнети концепти јасни, али ученику су потребни конкретни докази да би усвојио Закон одржања енергије. У школским програмима у Србији је, до ове године, у ту сврху била предвиђена демонстрација *Максвеловим точком* [2]. У програму „наставе и учења“ из 2019. године за демонстрацију су предвиђени: *Галилејев жљеб, математичко клатно и тег са опругом* [3].

Максвелов точак се састоји од масивног металног точка полупречника R чија је осовина полупречника r ($r \ll R$). За крајеве осовине привезане су нити чији се други крајеви везују за статив (слика 1). Када се истовременим намотавањем обеју нити подигне точак на жељену висину, а затим пусти да пада, стечена потенцијална енергија точка прелази у кинетичку. Точак се креће убрзано, достигавши максималну брзину у тренутку када се нити одмотају потпуно. Услед инерције точак наставља да се обрће у супротном смеру. При кретању долази до претварања кинетичке енергије у

потенцијалну, с обзиром на то да се сопственом енергијом подиже на висину која је приближно једнака полазној. Точак не може да се врати на првобитну висину услед губитака у енергији изазваној отпором ваздуха и трењем измеѓу нити и точка.



СЛИКА 1. Изглед Максвеловог точка.

Ово наставно средство стога поседује све ефекте садржане у релацији (5). Меѓутим, коришћење Максвеловог точка у 7. разреду није препоручливо јер точак није материјална тачка већ круто тело, а ротационо кретање се не може обрадити на овом нивоу школовања.

Уколико точак креће са висине h имаће на тој висини укупну енергију E једнаку само потенцијалној енергији у пољу Земљине теже mgh (референтни ниво потенцијалне енергије је у најнижем положају осовине точка). Када точак почне да се одмотава, на некој висини изнад најниже тачке осовине, имаће одговарајућу потенцијалну енергију, кинетичку енергију кретања центра масе $\frac{1}{2}mv^2$ али и ротациону кинетичку енергију $\frac{1}{2}I\omega^2$. Када се потпуно одмота, потенцијална енергија ће бити једнака нули, а Закон одржања енергије гласи:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + \frac{1}{2}I\omega_{\max}^2. \quad (6)$$

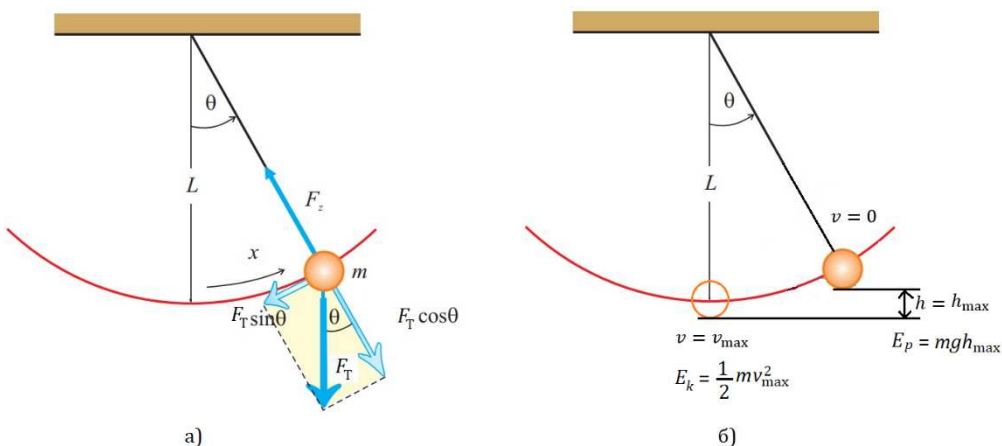
У овом изразу је m маса точка, I његов момент инерције, v_{\max} брзина центра масе точка, а ω_{\max} његова угаона брзина у најнижој тачки путање. Експериментални доказ важења Закона одржања енергије би морао да садржи одређивање брзине центра масе точка и његове угаоне брзине што, чак и ако се игнорише чињеница да се угаона брзина и момент инерције уведе тек у првом разреду средње школе, није лако одредити.

Измена програма физике у 7. разреду предвиђа друге демонстрационе огледе. Први од њих, Галилејев жљеб је такође најчешће реализован коришћењем лопти које се котрљају низ њега што значи да и ту постоји сличан проблем као и код Максвеловог точка. Други демонстрациони оглед је кретање тега са опругом, што представља хармонијско осциловање. Демонстрација јесте занимљива али се сада, поред мерења брзине у равнотежном положају, јавља и проблем одређивања потенцијалне енергије тега у амплитудним положајима. Ова енергија је последица еластичне деформације опруге, меѓутим њено одређивање није предвиђено програмом седмог разреда. За ученике који похађају додатну наставу она се може одредити усредњавањем израза за интензитет силе $F = kx$, јер он у равнотежном положају има вредност 0 док је у

амплитудном $F = kx_{\max}$. Средња вредност силе $\frac{0+kx_{\max}}{2} = \frac{kx_{\max}}{2}$ може да се искористи за одређивање њеног рада, а потом и промене потенцијалне енергије. Ово усредњавање је аналогно усредњавању брзине при константном убрзању. Због свега тога ни овај оглед није погодан за демонстрацију.

Показало се да је математичко клатно најбоље за демонстрацију Закона одржања енергије јер га је веома лако конструисати. Није чак ни неопходно да на крају струне виси лоптица, то може бити и неки од тегова из комплета тегова (рецимо тег од 100 грама). Промена у отпору ваздуха, када се уместо лоптице користи тег, се практично не уочава током извођења огледа.

Сем што је клатно добар избор за демонстрацију Закона одржања енергије, оно може да послужи и за обнављање сила, њиховог слагања и разлагања, као и равнотеже тела (слика 2а).

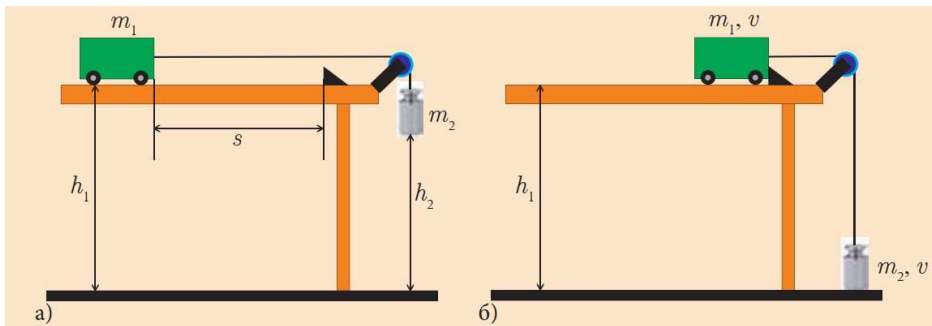


СЛИКА 2. а) Силе које делују на математичко клатно. б) Енергија клатна у карактеристичним положајима.

Посматрањем кретања клатна, ученици ће лако уочити да клатно има брзину једнаку нули када је на највећој висини, док му је брзина максимална када је у најнижем положају – референтном нивоу за потенцијалну енергију (слика 2б).

ЛАБОРАТОРИЈСКА ВЕЖБА ЗА ПРОВЕРУ ЗАКОНА ОДРЖАЊА ЕНЕРГИЈЕ

И старим и новим програмом физике предвиђена је иста лабораторијска вежба *Провера Закона одржања механичке енергије помоћу колица* (слика 3). Мере се висине колица и тего пре него што тег падне на под (слика 3а) и кад падне на под а колица дођу до граничника (слика 3б). Док висине које улазе у потенцијалну енергију могу лако да се измере, брзина се не мери већ се посредно одређује на основу пута који су прешла колица и времена за које се то десило. Тиме је „пут“ ученика до провере Закона одржања енергије прилично дуг и компликован. Посебан проблем је што школе најчешће немају одговарајућу апаратуру која је потребна за реализацију ове лабораторијске вежбе.



СЛИКА 3. Приказ лабораторијске вежбе за проверу Закона одржања енергије (преузета из референце број [4])

Из наведених разлога аутори предлажу да се проверка Закона одржања енергије реализира математичким клатном које је коришћено и за његову демонстрацију. Потребан прибор је: тег од 100 грама, неистегљива нит (струна за удицу) нешто дужа од 1 метра, лењир, мобилни телефон са инсталираном апликацијом за одређивање тренутне брзине тела (Speed Gun) и калкулатор. Да би мерење било једноставније добро је клатно причврстити у близини зида на коме могу да се означе референтни ниво и максимална висина на коју се пење тело које осцилује. Разлика ова два нивоа је h_{\max} . На основу тога се израчунава максимална потенцијална енергија клатна $E_{p\max} = mgh_{\max}$.

Док се клатно креће, мобилним телефоном се, користећи апликацију за мерење брзине, одреди његова брзина при проласку кроз равнотежни положај v_{\max} . На основу вредности брзине израчуна се максимална кинетичка енергија клатна $E_{k\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$. Израчунате енергије истовремено представљају укупне механичке енергије клатна. Одузимањем $E_{p\max}$ и $E_{k\max}$ одређује се разлика укупних механичких енергија ΔE . Резултати се ради прегледности приказују и табеларно уз понављање мерења за различите вредности висине h_{\max} .

ТАБЕЛА 1. Табела за унос података и њихову обраду.

Редни број мерења	Маса тега m (kg)	h_{\max} (m)	$E_{p\max}$ (J)	v_{\max} ($\frac{m}{s}$)	$E_{k\max}$ (J)	ΔE (J)

ЗАКЉУЧАК

Дуго у настави примењивани демонстрациони огледи који се односе на Закон одржања механичке енергије захтевају познавање ротационог кретања. Тај део градива физике се у основној школи не изучава. Како ова околност може представљати узрок потешкоћа у разумевању овог фундаменталног закона физике, примеренији је избор оних демонстрационих огледа и лабораторијских вежби који би ученицима основне школе омогућили очигледност и уверљивост и лакше разумевање и учење. Једноставна конструкција клатна и доступност одговарајућих апликација за мобилне телефоне омогућавају реализацију предложених експеримената у настави. Путем њих ученици се на лак начин могу уверити у важење Закона одржања механичке енергије.

ЛИТЕРАТУРА

1. Serway R., Vuille C., Faughn J., College Physics, BROOKSs/COLE, USA, 2009.
2. Правилник о наставном програму за седми разред основног образовања и васпитања, Службени гласник РС-Просветни гласник бр 6/2009, 3/2011, 8/2013, 11/2016.
3. Правилник о програму наставе и учења за седми разред основног образовања и васпитања („Службени гласник Републике Србије – Просветни гласник”, број 5/19)
4. Радојевић М., Николов М., Физика 7, Збирка задатака са лабораторијским вежбама за седми разред основне школе, Београд: Klett, 2014, стр. 169-171.

Закон одржања енергије у настави физике у основној ШКОЛИ

Ивана Круљ¹, Татјана Мишиќ², Марина Најдановић Лукиќ³, Љубиша Нешиќ⁴

¹*Висока школа примењених струковних студија, Врање, Србија*

²*ОШ „Чегар“, Школска бб, 18 000 Ниш, Србија*

³*ОШ „Десанка Максимовић“, Чокот бб, Србија*

⁴*Природно-математички факултет, Вишеградска 33, 18 000 Ниш, Србија*

Апстракт. Законот за запазување на енергијата претставува еден од основните концепти во физиката кој треба да биде усвоен од страна на учениците во текот на нивното школување. Овој закон во основното образование не е можно да се обработи на комплетен начин, притоа водејќи сметка за сите облици на енергија. Нивото на кое се изучува овој закон во основното образование, дозволува да се разгледува само механичката енергија на транслаторното движење. Притоа се појавуваат повеќе проблеми, а еден од најважните е правилниот избор на демонстрациони експерименти и лабораториски вежби. Во овој труд ќе биде даден преглед на експерименти кои се предвидува да се изведат според програмата за образование по физика во Србија и експерименти кои авторите ги предвидуваат како алтернатива.

Клучни зборови: закон за запазување на енергијата, училишен експеримент.

Од реална ситуација до математичка задача: Формулирање и решавање

Јасмина Маркоска¹, Ѓорѓи Маркоски²

¹СУГС „Георги Димитров“, Скопје, Македонија

²Природно-математички факултет, Скопје, Македонија

Апстракт. Наставата по математика, во средното образование, најчесто е процес низ кој се учат постапки за решавање одредени типови задачи. Учениците се ставени во улога на неактивни повторувачи на постапките кои ги изведува наставникот. Како резултат на таа пракса може да се случи по завршување на средното образование ученикот да ги знае постапките за решавање на сите задачи од наставата, но да не е способен одредена реална ситуација да ја запише како математичка задача, а потоа истата да ја реши. Нашата намера е да наведеме неколку примери кои ќе помогнат во создавањето средина преку која реалните ситуации преминуваат во математички задачи. Тој процес започнува со експеримент, потоа се поставува хипотеза и следува нејзино докажување со помош на математички апарат.

Клучни зборови: Geogebra, најголема должина, топкин отсечок, плоштина, волумен.

ВОВЕД

Последниве години со забрзаниот развој на медиумите и постоењето на т.н. глобална училница како да подзаборавивме на основните принципи на мислењето. Брзиот одговор пронајден во таа глобална училница не значи и брзо размислување. Понекогаш токму таа брзина не му дозволува на размислувањето да се развие. Многу често учениците се привлечени од учењето преку медиумите, каде не секогаш е посветено внимание на процесот на размислување и донесување заклучоци. Токму затоа добро е кога како наставници ќе подзапреме со брзината на реализација на наставниот материјал и ќе посветиме внимание на процесот преку кој некоја реална ситуација преминува во математичка задача. Посебно важно е да обезбедиме за учениците средина во која тие ќе експериментираат, пресметуваат, споредуваат, поставуваат хипотези и на крај докажуваат точност на тврдењата кои ги поставиле. На овој начин ќе бидеме сигурни дека наставниот материјал предизвикал трајни промени во начинот на кој тие ја набљудуваат околината и спремно решаваат проблеми од секојдневието.

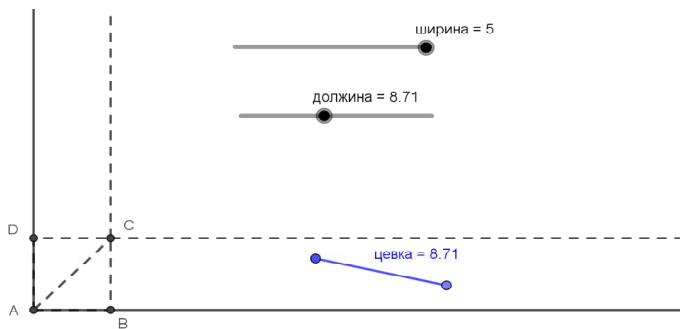
Неколките илустрирани примери од [1] бараат поголемо време за подготовка од страна на наставникот, подготвеност на учениците да соработуваат во рамките на група и трпение при изведување на сите чекори од експериментот и доказот. Според тоа наставникот треба да направи проценка дали овие примери ќе бидат дел од редовната или додатната настава.

ЗАДАЧИ ОД МЕДИУМИТЕ

Честопати се појавуваат задачи кои го привлекуваат вниманието на учениците токму заради тоа што се однесуваат на реални ситуации во кои се применува математика. Она што недостига во презентацијата на тие задачи е методската разработка која треба да се направи во училишница, пред се заради ефектот на таквите задачи во развојот на мислењето кај учениците и нивната способност за практична примена на математичките знаења.

Задача 1. Ходник со ширина a метри врти под прав агол. Која е најголемата можна должина на цевка, што може да биде пренесена низ ходникот во хоризонтална положба?

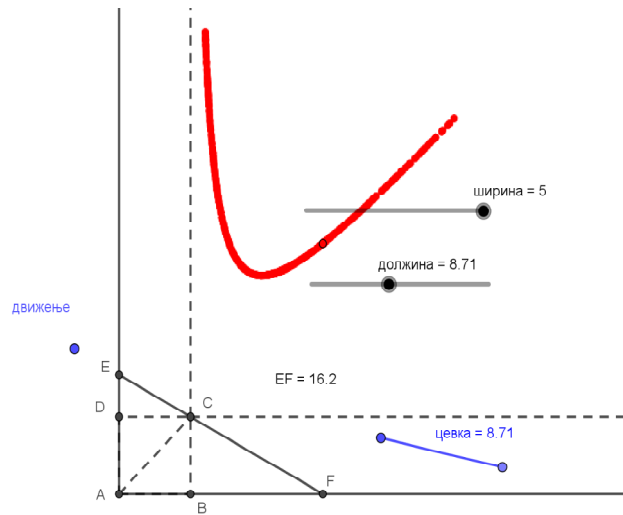
Прво ги претставуваме елементите од реалната ситуација во вид на скица или динамичка конструкција (Слика 1). Притоа можеме да сметаме дека дебелината на цевката не влијае на задачата. Бидејќи цевката треба да се пренесе хоризонтално по ходникот целата ситуација може да се претстави со хоризонтална проекција т.е. со квадрат $ABCD$ и полуправите AB, AD, BC и DC , притоа цевката е претставена како отсечка.



СЛИКА 1. Приказ на елементите од задача 1.

Изработен е аплет во Геогebra каде со помош на два лизгачи се менува ширината на ходникот и должината на цевката. Преку промени на должината и позицијата на цевката ученикот согледува дека најголемата должина на цевката, која може да помине низ ходникот, е поголема од двојната ширината на ходникот, а помала од тројната ширина на ходникот, т.е. $2a < d < 3a$, каде d е должина на цевката. Втората работа која ученикот треба да ја согледа е дека за да се добие поголема должина мора во еден момент цевката да ја заобиколи точката C и тоа многу блиску до неа. Притоа краевите на цевката мора да се многу блиску до ѕидовите на ходникот претставени со полуправите AB и AD . Сите овие претпоставки и согледувања водат до заклучокот дека треба да се разгледаат сите отсечки кои минуваат низ точката C со крајни точки на полуправите AB и AD , односно да се најде најмалата таква отсечка.

Експериментот продолжува со анализирање на зависноста на должината на цевката од растојанието на крајната точка до темето A . Ако таа зависност ја претставиме графички (Слика 2), се забележува крива која има локален минимум.



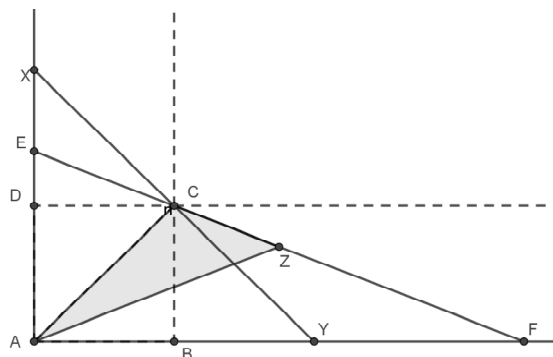
СЛИКА 2. График на зависноста на должината на цевката од растојанието на крајната точка до темето A

Од ова заклучуваме дека има таква отсечка и таа е единствена, зашто во спротивно кривата ќе има два минимума.

Сега може да ја формулираме задачата: **Даден е квадрат $ABCD$ со страна a . Отсечката XY минува низ темето C и нејзините крајни точки лежат на полуправите AB и AD , соодветно. Одреди ја најмалата можна должина на отсечката XY .**

После пресметките и споредбите се поставува хипотеза: Бараната отсечка со најмала можна должина е заемно нормална со отсечката AC и нејзините крајни точки лежат на полуправите AB и AD .

Доказ. Нека XY е онаа положба на отсечката EF која е нормална со AC . Треба да ги споредиме должините на отсечките XY и EF (Слика 3).



СЛИКА 3.

За таа цел доволно е да ги споредиме отсечките AC и AZ , каде Z е средишната точка на отсечката EF . Според теоремата на Талес $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{XY}$ и $\overline{AZ} = \frac{1}{2}\overline{EF}$.

Ако $\overline{AF} > \overline{AY}$, тогаш за $\triangle YFC$ имаме $\angle CYF = 135^\circ$ што е тап агол па $\overline{CF} > \overline{CY}$.

Ако означиме $\angle FCY = \alpha$ и $\angle YFC = 45^\circ - \alpha$ се добива дека $\alpha < 45^\circ$. Од друга страна $\angle FCY = \angle ECX = \alpha$ како накрсни агли и $\angle XEC = 135^\circ - \alpha > 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$ па $\overline{CX} > \overline{CE}$.

Конечно $\overline{CF} > \overline{CY} = \overline{CX} > \overline{CE}$.

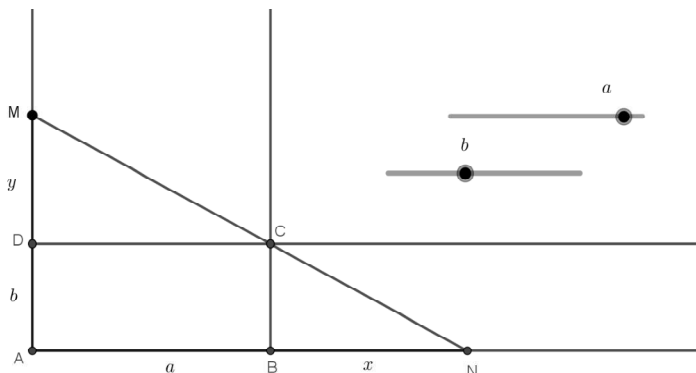
Значи Z лежи меѓу C и F , а Y лежи меѓу A и F , па $\angle ACF = \angle ACY + \angle YCF$. Од тоа што $\angle ACY = 90^\circ$ следува дека $\angle ACF = \angle ACZ$ е тап. Во триаголникот AZC , аголот $\angle ACZ$ е најголемиот внатрешен агол, па следува дека $\overline{AZ} > \overline{AC}$ т.е. $\overline{EF} > \overline{XY}$. Докажавме дека отсечката која ја бараме е заемно нормална на AC . Останува уште да ја најдеме нејзината должина. Од $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{XY}$ и $\overline{AC} = a\sqrt{2}$ се добива дека $\overline{XY} = 2a\sqrt{2}$.

Аналогно се добива, ако $\overline{AF} < \overline{AY}$.

Постојат обопштувања на оваа задача и тоа најчесто се однесува на два ходници со различна ширина кои се споени под прав агол, а цевката треба да се пренесе на ист начин во хоризонтална положба. Решенијата на таа задача се најчесто конкретни броеви без да се направи дискусија која е замената положба на цевката со дијагоналата на замислениот правоаголник или која е врската меѓу должината на цевката и ширината на ходниците.

Ако ја имаме предвид претходната задача, тогаш оваа задача ќе гласи:

Даден е правоаголникот $ABCD$ со страни a и b . Одреди ја најмалата должина на сите отсечки MN , каде M лежи на полуправата AD , а N лежи на полуправата AB (Слика 4).



СЛИКА 4. Обопштување на задача 1.

Да претпоставиме дека $ABCD$ е правоаголник со страни a и b , кои се ширините на ходниците споени под прав агол. Нека MN е отсечката која минува низ C и M лежи на полуправата AD , а N лежи на полуправата AB . Да означиме $\overline{AB} = a, \overline{BN} = x, \overline{AD} = b$ и $\overline{DM} = y$. Отсечката MN има должина $\sqrt{(a+x)^2 + (b+y)^2}$ и од тоа што $\triangle NCB \sim \triangle CMD$ следува дека $\frac{b}{y} = \frac{x}{a}$ т.е. $xy = ab$. Ако од последното равенство го изразиме y и го замениме во должината на отсечката MN ќе добиеме

$$\overline{MN} = \sqrt{(a+x)^2 + \left(b + \frac{ab}{x}\right)^2}.$$

Изводот на функцијата (должината на отсечката како функција од x е:

$$\begin{aligned} \overline{MN}' &= \frac{1}{2} \left((a+x)^2 + \left(b + \frac{ab}{x}\right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(2(a+x) + 2\left(b + \frac{ab}{x}\right) \cdot \left(-\frac{ab}{x^2}\right) \right) = \\ &= \frac{a+x + \left(b + \frac{ab}{x}\right) \cdot \left(-\frac{ab}{x^2}\right)}{\sqrt{(a+x)^2 + \left(b + \frac{ab}{x}\right)^2}} \end{aligned}$$

Ја бараме онаа вредност на x за која $\overline{MN}' = 0$ односно $a+x + \left(b + \frac{ab}{x}\right) \cdot \left(-\frac{ab}{x^2}\right) = 0$.

После средувањето на последната равенка се добива $(a+x)(x^3 - ab^2) = 0$. Јасно $x \neq -a$ и од $x^3 - ab^2 = (x - \sqrt[3]{ab^2})(x^2 + x\sqrt[3]{ab^2} + \sqrt[3]{a^2b^4})$ следува дека $x = \sqrt[3]{ab^2}$, а $y = \frac{ab}{\sqrt[3]{ab^2}} = \sqrt[3]{a^2b}$.

Тоа значи дека $\overline{MN} = \sqrt{(a + \sqrt[3]{ab^2})^2 + (b + \sqrt[3]{a^2b})^2}$ т.е. $\overline{MN} = \sqrt{(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2})^3}$.

Останува прашањето во каква заемна врска се правите AC и MN ? Може да го одредиме тангенсот од аголот меѓу тие две прави. Нека $\sphericalangle(MN, AC) = \alpha$ и коефициентите на правец на правите AC и MN се $k_1 = \frac{b}{a}$ и $k_2 = -\frac{b+y}{a+x} = -\frac{b + \sqrt[3]{a^2b}}{a + \sqrt[3]{ab^2}}$, соодветно.

$$\text{Тогаш } \operatorname{tg} \alpha = \frac{-\frac{b + \sqrt[3]{a^2b}}{a + \sqrt[3]{ab^2}} - \frac{b}{a}}{1 + \left(\frac{-\frac{b + \sqrt[3]{a^2b}}{a + \sqrt[3]{ab^2}}}{\frac{b}{a}}\right) \frac{b}{a}} = \frac{-2ab - a\sqrt[3]{a^2b} - b\sqrt[3]{ab^2}}{a^2 - b^2 - a\sqrt[3]{ab^2} - b\sqrt[3]{a^2b}}.$$

Јасно оваа вредност се менува во зависност од a и b , т.е. правите не се заемно нормални, како што е случај кога ходникот има иста должина од двете страни на правиот агол.

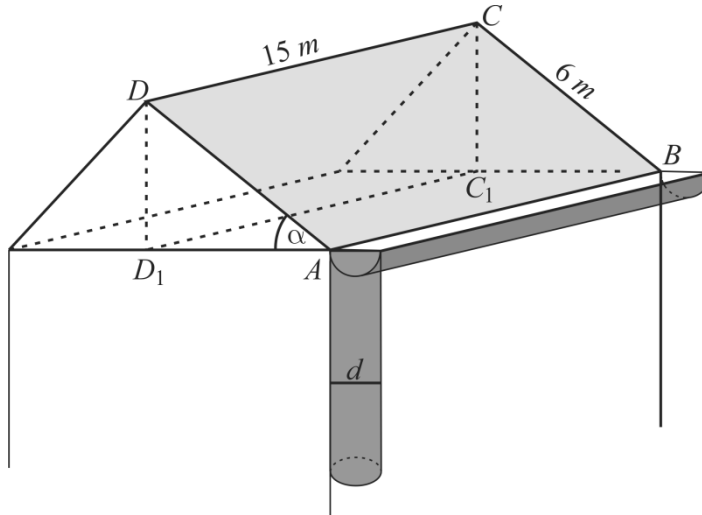
Следно обопштување на оваа задача би го добиле доколку се земе дека цевката може да се движи произволно по ходникот. Во таков случај цевката има поголема должина, отколку кога движењето е само хоризонтално. Ова е многу потешка задача од претходните и може да се реализира како истражувачки проект на група ученици.

ЗАДАЧИ ЗА КОРЕЛАЦИЈА

Ова се задачи кои ги има низ учебниците и збирките задачи, означени како потешки или за додатна активност. Нивната улога во наставата е значајна за одржување на

врската која математиката ја има со другите науки и потребата од поврзување на математичките знаења од неколку сродни области.

Задача 2. Покривот на една зграда е правоаголник со страни 6 m и 15 m и наклон $3:4$. Дождовната вода од покривот се слева во една цилиндрична цевка со максимална брзина од 5 m/s . Колкав треба да биде дијаметарот на цевката за во неа да може да се слее дождовната вода од дожд со интензитет $a\text{ mm/min}$?



СЛИКА 5. Приказ на ситуацијата од задача 2.

Составување на задачата: Според податоците од задачата, јасно е дека ако со α го означиме аголот кој покривот го зафаќа со хоризонталниот дел од зградата, тогаш $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ (Слика 5). Ако низ цилиндричната цевка се слева водата со брзина од 5 m/s , тогаш за една секунда дождовната вода ќе образува во цевката цилиндар со волумен $V = 125d^2\pi\text{ cm}^3$, каде d дијаметарот на цевката изразен во сантиметри. Ако дождот има интензитет $a\text{ mm/min}$, тогаш водата што ќе падне на хоризонтална површина за една минута прави слој со дебелина од a милиметри.

Бидејќи количеството вода кое ќе наврне за една минута на правоаголникот $ABCD$ е исто со количеството кое ќе наврне на правоаголникот ABC_1D_1 имаме:

$$\overline{AD_1} = \overline{AD} \cos \alpha = 6 \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{5}\text{ m}, \text{ од каде } V_1 = 15 \cdot 10^2 \cdot \frac{24}{5} \cdot 10^2 \cdot \frac{a}{10}\text{ cm}^3 = 72a \cdot 10^3\text{ cm}^3.$$

Значи за една секунда на покривот ќе наврне дожд со волумен $\frac{72a \cdot 10^3}{60}\text{ cm}^3 = 12a \cdot 10^2\text{ cm}^3$, а цилиндричната цевка ќе однесе волумен од $125d^2\pi\text{ cm}^3$.

Од условот на задачата мора да биде исполнето $125d^2\pi\text{ cm}^3 \geq 12a \cdot 10^2\text{ cm}^3$ т.е.

$$d \geq 4 \sqrt{\frac{3a}{5\pi}}\text{ cm}.$$

На сличен начин може да се работат задачи кај кои покривот има други димензии, поинаков наклон, поинаков облик, па дури и повеќе цевки за одвод на дождовната вода.

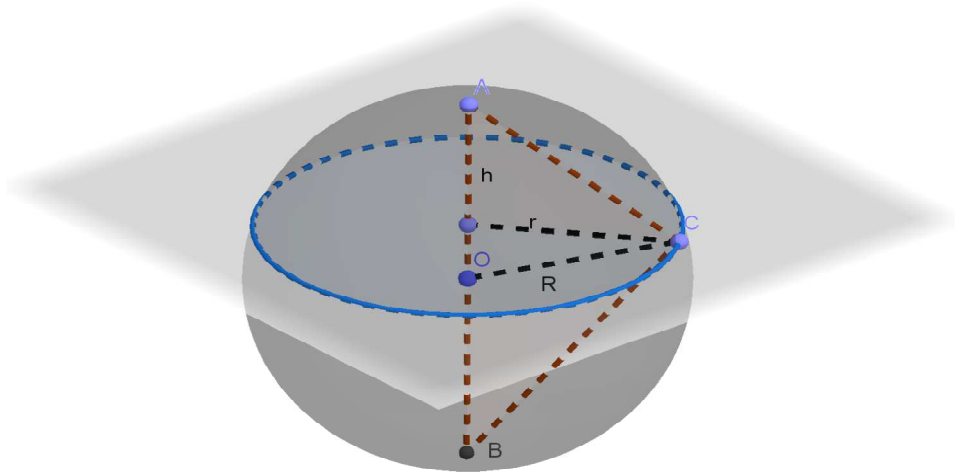
ЗАДАЧИ СО ПРОМЕНЛИВИ ВЕЛИЧИНИ

Многу често низ наставата се користат задачи во кои треба да се пресметуваат плошина и волумен на геометриски тела. Поретко се јавуваат задачи во кои треба да се направат трансформации на едни изрази во други. Токму низ овие задачи се постигнува повисоко когнитивно ниво, пред се заради поголемиот обем на барања кои треба да се исполнат, а со тоа и знаења кои треба да се поврзат.

Задача 3. Треба да се изгради купола на црква од лим, во облик на топкин отсечок од топка со радиус R . Изрази го волуменот на топкиниот отсечок, ако неговата плошина е P .

Нашата задача е да запишеме функционална зависност на волуменот од плоштината на топкиниот отсечок, ако е познат радиусот на топката.

Ако ставиме дека топкиниот отсечок има висина $h \leq R$, тогаш $P = 2R\pi h + r^2\pi$ и $V = \frac{2\pi R^2 h}{3} - \frac{\pi r^2}{3}(R-h)$, каде r е радиусот на основата на отсечокот.



СЛИКА 6. Приказ на ситуацијата од задача 3.

Од тоа што $\triangle ABC$ е правоаголен, според Евклидовите теореми се добива $r^2 = h(2R-h)$, па со замена во изразите за P и V имаме:

$$P = 4\pi R h - h^2\pi \text{ и } V = \frac{\pi h^2}{3}(3R-h).$$

Ако го изразиме πh^2 од P во V имаме: $V = \frac{1}{3}(PR + Ph - 4\pi R^2 h)$.

Функцијата P по променливата h е монотонно растечка на интервалот $(0, 2R]$. Од тоа што $h \leq R$ се добива дека функцијата P монотонно расте на $(0, R]$ и достигнува максимална вредност $P = 3R^2\pi$, за $h = R$.

Ако го изразиме h од V ќе добиеме $3V - PR = h(P - 4\pi R^2)$. Бидејќи $P \leq 3R^2\pi$, следува дека $P - 4\pi R^2 \neq 0$, па $h = \frac{3V - PR}{P - 4\pi R^2}$.

Со замена на $h = \frac{3V - PR}{P - 4\pi R^2}$ во $P = 4\pi R h - h^2\pi$ се добива квадратната равенка по V , $9\pi V^2 + 6\pi R(8\pi R^2 - 3P)V + P^2(P - 3\pi R^2) = 0$ чија дискриминанта е $D = 36\pi(4\pi R^2 - P)^3$.

Бидејќи $P < 3R^2\pi$ следува дека $D > 0$, од каде равенката

$$9\pi V^2 + 6\pi R(8\pi R^2 - 3P)V + P^2(P - 3\pi R^2) = 0$$

има две реални и различни решенија

$$V_{1/2} = RP - \frac{8}{3}\pi R^3 \pm \frac{1}{3}\sqrt{\frac{(4\pi R^2 - P)^3}{\pi}}.$$

1) Ако $P \leq \frac{8}{3}\pi R^2$, тогаш $RP - \frac{8}{3}\pi R^3 \leq 0$, па земаме

$$V_1 = RP - \frac{8}{3}\pi R^3 + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{(4\pi R^2 - P)^3}{\pi}},$$

бидејќи $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{(4\pi R^2 - P)^3}{\pi}} > \frac{8}{3}\pi R^3 - RP$.

2) Ако $P > \frac{8}{3}\pi R^2$, тогаш $RP - \frac{8}{3}\pi R^3 > 0$ и $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{(4\pi R^2 - P)^3}{\pi}} > 0$, но

$$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{(4\pi R^2 - P)^3}{\pi}} > RP - \frac{8}{3}\pi R^3,$$

па затоа $V_1 = RP - \frac{8}{3}\pi R^3 + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{(4\pi R^2 - P)^3}{\pi}}$.

Конечно бараниот волумен е $V_1 = RP - \frac{8}{3}\pi R^3 + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{(4\pi R^2 - P)^3}{\pi}}$, за $P \in (0, 3R^2\pi]$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Јан. Вишин *Методика за решавање на математически задачи*, Народна просвета, Софија, 1965 (превод од чешки)
2. Методика на обучението по математика, част II, под општата редакција на С.Е.Ляпин (превод од руски), Народна просвета, Софија, 1960
3. Виртуален училищен кабинет по математика,
<http://cabinet.bg>

Гравитационен билијард

Виктор Урумов

Партениј Зографски 46, Скопје

Апстракт. Задача и решенија - Материјална точка се движи во хомогено гравитационо поле во близина на Земјината површина во вертикална рамнина ограничена од долната страна со парабола. Се бара да се разгледаат периодичните движења. Периодичното движење се повторува бесконечно долго ако отсутствуют сили на триење. По рефлексивната од граничната парабола енергијата на честичката останува непроменета. а) Нацртај периодични траектории за кои во текот на движењето честичката се судира со границата во една, во две и во три точки. б) Пресметај го периодот на движењето за првите два случаи. Аголот α меѓу тангентата на параболата $y = ax^2 + bx + c$ во произволна точка x_0 и x -оската е зададен со $\operatorname{tg} \alpha = 2ax_0 + b$.

Клучни зборови: гравитација, билијард, периодично движење, симетрија.

ВОВЕД

Апстрактот го содржи текстот на задачата што им беше зададена на натпреварувачите на Првата балканска олимпијада по физика одржана годинава од 14 до 18 јули во просториите на Американскиот земјоделски колеџ покрај Солун. Оригинално предложениот текст на задачата е даден на крајот како апстракт на англиски јазик. На натпреварот учествуваша 33 ученици од 10 балкански држави. Учениците имаа пет часа за да решат четири задачи, од кои едната содржеше податоци од мерења од кои требаше да се одредат елементите на електрично коло.

Овде се разгледува една од зададените задачи, задачата за движење на материјална точка или честичка во хомогено гравитационо поле во област ограничена од долната страна со парабола. Задачата содржи елементи од неколку области на физиката: движење во хомогено гравитационо поле, еластичен судир со граница што има бесконечно голема маса поради што доаѓа до рефлексивна од границата и истовремено се работи за движење што бесконечно долго се повторува со одредена периодичност. Понатаму се одредени периодите за пет различни периодични движења со кои не се исцрпени сите можни решенија.

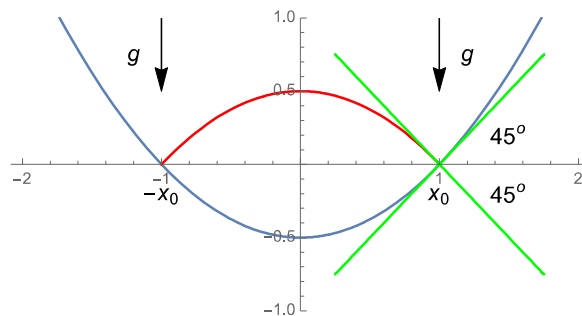
РЕШЕНИЈА

1. Може да сметаме дека параболичната граница што го ограничува движењето само во областа над неа, е зададена со равенката $y = ax^2$. Во наједноставниот случај движењето се одвива по вертикала што поминува низ координатниот почеток. Со почетна положба во координатниот почеток и произволна почетна брзина v_0 насочена вертикално нагоре, движењето на честичката се опишува со $x = 0$, $y = v_0 t - gt^2/2$, $v_y = v_0 - gt$, каде што x и y се координатите на честичката во вертикалната рамнина, t , v_y и g , се ознаки за времето,

брзината на движење по y -оската и Земјиното забрзување. Највисоката точка на движењето се достигнува за време $t = v_0/g$, кога честичката за миг застанува на висина $y_0 = v_0^2/(2g)$ и потоа почнува да паѓа. Движењето во обратната насока од неговиот почеток се опишува со равенките $x = 0$, $y = y_0 - gt^2/2$, $v_y = -gt$ и од нив се гледа дека до најниската точка, координатниот почеток, се стигнува за истото време како во претходната етапа на движењето. По судирот со параболичната ограда, движењето се повторува. Според тоа, движењето се одвива со период $T = 2v_0/g$.

2. Друг поедноставен случај е кога траекторијата е симетрична со параболата што го ограничува движењето, што е прикажано на сл. 1. Движењето ќе биде периодично само ако аголот под кој се пресекуваат траекторијата и границата е прав. Тогаш честичката се рефлектира и го повторува претходно изминатиот пат движејќи се во обратна насока. Точките $(\pm x_0, 0)$ не се произволни. Тие се специфични за дадената гранична парабола што во овој случај избираме да биде зададена со $y = ax^2 - b$, $a > 0$, $b > 0$. Тогаш $x_0 = \sqrt{b/a}$ и движењето, поаѓајќи од левата гранична точка е определено со

$$x = -x_0 + v_0 \cos \alpha t, \quad y = v_0 \sin \alpha t - gt^2/2, \quad \alpha = 45^\circ.$$



СЛИКА 1. Параболата отворена кон горе го прикажува ограничувачкиот сид. Параболата свртена надолу чии краишта завршуваат на сидот, ја прикажува траекторијата на движењето. Во $(-x_0, 0)$ и $(x_0, 0)$ траекторијата и граничната парабола се сечат под прав агол.

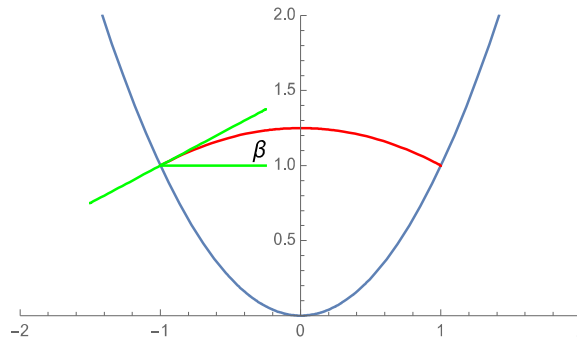
Елиминирањето на t од претходните равенки, заедно со условот траекторијата да биде симетрична на граничната парабола, т.е. да биде зададена со $y = b - ax^2$, како и со фактот дека аголот меѓу тангентата на граничната парабола и апсцисата е $\alpha = 45^\circ$, наметнува услов брзината на честичката во граничната точка да биде еднаква на $v_0^2 = g/a$. Според тоа, периодот на движењето е еднаков на $T = 4x_0/(v_0 \cos \alpha) = 4x_0\sqrt{2a/g}$.

3. Во поопшта ситуација претставена со сл. 2, кога симетријата од претходниот случај отсуствува и траекторијата се рефлектира на двата краја под прав агол од граничната парабола, ќе земеме дека таа е зададена со равенката $y = ax^2$ и дека крајните точки на траекторијата се $(\pm x_0, ax_0^2)$, $x_0 > 0$. Тангентите на граничната парабола во граничните точки на десната и левата страна се дадени со $y = \pm 2ax_0x - ax_0^2$. Правата ортогонална на тангентата во левата гранична точка што поминува низ таа точка е $y = (x + x_0)/(2ax_0) + y_0$, каде што $y_0 = ax_0^2$. Движењето е зададено со

$$x = -x_0 + v_0 \cos \beta t, \quad y = y_0 + v_0 \sin \beta t - gt^2/2, \quad \text{tg } \beta = 1/(2ax_0).$$

По елиминирањето на t , од симетријата на траекторијата следува равенството $\tan \beta = gx_0/(v_0^2 \cos^2 \beta)$ и равенката на траекторијата гласи $y = y_0 + g(x_0^2 - x^2)/(2v_0^2 \cos^2 \beta)$. Условот за ортогоналност во граничната точка доведува до равенството $2agx_0^2/(v_0^2 \cos^2 \beta) = 1$. За потребната големина на брзината во точката на рефлексija се добива

$$v_0^2 = 2agx_0^2/\cos^2 \beta = 2agx_0^2(1 + \tan^2 \beta) = 2agx_0^2(1 + 1/(4a^2x_0^2)) = g(1 + 4a^2x_0^2)/(2a).$$

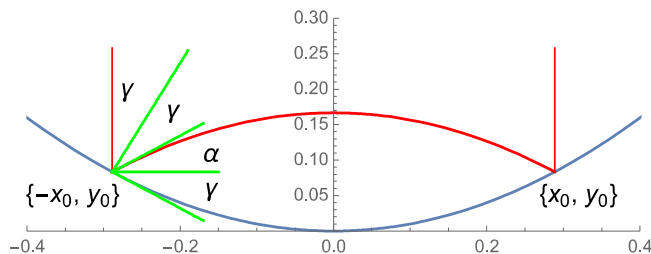


СЛИКА 2. Општ случај кога отсуствува симетријата присутна во претходниот пример.

Следува дека периодот $T = 4x_0/(v_0 \cos \beta) = 2\sqrt{2/ag}$ не зависи од x_0 . Тоа е во согласност со резултатот добиен претходно, бидејќи тогаш $\tan \alpha = 2ax_0 = 1$, $x_0 = 1/2a$, и $T = 2\sqrt{2/ag}$.

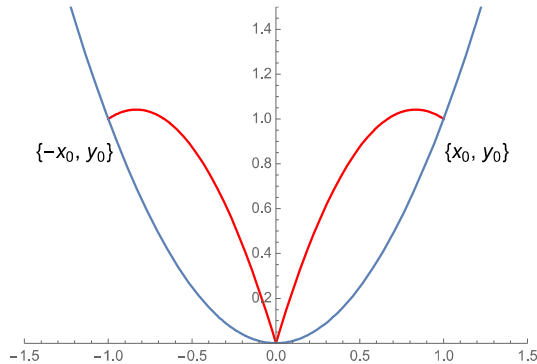
4. Траекторијата на следната слика има параболичен облик во средишниот дел и два вертикални сегмента на краевите. Означените агли треба да го исполнуваат условите $\alpha + 2\gamma = \pi/2$ и $\alpha > 0$. Со γ е означен аголот на рефлексija. Таква траекторија настанува кога нормалата на граничната парабола во точката на судир го дели аголот меѓу вертикалниот правец и тангентата на параболичниот сегмент на траекторијата по судирот на два еднакви дела. Равенката на граничната парабола има облик $y = ax^2$, $a > 0$. Постапувајќи како во претходно разгледаниот случај доаѓаме до периодот на движењето што е даден со $T = 4x_0/(v_0 \cos \alpha) + 4v_0/g$ и $v_0^2 = gx_0/(\sin \alpha \cos \alpha)$. За произволна вредност на x_0 , за аголот на нормалата на граничната парабола во почетната точка $(-x_0, ax_0^2)$ важи $\tan(\alpha + \gamma) = \tan(\pi/2 - \gamma) = 1/(2ax_0)$, односно $\tan \gamma = 2ax_0$. Одовде за произволна вредност на $x_0 < 1/(2a)$, се добива γ , а од условот врз аглите и a . Со тоа станува определена и големината на брзината при судирот со граничните точки, а оттаму и периодот на движењето

$$T = 4(1 + 1/\sin \alpha) \sqrt{(x_0/g) \tan \alpha}.$$



СЛИКА 3. Периодична траекторија со два вертикални сегмента.

5. Во овој случај илустриран со сл. 4, траекторијата се рефлектира од граничната парабола во три точки. Граничната парабола и двете параболични гранки на траекторијата се дадени со изразите $y = ax^2$, односно $y = bx^2 \pm (a - b)x_0x$, каде што $\pm x_0$ се апсцисите на граничните точки ($a > 0, b < -a, y_0 = ax_0^2$). Од условот за ортогоналност $2ax_0^2(a + b) = -1$, следува $b = -1/(2ax_0^2) - a$. Периодот е одреден со $T = 4x_0/(v_0 \cos \alpha)$ каде што $\text{tg } \alpha = 1/(2ax_0)$, а v_0 се определува од условот траекторијата да го посетува координатниот почеток, $y_0 + 1/2a - (gx_0^2/2v_0^2)(1 + 1/4a^2x_0^2) = 0$.



СЛИКА 4. Периодична траекторија со три допирни точки со граничната парабола.

ДИСКУСИЈА

За разгледуваната задача за периодични движења во параболичен билијард дадени се неколку можни решенија со кои не се исцрпени сите можни случаи. Во примерот под број 5, можно е, аналогно на примерот 4, да се додадат вертикални сегменти на краевите од траекторијата. Неочекуван резултат е независноста на периодот во примерот 3 од должината на траекторијата. Периодичните траектории во примерите 2 и 3 се стабилни, т.е. мали отклонувања од периодичната траекторија, нема да доведат до позначителни оддалечувања во понатамошното движење. Обратно на тоа, траекторијата од првиот пример е нестабилна и секое мало отклонување, целосно ќе го измени понатамошното движење. Освен најдените симетрични периодични решенија, веројатно постојат и несиметрични движења при определени почетни услови. Доколку долната граница е претставена со дводимензионална површина, на пример параболоид, задачата станува покомплексна.

Движењата во параболичен билијард се разгледувани во [1]. Во [2], при многу ниски температури е реализиран гравитационен билијард, во којшто движењето на атомите е ограничено од долната страна со ласерско зрачење.

ЛИТЕРАТУРА

1. Korsch H.J. and Lang J., A new integrable gravitational billiard, *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **24** (1991), pp. 45-52.
2. Milner V., Hanssen J.L., Campbell W.C. and Raizen M.G., Optical billiards for atoms, *Physical Review Letters*, **86**, (2001), pp. 1514-1517.

Gravitational billiard

Viktor Urumov

Partenij Zografski 46, Skopje

Abstract. The following problem was proposed to competitors at the First Balkan Physics Olympiad. Point particle is moving in a homogeneous gravitational field close to the Earth surface in a vertical plane limited from below by parabola. Sketch as many periodic orbits as you can that do not touch the boundary at more than three points. For two periodic motions determine their period. Collisions with the boundary are elastic. The angle α between the tangent of the parabola $y = ax^2 + bx + c$ at an arbitrary point x_0 and the x -axis is given by $\tan \alpha = 2ax_0 + b$.

Keywords: gravitation, pool, periodical movement, symmetry.

Примена на Геогebra (*Geogebra*) во изучувањето на поимите композиција на функции и инверзна функција

Јасмина Маркоска¹, Дончо Димовски², Ирена Стојменовска³, Вено Пачовски³

¹СУГС Георги Димитров, Скопје

²МАНУ, Скопје

³Универзитет Американ Колеџ, Скопје

Апстракт. Поимите композиција на две функции и инверзна функција се едни од посложените поими со кои се среќаваат учениците во наставата по математика во средното образование. Проблемите околу усвојувањето на овие поими честопати предизвикуваат проблеми при изучување на диференцијалното сметање, посебно при одредување извод на сложена функција. Композицијата на функции учениците интуитивно ја користат уште во основно образование. Меѓутоа формалната дефиниција на поимот ја изучуваат во средното образование и тоа најчесто преку примери, без конструкција на нејзиниот график. Сметаме дека геометриската интерпретација на поимите композиција на функции и инверзна функција ќе придонесе во нивното усвојување и примена, а таа геометриска интерпретација мошне добро се добива со користење на изработени аплети во Геогebra за конструкција на графици на композиција на две функции и инверзна функција.

Клучни зборови: композиција на функции, инверзна функција, Геогebra/Geogebra

ВОВЕД

Поимите композиција на две функции и инверзна функција во наставата по математика се изучуваат во четврта година и кај дел од учениците предизвикуваат несигурност, иако воведувањето на тие поими се прави низ примери со функции кои претходно ги изучиле. Таа несигурност потоа предизвикува проблеми при изучување на извод од сложена функција и извод од инверзна функција. Еден обид за подобрување на интуитивноста и сигурноста кај учениците е ако се дискутира за поимите паралелно со нивните геометриски интерпретации. Предлагаме за таа цел да се користи аплет кој е изработен во Геогebra, бидејќи со негова помош преку брзо менување на аналитичкиот запис на функцијата, се создава ситуација во која ученикот го набљудува поимот и воочува некои негови својства. Учениците кои имаат нагласени визуелни способности со помош на аплетот создаваат претстава за поимот композиција на функции. Подоцна истиот аплет може да се искористи на часовите за изучување инверзна функција, на часовите за вежби и примена на усвоените знаења поврзани со поимите композиција на

функции и инверзна функција и како дел од истражувачки проект кој би го реализирала група ученици.

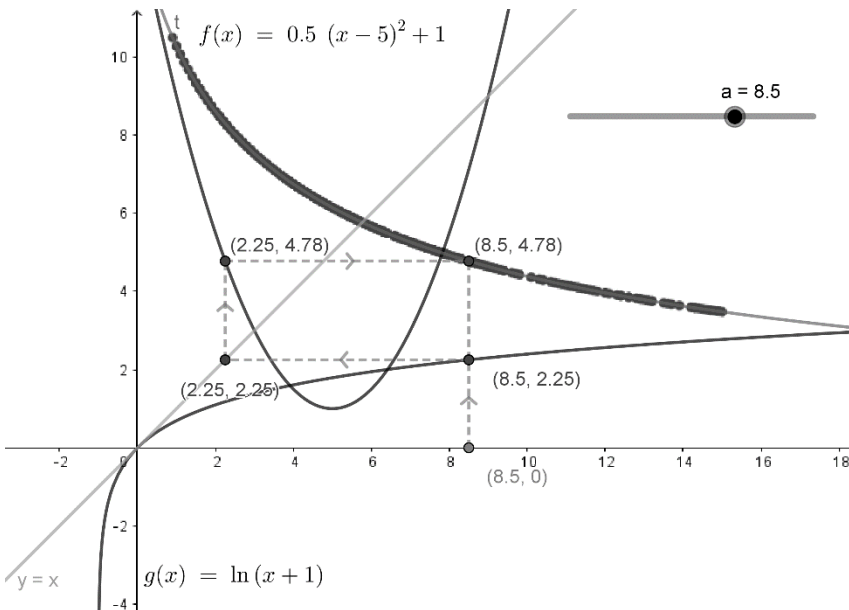
КОНСТРУКЦИЈА НА КОМПОЗИЦИЈА НА ДВЕ ФУНКЦИИ СО АПЛЕТ ВО GEOGEBRA

Пример 1. Нека f и g се функции за кои $V_g \subseteq D_f$. Како ќе го конструираме графикот на функцијата $f \circ g$, каде што $(f \circ g)(x) = f(g(x))$?

Изработен е аплет во Geogebra, со лизгач a чии вредности се реални броеви и внесени две функции $f(x)$ и $g(x)$. На почеток ја цртаме правата $x = a$. Пресекот на таа права со графикот на функцијата g ја дава точката $(a, g(a))$. Потоа го одредуваме пресекот на правите $y = g(a)$ и $y = x$, односно точката $(g(a), g(a))$. Пресекот на правата $x = g(a)$ и графикот на функцијата f е во точката $(g(a), f(g(a)))$. Правата $y = f(g(a))$ ја сече правата $x = a$ во точка од графикот на функцијата $f(g(x))$, односно ја добиваме точката $(a, f(g(a)))$. На овој начин добивме точка од композицијата, а со движење на лизгачот a , како трага, се добиваат точки од графикот на функцијата $f \circ g$.

Ако ја набљудуваме конструкцијата ќе забележиме правоаголник со темиња во точките $(a, g(a))$, $(g(a), g(a))$, $(g(a), f(g(a)))$ и $(a, f(g(a)))$ така што едно негово теме секогаш е на правата $y = x$.

Аналогно може да се одредат точки и од композицијата $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.



СЛИКА 1. Композиција $f \circ g$ на функциите $f(x) = \frac{1}{2}(x-5)^2 + 1$ и $g(x) = \ln(x+1)$

Следејќи ја оваа постапка учениците создаваат претстава за поимот композиција во геометриска смисла на зборот, пред се затоа што овој аплет може да се искористи за поголем број функции.

Овој аплет работи за секои функции $f(x)$ и $g(x)$, со тоа што добиениот резултат зависи од својствата на функциите.

Притоа, доаѓањето до нови сознанија започнува со поставување прашања од страна на наставникот како што се на пример:

Дали секогаш постои композиција на две функции? Наведи пример!

Дали ако постои $(f \circ g)(x) = f(g(x))$, мора да постои и $(g \circ f)(x) = g(f(x))$?
Образложи!

Поткрепи ги твоите хипотези со аплетот!

Кои својства на функциите f и g се наследуваат во композицијата?

КОНСТРУКЦИЈА НА ИНВЕРЗНА ФУНКЦИЈА СО АПЛЕТ ВО GEOGEBRA

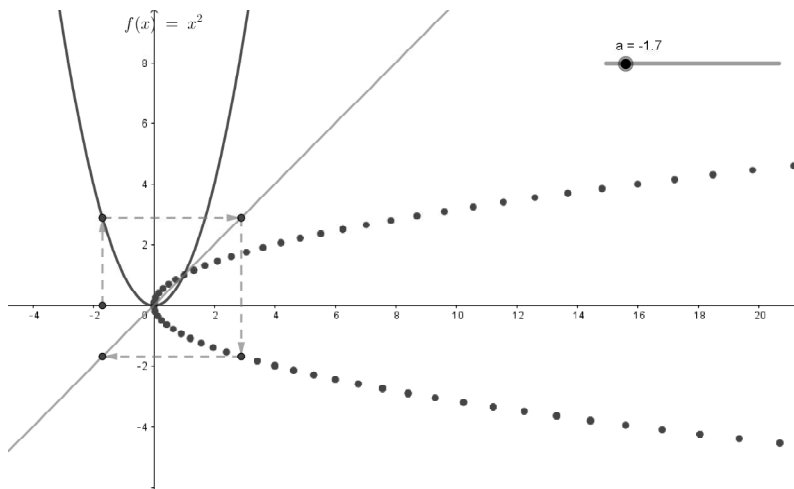
Ученикот е запознаен со формалната дефиниција на поимот инверзна функција, но процесот на разбирање и неговата проверка може да оди на следниов начин:

Дадена е функција $f(x)$. Најди функција $g(x)$, ако постои, таква што $g(f(x)) = x$.

Да претпоставиме дека таква функција постои. Тогаш темињата на гореспоменатиот правоаголник од постапката за конструкција на композицијата $g(f(x))$ ќе бидат: $(a, f(a))$, $(f(a), f(a))$, $(f(a), g(f(a))) = (f(a), a)$ и $(a, g(f(a))) = (a, a)$, од што следува дека точката $(f(a), a)$ е точка од графикот на $g(x)$. Во овој случај, правоаголникот е квадрат и точките $(a, f(a))$ и $(f(a), a)$ се осносиметрични во однос на правата $y = x$.

Очекуваниот и посакуваниот тек на активноста на учениците е да постават лизгач a , потоа да ја одредат пресечната точка на правата $x = a$ со графикот на $f(x)$. Низ добиената точка $(a, f(a))$, конструираат права $y = f(a)$ која ја сече $y = x$ во точката $(f(a), f(a))$. На крај ја конструираат правата $x = f(a)$ која ја сече правата $y = a$ во точката $(f(a), a)$. Со ваков аплет во Геогембра, трагата на точката $(f(a), a)$ формира некоја крива во рамнината, која е осносиметрична со графикот на функцијата во однос на правата $y = x$.

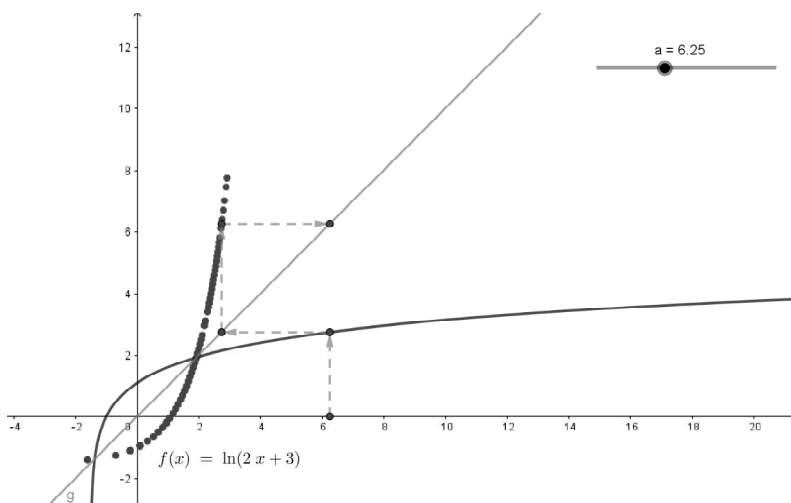
Пример 2. Претходно споменатиот аплет, за функцијата $f(x) = x^2$, ќе ја даде кривата определена со множеството точки $G_g = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}; x = y^2\}$, дадена на Слика 2.



СЛИКА 2. Кривата $x = y^2$

Учениците треба да согледаат дека тоа множество точки не е график на функција од x . Тоа значи дека оваа функција нема инверзна. Следниот чекор во примена на аpletот е подготовка на учениците за интуитивна претстава за „скратувањето“ на доменот и кодоменот на f за новата функција да има инверзна.

Пример 3. Претходно споменатиот аplet, за функцијата $f(x) = \ln(2x + 3)$, ќе ја даде кривата прикажана на Слика 3, која во суштина е график на инверзната функција на $f(x)$.



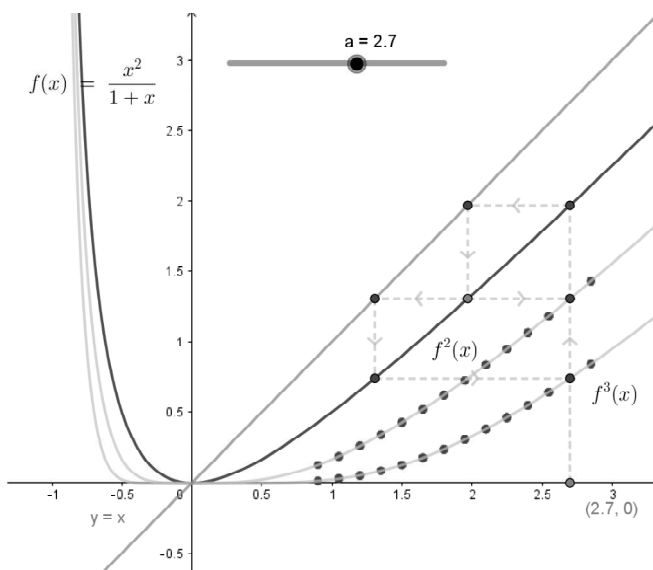
СЛИКА 3. Инверзна функција за функцијата $f(x) = \ln(2x + 3)$

УШТЕ НЕКОИ ПРИМЕНИ

Во додатна настава добро би било да се посвети внимание на композиции од една иста функција како и композиции на функции кои се зададени поинаку.

Пример 4. За дадена функција f да се конструира композицијата $f \circ f \circ f$?

Композицијата $f \circ f$ се конструира како композицијата $f \circ g$ каде што функцијата g е функцијата f . Функцијата $f(f(f(x))) = f^3(x)$ ќе ја конструираме така што прво правата $y = f^2(a)$ ја сече $y = x$ во точката $(f^2(a), f^2(a))$. Бидејќи правата $x = f^2(a)$ ја сече $f(x)$ во точката $(f^2(a), f^3(a))$, пресекот на $y = f^3(a)$ и $x = a$ е точката $(a, f^3(a))$.



СЛИКА 4. Конструкција на $(f \circ f)(x) = f^2(x)$ и $f(f(f(x))) = f^3(x)$ за дадена функција $f(x)$

На крајот ќе поставиме две задачи.

Задача 1. Нека $f(x) = \sqrt{2+x}$. Одреди $f(0)$, $f^2(0)$, $f^3(0)$. Дали насетуваш правило? Обиди се да го запишеш правилото! Можеш ли да забележиш некое својство за броевите $f(0)$, $f^2(0)$, $f^3(0)$, ...?

Во оваа задача може да се искористи аплетот од Пример 4. На овој начин интуитивно учениците ги поврзуваат поимите низа и функција, како и нивните гранични вредности.

Задача 2. Направи аплет за конструкција на композицијата на функциите

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2 \\ 3x + 1, & x > 2 \end{cases} \text{ и } g(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq 2 \\ \frac{1}{x+1}, & x > 2 \end{cases}$$

Што се случува во точката $x = 2$? Како ќе се конструираат инверзните функции на функциите $f(x)$ и $g(x)$, ако постојат?

Низ ваквите примери учениците стекнуваат навика за нестандартно размислување и охрабрани се да пробаат различни функции и да истражуваат.

ЗАКЛУЧОК

Неретко, поимот композиција на функции е разбран и усвоен само формално и површно, а не суштински од страна на учениците, што пак, имплицира сериозни потешкотии во понатамошниот образовен процес. Понудениот аплет изработен во Геогebra дава можност за визуелизација на овој поим и овозможува графички приказ на целиот процес на наоѓање на композиција од две функции. Уште повеќе, аплетот нуди визуелизација на процесот на барање на инверзна функција и негово суштинско разбирање. Со помош на алатката Trace (трага) која ја нуди софтверот, учениците се ставени во „математичка лабораторија“ и сведочат во создавањето на композицијата на функциите. Визуелизацијата од една страна им го приближува поимот на учениците создавајќи претстава за него, а од друга страна им овозможува геометриска интерпретација на алгебарскиот дел од одредувањето композиција на функции.

Негативните страни од овој начин на воведување на поимот композиција на функции се однесуваат на времето предвидено за усвојување на истиот. Сепак, со оглед на палетата од можности кои ги нуди самиот аплет, наставникот би можел да го нивелира времето предвидено за совладување на останатите (тесно поврзани) наставни содржини, бидејќи употребата на аплетот би била повеќекратна, така што времето кое условно би се изгубило со користење на истиот, би го добиле назад, во вид на придобивка при разјаснувањето на поимите. Исто така, можеби еден начин на надминување на овој проблем е на пример аплетот да се користи на часот предвиден за утврдување на материјалот, т.е. вежбање. Часот би можел да биде организиран во работни групи т.е. тимови, па така, додека едната група истражува со аплетот, другата група ја работи задачата во тетратка, а потоа заедно ги дискутираат решенијата и визуелните (графички) прикази на истите.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маркоска Ј., *Примена на е-технологии во наставата по математика во средното образование*, Магистерски труд, Скопје 2018
2. Маркоска Ј., *Примена на е-технологии во училишта*, Математички Омнибус, 4, (2018), 181-190, <http://im-pmf.weebly.com/matematicki-omnibus-kniga-4.html>.
3. Kovács Z., *Automated reasoning tools in Geogebra: a new approach for experiments in planar geometry*, South bohemia mathematical letters, volume 25, (2017), no. 1, 48-65.
4. Martinovic D., *Digital technologies and mathematical minds*. In M. Bockarova, M. Danesi, Martinovic, & R. Núñez (Eds.), *Mind in mathematics* (pp. 105–114). Munich: Lincom Europa (2015).
5. Danesi M., *Learning and Teaching Mathematics in The Global Village_ Math Education in the Digital Age*- Springer International Publishing (2016).
6. Bhagat K. K., Huang R., *Improving learners' experiences through authentic learning in a technology-rich classroom*, Lecture Notes in Educational Technology, Authentic Learning Through Advances in Technologies, Springer, 2018.
7. Berinde V., *Exploring, Investigating And Discovering In Mathematics*, Springer, 2004.
8. <https://www.geogebra.org>

Примена на апликацијата „Пресметувач на матрици“ (matrixcalc.org/mk) во наставата по математика

Петар Соколки¹, Јасмина Сретеноска², Елена Котевска³

¹*Институт за математика, Природно-математички-факултет, Универзитет
„Св. Кирил и Методиј“, Скопје, Македонија*

²*ООУ „Вера Циривири - Трена“, Скопје, Македонија*

³*Технички факултет, Универзитет „Св. Климент Охридски“, Битола, Македонија*

Апстракт. Примената на сметачите и мобилните технологии во современата настава по математика е неизбежен дел од современото основно, средно и високо образование. Сè поголемото навлегување на овие нови технологии во традиционалната настава ги менуваат пристапот и техниките во пренесувањето на материјалот и поставуваат нови предизвици како пред наставниците така и пред учениците. Во овој труд ќе биде изложена алатката matrixcalc.org/mk (или Пресметувач на матрици) која е наменета за решавање на различни типови задачи со матрици, системи линеарни равенки, детерминанти и слично кои се присутни во наставата самостојно како делови од линеарната алгебра.

Клучни зборови: пресметувач, калкулатор, матрици, детерминанти, системи линеарни равенки, автоматизирано решавање.

ВОВЕД

Живеењето во информатичката ера носи со себе многу нови предизвици на кои претходно немало слични. Математичкото образование се менува со текот на годините и еволуира паралелно со навлегувањето на новите алатки и методи во сите сфери на животот. Притоа, при тие промени, носителите на одлуките за истите треба да бидат многу внимателни и да ги имаат предвид историските случувања и искуствата на останатите делови на светот, пред сè на поразвиените држави, како и да бидат запознати со процесот на изучување на математиката, затоа што еден чекор во погрешна насока ќе предизвика неповратни последици во образованието на илјадници ученици кои потоа ќе биде многу тешко да се санираат и за тоа ќе биде потребно многу време и материјални средства.

Целта на математиката во основното образование е стекнување на некои основни математички вештини, основна математичка култура, а во средното образование надградување на тие знаења и нивна примена во посепцифична област. Често слушаме дека главната цел на математиката е да се оспособат учениците да размислуваат апстрактно, да носат логички заклучоци и да ги препознаваат истите проблеми во различни ситуации. Но, во што е разликата меѓу денешното и поранешното математичко образование, кога гледаме дека целите се генерално непроменети? Без сомнение, пред сè разликата е во достапноста на литература, брзината и леснотијата за комуникација и размена на информации. Пред само околу 10-20 години, главен извор на информации беа учебниците во училиштата и библиотеците. Денес се лесно достапни илјадници материјали за изучување на математиката од типот на книги, прирачници и потсетници

коишто може да се сместат во мобилен телефон или во преносен сметач (компјутер), постојат многу форуми за математика, може да се следат во живо предавања од врвни школи и универзитети или да се комуницира со врсници и наставници од сите краишта на светот. Исто така, постојат огромен број на алатки од типот на компјутерски програми и апликации кои се гледаат како замена за обичните калкулатори и со кои можат да се решаваат прилично сложени математички задачи и проблеми. Некои од овие алатки се попусти и овозможуваат лесно решавање на математички проблеми, при што го исфрлаат само крајниот резултат. Други алатки, особено помодерните, се такви што го опишуваат целиот тек и постапка за решавање на математичката задача.

Главната бариера која стои помеѓу овој океан од достапни материјали и ученикот кој сака нешто да научи може да се каже дека е познавањето на јазикот на кој се напишани или презентирани материјалите. Бројот на материјали на македонски јазик е релативно мал и неговото зголемување е реален проблем кон чие решавање мора да се пристапи многу посериозно.

Пресметувачот на матрици Matrixcalc.org е алатка која е достапна онлајн (Online) и припаѓа на алатките кои ги даваат текот и постапката на решавањето на задачите за кои се наменети. Важно е тоа што оваа алатка е преведена на македонски јазик од страна на еден од авторите и е многу подостапна за сите кои го зборуваат. Преведената верзија се наоѓа на matrixcalc.org/mk. Покрај на македонски јазик, постојат верзии на руски, англиски, кинески, германски, француски, шпански, виетнамски, бугарски, турски, холандски и други јазици и нивниот број постојано се зголемува.

Во продолжение ќе ги претставиме главните карактеристики на оваа алатка.

ШТО СОДРЖИ АПЛИКАЦИЈАТА MATRIXCALC.ORG

Апликацијата matrixcalc.org е наменета за решавање на задачи кои се сведуваат на операции со матрици, детерминанти, системи од линеарни равенки и сл. Овие задачи се пред сè проблеми од линеарната алгебра и се наменети за студентите кои ги изучуваат овие теми во истоимениот предмет или во предмети во кои се вклопени тие содржини - најчесто почетните курсеви по математика на техничките факултети, на Економскиот факултет и сл. Бидејќи поедноставните системи од линеарни равенки се изучуваат во основното образование, а во средното образование покрај нив се изучуваат и поедноставните операции со матрици и детерминанти, оваа апликација можат да ја користат и основци и средношколци.

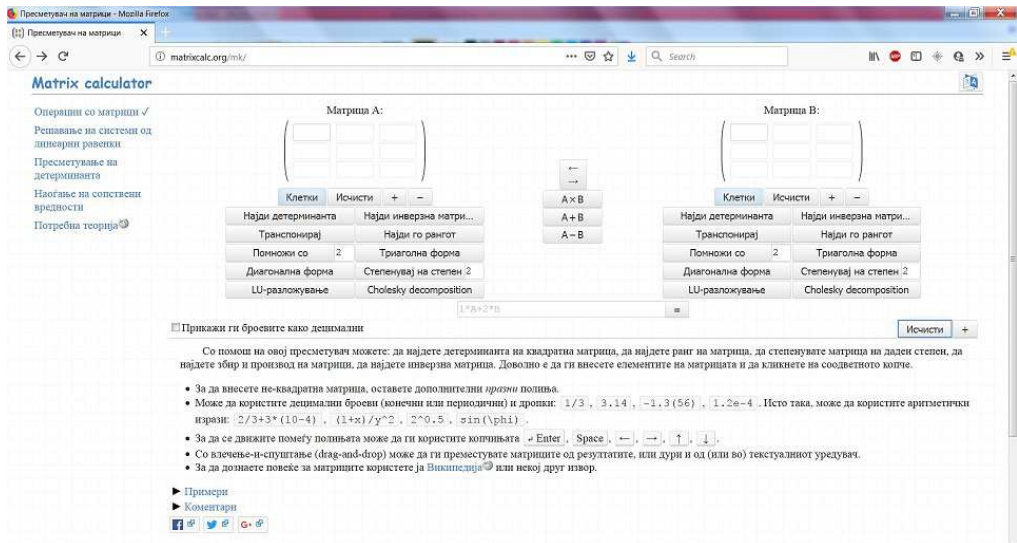
Употребата на алатката е максимално поедноставена и се сведува на внесување одредени вредности - броеви, кои пак може да бидат запишани како конкретна вредност или како некој аритметички израз (наместо 4, во полето може да се внесе 5-1 или 2^2 или 2^3-4), на променливи или на алгебарски изрази во празни полиња - клетки. Правилата за внесување се опишани на почетната страна од апликацијата. Откако вредностите ќе бидат внесени, со притискање на соодветно копче се добива бараниот резултат заедно со соодветна постапка за решавање. Ние алатката ја проверивме на голем број задачи кои се наоѓаат во книгите наведени во литературата [1], [4-7] и сите резултати кои ги добивме беа точни.

Имајќи предвид дека задачите кои се решаваат имаат решенија кои се добиваат според некој алгоритам, решавањето всушност се сведува на пополнување на соодветните места во алгоритмот на решавање со соодветните внесени вредности или изрази.

Бројот на задачи кои може да се решат со оваа апликација е неограничен. Тие припаѓаат на некоја од следниве четири категории:

- Операции со матрици
- Решавање на системи линеарни равенки
- Пресметување на детерминанта
- Наоѓање на сопствени вредности

Овие четири категории се присутни на левата горна страна под насловот на алатката и се прикажани на Слика 1. Со притискање на една од нив се отвораат различните екрани на кои се прикажани копчињата со операции кои може да се извршат за соодветната категорија проблеми.



СЛИКА 1. Изглед на почетниот екран на Matrixcalc.org/mk. На левата страна горе се категориите од проблеми кои може да се решаваат.

Резултатите од пресметувањето на соодветната задача се добиваат во таканареченото **поле за резултати** кое се наоѓа под хоризонталната црта која пак се наоѓа под копчињата за извршување операции. Резултатите кои се добиваат се подредуваат според редоследот на извршувањето, при што најгоре е резултатот кој последен сме го добиле. Покрај секој резултат од десната страна има копче **Исчисти** и со негово притискање се брише тој резултат и сите пресметки кои се однесуваат на него.

Ќе ги наведеме операциите кои се содржат во секоја од категориите.

Операции со матрици

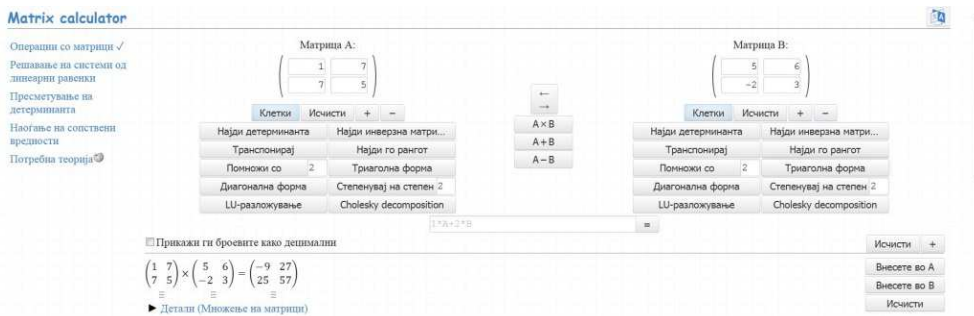
Ова е можеби главната категорија во Matrixcalc.org. На почетокот се дадени две матрици со по три редици и колони. Меѓутоа, бројот на редици и колони на матрицата која се внесува може да се намалува или да се зголеми со притискање на полињата - и +, соодветно, кои се наоѓаат под матрицата. Откако ќе се внесе матрицата во соодветните полиња, со притискање на некое копче може да се изврши некоја од овие операции:

- да се пресмета детерминанта на матрицата;
- да се најде нејзината инверзна матрица на матрицата (ако постои);

- да се транспонира матрицата;
- да се најде рангот на матрицата;
- да се помножи матрицата со некој скалар (број);
- да се доведе матрицата во триаголна форма со елементарни трансформации;
- матрицата да се дијагонализира, т.е. да се прикаже во облик $P \times D \times P^{-1}$ каде P е матрицата чии вектор-колони се сопствените вектори на почетната матрица, а D е дијагонална матрица чии вредности се сопствените вектори на почетната матрица;
- да се степенува матрицата на некој степен;
- да се направи разложување на матрицата на производ од долно-триаголна и горно-триаголна матрица (LU - разложување);
- да се разложи матрицата по методот на Шолески.

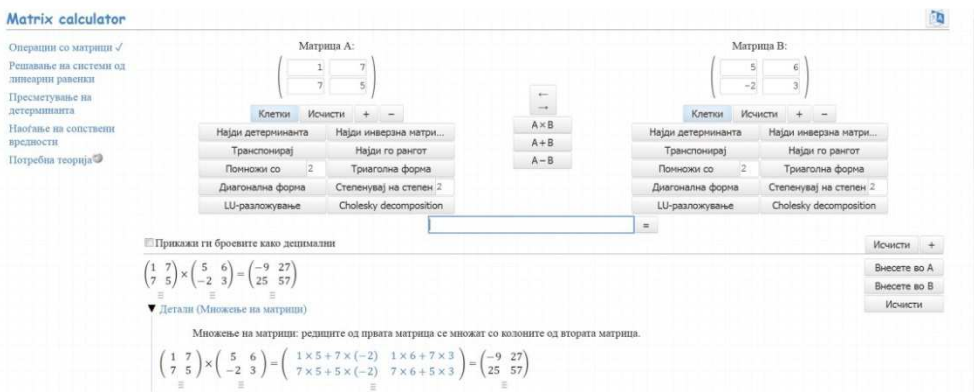
Гледаме дека станува збор за навистина солиден број на операции со матрици.

На пример, ако се дадени матриците $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, тогаш со нив можеме да вршиме различни операции. Така, со притискање на копчето $A \times B$, се добива производот на матриците A и B , како што е прикажано на Слика 2-1.



СЛИКА 2-1. Множење на матриците $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

Под производот на матриците се наоѓа копче **Детали (Множење на матрици)**. Ако притиснеме на тоа копче, тогаш ја добиваме постапката за добивање на производот на двете матрици дадена на Слика 2-2.



СЛИКА 2-2. Детален приказ на множење на матриците $A = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

Веднаш под копчињата за операции со дадените матрици се наоѓа хоризонтално празно поле во кое може да се внесе произволен израз кој ги содржи погоре внесените матрици. Со притискање на знакот = се добива резултат за изразот кој сме го внеле. На овој начин може да се решаваат матрични равенки или да се пресметуваат алгебарски изрази кои содржат матрици.

Бројот на матрици кои се дадени на почетокот може да се зголемува со притискање на копчето + кое е десно до полето **Исчисти** долу-десно, непосредно над полето за работа. Може да се внесат најмногу 26 матрици - колку што има букви во латиницата. На Слика 3 е прикажан резултатот од извршувањето на операцијата $A+2B-C^2$ за матриците

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

The screenshot shows a web-based matrix calculator. At the top, there are three input fields for matrices A, B, and C. Matrix A is $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, Matrix B is $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, and Matrix C is $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$. Below the input fields are several buttons for operations like 'A x B', 'A + B', 'A - B', 'Find determinant', 'Find inverse matrix', etc. The main display area shows the calculation $A + 2B - C^2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} + 2 \times \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 4 & 12 & 4 \\ -4 & 2 & 6 \\ 4 & 19 & 2 \end{pmatrix}$. There are also buttons for 'Ischisti' (Clear) and 'Vnesete vo A/B' (Enter in A/B).

СЛИКА 3. Операции со три матрици

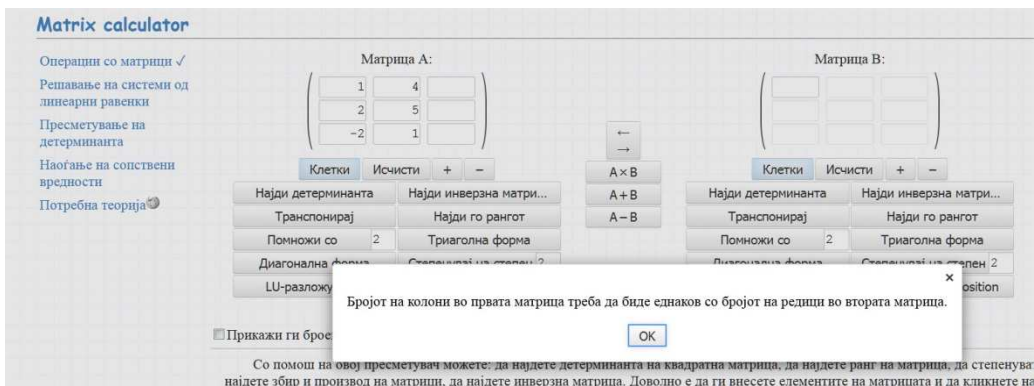
Важно е да се запомни дека матриците во овој ред мора да се внесат со големи букви затоа што малите букви се препознаваат како променливи.

Гледаме дека операциите кои бараме да се направат со матриците не се секогаш можни. На пример, доколку внесените матрици не се од ист ред, а притиснеме на копчето за збир **A+B**, тогаш ја добиваме следнава порака:

The screenshot shows the same matrix calculator interface, but with an error message displayed in a dialog box: 'Матриците мора да бидат од ист ред.' (Matrices must be of the same size). This message appears because the user has attempted to perform an operation (likely addition) on matrices that are not of the same dimensions. The 'OK' button is visible at the bottom of the dialog box.

СЛИКА 4-1. Известување за грешка при барање на збир од матрици

Слично, доколку внесената матрица не е квадратна, а притиснеме на копчето за пресметување на втор степен (квадрат) на матрицата, тогаш се појавува известување кое на тоа нè предупредува како на Слика 4-2.



СЛИКА 4-2. Известување за грешка

Матрицата која е резултат добиен со извршување на некои операции може да се пренесе со таканаречениот метод drag-and-drop, т.е. со влечење со глушецот и спуштање во полето предвидено за внес на матрици со кои работиме и потоа таа матрица да ја користиме во понатамошните операции.

Решавање на системи линеарни равенки

Втората категорија задачи кои може да се решаваат со апликацијата matrixcalc.org се системи линеарни равенки. За решавање на овој тип задачи дадени се следниве опции:

- проверка на компатибилноста на равенките во системот (дали системот има решение и дали тоа решение е единствено), т.е. теоремата на Кронекер-Капели;
- решавање на систем со правилото на Крамер;
- решавање на систем со множење со инверзна матрица;
- решавање на систем со методот на Монтанте (алгоритам на Барејс). Ова е метод кој е познат и како метод на Гаус-Барејс. Овој метод ретко или воопшто не се спомнува во наставата;
- решавање на систем со Гаусова елиминација;
- решавање на систем со методот на Гаус-Жордан (види Слика 5).

Гледаме дека во алатката се опфатени скоро сите типови на задачи за линеарни системи равенки кои се изучуваат на нашите факултети. Слично како и во претходната категорија, решението се испишува под цртата над која се напишани опциите за решавање во полето за решавање.

Системите коишто се решаваат може да содржат и повеќе од 100 променливи и 100 равенки. Откако системот ќе биде внесен, со притискање на копче се добива бараниот резултат. Во решението, покрај конкретниот резултат, постои можност за презентација на деталите од решението. Тие на почетокот се скриени и доколку корисникот сака, со притискање на копчето **Детали** може да бидат прикажани.



СЛИКА 5. Изглед на менито за решавање системи линеарни равенки

Пресметување на детерминанта

Третата категорија задачи кои може да се решаваат со matrixcalc.org е пресметувањето на детерминанти. Оваа категорија задачи е присутна во сите воведни курсеви по математика на факултетите и посебно во предметот линеарна алгебра. Како што знаеме, постојат повеќе начини како да се пресмета детерминанта. Во алатката присутни се следниве методи поврзани со пресметувањето на внесената детерминанта:

- со развивање по некоја редица или по некоја колона на детерминантата;
- со доведување преку елементарни трансформации на сите елементи, освен на еден елемент, од одредена редица или од одредена колона на детерминантата до нули и потоа намалување на редот на детерминантата;
- со методот на Гаусова елиминација (доведување на детерминантата до горно-триаголна форма преку елементарни трансформации);
- ако детерминантата е од ред 3×3 , преку правило на триаголник или со Сарусовото правило;
- со формулата на Лајбниц (преку пермутации);
- со методот на Монтанте (алгоритамот на Барејс).

Почетниот изглед на оваа категорија е прикажан на Слика 6.

Детерминантите коишто се пресметуваат може да содржат и по повеќе од 100 редици и колони. Значи може да се решаваат скоро сите задачи со детерминанти со конкретни вредности кои се присутни во учебниците и збирките кои се користат.

Откако детерминантата ќе биде внесена, со притискање на копче се добива бараниот резултат. Во решението, покрај конкретниот резултат, постои можност за презентација на деталите од решението. Тие се добиваат со притискање на копчето **Детали** кое се наоѓа на левата страна непосредно под или над презентираното решение.

Matrix calculator

Операции со матрици
Решавање на системи од линеарни равенки
Пресметување на детерминанта ✓
Наложба на сопствени вредности
Потребна теорија

Пресметување на детерминанта со нејзино развивање по редица или по колона користејќи ја формулата на Лаплас

Овој пресметувач Ви овозможува да пресметате детерминанта на матрица користејќи разложување по некоја редица (колона) или преку разложување на детерминантата на минори. Пресметувањето на детерминантата ќе биде изложено во неколку чекори.

Матрица A:

$$\begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

- Клетки Исчисти + -
- Развиј по колоната 1
- Развиј по редицата 1
- Добиј нули во колоната 1
- Добиј нули во редицата 1
- Се користи Метод на Гаус (гаусова ...
- Се користи Правило на триаголник
- Се користи Сарусово правило
- Се користи Формула на Лајбниц
- Се користи Метод на Монтанте (ал...

$\begin{vmatrix} 4 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

Исчисти

СЛИКА 6. Изглед на менито за пресметување на детерминанти

Ќе дадеме еден пример за решавање на детерминанта со методот на Монтанте.

Пример. Да се пресмета детерминантата $\begin{vmatrix} 4 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ со методот на Монтанте.

Прво притискаме на полето **Исчисти** со цел да се избришат претходно внесени податоци во полињата на детерминантата на почетокот. Потоа ја внесуваме детерминантата, т.е. нејзините членови во соодветните полиња и притискаме на копчето - **Се користи Метод на Монтанте (алгоритам на Барејс)**. Под основната црта која е повлечена под главното мени се добива пресметката прикажана на Слика 7.

Пресметка на детерминанта на матрица со методот на Монтанте (алгоритмот на Барејс)

Најпрво матрицата се сведува во скалеста форма во однос на редиците со користење на формулата $a_{i,j} = \frac{a_{r,c} \times a_{i,j} - a_{i,c} \times a_{r,j}}{p}$, кадешто r и c се редните броеви на редицата и колоната на носечкиот елемент, а p е вредноста на носечкиот елемент од претходниот чекор. Детерминантата на матрицата е еднаква на елементот во последната редица. Забелешка: $\begin{matrix} a_{r,c} & \dots & a_{r,j} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i,c} & \dots & a_{i,j} \end{matrix}$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Носечки елемент:} \\ p_1 = a_{1,1} = 4 \\ a_{4,1} \times a_{1,j} - a_{1,1} \times a_{4,j} \rightarrow a_{i,j} \\ p_0 \end{matrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 11 & 10 & 11 \\ 0 & 8 & 4 & 20 \\ 0 & 2 & 0 & -6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Носечки елемент:} \\ p_2 = a_{2,2} = 11 \\ a_{2,2} \times a_{1,j} - a_{1,2} \times a_{2,j} \rightarrow a_{i,j} \\ p_1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 11 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & 11 & 10 & 11 \\ 0 & 0 & -9 & 33 \\ 0 & 0 & -5 & -22 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Носечки елемент:} \\ p_3 = a_{3,3} = -9 \\ a_{3,3} \times a_{1,j} - a_{1,3} \times a_{3,j} \rightarrow a_{i,j} \\ p_2 \end{matrix} \begin{pmatrix} -9 & 0 & 0 & 24 \\ 0 & -9 & 0 & -39 \\ 0 & 0 & -9 & 33 \\ 0 & 0 & 0 & 33 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 33 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Носечки елемент:} \\ p_4 = a_{4,4} = 33 \\ a_{4,4} \times a_{1,j} - a_{1,4} \times a_{4,j} \rightarrow a_{i,j} \\ p_3 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 33$$

СЛИКА 7. Пресметување на детерминанта од четврт ред со метод на Монтанте

Наоѓање на сопствени вредности

Последната категорија на задачи кои се решаваат со matrixcalc.org е наоѓањето на сопствени вредности и сопствени вектори. Недостаток на апликацијата е тоа што ги наоѓа рационалните сопствени вредности.

Слично како и кај претходните три категории, дадено е почетно мени во кое се присутни три копчиња:

- Најди ги сопствените вектори - оваа опција е основна;

Следните две опции се дополнителни и поврзани се со претходната.

- Дијагонална форма;
- Разложување по метод на Јордан - наоѓање на матрица која е слична со оригиналната во Јорданова нормална форма (види Слика 8).



СЛИКА 8. Основно мени за наоѓање на сопствени вредности и вектори на матрица

После внесувањето на матрицата, ако се притисне на копчето **Најди ги сопствените вектори**, се добива целосната постапка во полето за решавање во два чекори:

1. наоѓање на карактеристичниот полином на матрицата и пресметување на неговите нули - сопствените вредности на матрицата;
2. за секоја сопствена вредност се наоѓа соодветниот сопствен вектор на матрицата.

Ке наведеме пример за пресметување на сопствените вредности и сопствените вектори на матрицата $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$.

Прво ја внесуваме матрицата, т.е. нејзините елементи во соодветните полиња. После притискање на копчето **Најди ги сопствените вектори**, го добиваме приказот даден на Слика 9-1, Слика 9-2 и Слика 9-3.

На Слика 9-1 е даден приказ за пресметување на карактеристичниот полином преку пресметување на детерминантата на матрицата $A - \lambda \cdot I$. Се добива дека карактеристичниот полином е

$$P(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda + 2.$$

Овој полином е разложен на множители $P(\lambda) = (\lambda + 1)(\lambda + 2)$. Оттука се добиваат сопствените вредности $\lambda_1 = -2$ и $\lambda_2 = -1$. Деталите за пресметката на полиномот (детерминантата) се добиваат со притискање на копчето **Детали**.

На Слика 9-2 е прикажано добивањето на сопствениот вектор $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$ кој одговара на сопствената вредност $\lambda_1 = -2$, а на Слика 9-3 е прикажано добивањето на сопствениот вектор $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ кој одговара на сопствената вредност $\lambda_1 = -2$.

Matrix calculator

Операции со матрици
Решавање на системи од
линейни равенки
Пресметување на
детерминанта
Наоѓање на сопствени
вредности ✓
Потребна теорија

Наоѓање на сопствени вредности и сопствени вектори

Овој пресметувач ги наоѓа рационалните сопствени вредности и соодветните сопствени вектори на матрицата. За таа цел се користи карактеристичниот полином на матрицата.

Матрица A:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$$

Клетки Исчисти + -

Најди ги сопствените вектори

Повеќе:

Диагонална форма
Jordan decomposition

1. Ги наоѓаме сопствените вредности како нули на карактеристичниот полином:

$$\begin{vmatrix} 0-\lambda & 1 \\ -2 & -3-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 3\lambda + 2 = (\lambda + 2) \times (\lambda + 1)$$

► Детали

- $\lambda_1 = -2$
- $\lambda_2 = -1$

2. За секоја сопствена вредност λ го наоѓаме соодветниот сопствен вектор (или вектори):

- $\lambda_1 = -2$
 $A - \lambda_1 I = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

СЛИКА 9-1. Пример за наоѓање на сопствени вредности на матрицата $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

► Детали

- $\lambda_1 = -2$
- $\lambda_2 = -1$

2. За секоја сопствена вредност λ го наоѓаме соодветниот сопствен вектор (или вектори):

- $\lambda_1 = -2$

$$A - \lambda_1 I = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$Av = \lambda v \Rightarrow (A - \lambda I)v = 0$$

Т.е. имаме хомоген систем од линейни равенки. Го решаваме со методот на Гаус:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{array} \right) \times \left(\frac{1}{2} \right) \xrightarrow{R_1 / (\frac{1}{2}) \rightarrow R_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\times (2)} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 - (-2) \times R_1 \rightarrow R_2} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + \frac{1}{2} x_2 = 0 \quad (1) \end{array} \right.$$

- Од равенката 1 на системот (1) ја наоѓаме променливата x_1 :

$$x_1 = -\frac{1}{2} x_2$$

Одговор:

- $x_1 = -\frac{1}{2} x_2$
- $x_2 = x_2$

Општото решение е: $X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} x_2 \\ x_2 \end{pmatrix}$

Множеството решенија е: $\{x_2 \times \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}\}$

Нека $x_2 = 1$, $v_1 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$

СЛИКА 9-2. Пример за наоѓање на сопствениот вектор v_1 на матрицата $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ за сопствената вредност $\lambda_1 = -2$.

2. $\lambda_2 = -1$

$$A - \lambda_2 I = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$Av = \lambda v$$

$$(A - \lambda I)v = 0$$

Т.е. имаме хомоген систем од линеарни равенки. Го решаваме со методот на Гаус:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\times (2)} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 - (-2) \times R_1 \rightarrow R_2}$$

$$\{x_1 + x_2 = 0 \quad (1)\}$$

- Од равенката 1 на системот (1) ја наоѓаме променливата x_1 :
 $x_1 = -x_2$

Одговор:

- $x_1 = -x_2$
- $x_2 = x_2$

Општото решение е: $X = \begin{pmatrix} -x_2 \\ x_2 \end{pmatrix}$

Множеството решенија е: $\{x_2 \times \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\}$

Нека $x_2 = 1$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

СЛИКА 9-3. Пример за наоѓање на сопствениот вектор \mathbf{v}_2 на матрицата $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ за сопствената вредност $\lambda_2 = -1$.

Останатите две опции се однесуваат на разложувања на матрицата поврзани со нејзините сопствени вредности и сопствени вектори.

ЗАКЛУЧОЦИ

Може да се забележи дека алатката Пресметувач на матрици (matrixcalc.org) е многу моќна алатка за решавање на проблемите за кои е наменета и содржи како основни, така и понапредни методи кои се користат за решавање на овие проблеми. Од друга страна, таа има многу предности пред останатите апликации од овој тип:

- бесплатна е и јавно достапна на секој кој има пристап до интернет;
- нуди решенија на голем број задачи;
- освен крајните решенија, ги дава и деталите за нивно добивање;

- има директна врска (линк) до голем број содржини поврзани со потребната теорија;
- може да се користи од секој кој разбира македонски јазик; итн.

Иако оваа математичка алатка е преведена на македонски јазик, таа постојано се надоградува и има потреба за ажурирање на нејзините нови содржини на македонски јазик. Исто така, и покрај тоа што на интернет има содржини поврзани со теоријата потребна за решавање на задачите кои се решаваат со Пресметувачот на матрици, сепак мислиме дека е неопходно поставување на што поголем број поквалитетни содржини од овој тип кои би ги користеле учениците, студентите, а и секој друг човек кој е заинтересиран да ги изучува овие типови проблеми.

Дебатата дали овие алатки повеќе помагаат или одмагаат во учењето на математиката ќе продолжи. Главниот аргумент на наши колеги со кои сме контактирале и кои мислат дека има негативен ефект од постоењето на вакви алатки е дека на овој начин, оној кој решава задачи кои можат да се решат со Пресметувачот на матрици се става во големо искушение, со притискање на едно копче да го добие резултатот за кој инаку би поминал 5, 15 или повеќе минути во негово решавање. Наше мислење, сепак, е дека секогаш е подобро да се има избор отколку да се оди само на еднострано гледање на работите. Се надеваме дека оваа алатка пред сè ќе послужи за проверка на добиените решенија и резултати или за усвојување на градивото додека не се дојде до стадиум на самостојно нивно решавање, а откако учењето ќе биде комплетирано, повторно може да се премине на користење на алатката.

Ги повикуваме сите заинтересирани да се приклучат во надоградувањето на оваа алатка и со своите забелешки и предлози да добиеме што поквалитетна содржина. Овие свои забелешки и предлози може слободно да ги испратите до некој од авторите, за што однапред ви благодариме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Axler S. *Linear Algebra Done Right (Third Edition)*, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, 2015.
2. Bareiss Erwin H., Sylvester's Identity and multistep integer-preserving Gaussian elimination, *Mathematics of Computation*, **22** (103): 565–578, doi:10.2307/2004533, JSTOR 2004533, 1968.
3. Bareiss Erwin H., *MULTISTEP INTEGER-PRESERVING GAUSSIAN ELIMINATION (PDF)*, 1966.
4. Lipshitz S., *Theory and problems in Linear Algebra*, McGraw Hill Book Company, 1999.
5. Атанасова Е., Георгиевска С. - Математика 1, Скопје, 2004
6. Георгиевска С., Атанасова Е.- Математика , Скопје, 2002
7. Трпеноски Б., Целакоски Н., Чупона Ѓ., Виша математика, *Просветно дело*, Скопје, 1994.
8. Целакоски Н., *Задачи по линеарна алгебра*, Просветно дело, Скопје, 1996.
9. Шапкарев И. - Збирка задачи за вежбање по Математика 1 за студентите на техничките факултети, 1989, Скопје

Споредба на наставната содржина децимални броеви во учебниците по математика за VI одделение

Соња Чаламани¹, Мажанна Северин-Кузмановска², Елена Котевска³

^{1, 3} *Технички Факултет, Битола, Република Северна Македонија*

² *Педагошки Факултет, Битола, Република Северна Македонија*

Апстракт. Во трудот е разгледувана наставната содржина за децимални броеви работена според учебникот Математика 6 за шесто одделение од Карен Морисон, одобрен од Меѓународниот центар за испити на Кембриџ, печатена првпат во 2015 година. Направена е споредба на начинот на кој се изучуваат децималните броеви во овој учебник и изучувањето на истата наставна содржина во учебникот Математика за шесто одделение од авторите Јово Стефановски и Наум Целакоски, деветгодишно основно образование, од 2011 година. По направената анализа на оваа содржина во учебниците, согледани се недостатоците и предностите на двата пристапи. Согласно, дадени се конкретни предлози и сугестии, кои според нас би помогнале за поефикасен пристап во изучувањето на оваа наставна содржина.

Клучни зборови: наставна содржина децимални броеви, учебник

ВОВЕД

Денес кога науката и техниката имаат достигнато високо развојно ниво, што влијае на промени во речиси сите делови од човечкиот живот и работа, а со тоа и на промени во образовниот систем, квалитетното образование, а посебно математичкото, бара воведување на иновации во наставата. Иновациите мора да бидат така смислени за да овозможат ефикасност во наставата. Воведувањето на иновации во наставата по математика треба да претставува реакција на недостатоците на постојната (тековната) настава по математика.

Во нашето општество воведувањето на иновации во наставата „најверојатно беше разбрано да се прави со промена на една наставна програма со друга“, т.е. осумгодишното основно образование беше заменето со деветгодишно основно образование. Потоа, за краток временски период наставната програма во деветгодишното основно образование е заменета со наставната програма по математика преземена од Меѓународниот центар за наставни програми Кембриџ и адаптирана од страна на Бирото за развој на образованието.

Оваа наставна програма би требало да претставува чекор напред во согласност со современите образовни барања: планирање на активности кои се однесуваат на интересите на учениците, наоѓање начини да се задоволат индивидуалните потреби на секој ученик и пред сè нивното математичко описменување. Примената пак на истата, од наставникот по математика бара тој да може да ги оспособи учениците самостојно да ги совладуваат сите тие предизвици и да се прилагодуваат на сите промени подоцна без поголеми тешкотии.

Продолжувањето на образованието на повисоко ниво подразбира дека ученикот треба да совлада посебни знаења од математика. Затоа квалитетното математичко образование треба да ги развие способностите за анализа и синтеза, споредување, заклучување по аналогича, индукција и дедукција, апстракција и конкретизација, генерализација и специјализација. На ова треба да му се додаде и критичкото мислење. Според тоа, во наставниот процес акцентот треба да биде ставен на развивање на определени математички способности, како и математичко и логичко мислење на учениците.

Се поставуваат следниве прашања:

- Дали сите ученици можат да го совладаат наставниот материјал што претставува основа за усвојување на другите науки кај кои математиката е составен дел, т.е. дали за тоа се потребни посебни математички способности? [1];

- Дали наставната програма по математика преземена од Меѓународниот центар за наставни програми Кембриџ е соодветна за природно продолжување на образованието на повисоко ниво?

Авторите делат силно уверување дека секој ученик има способности за следење и усвојување на доволен дел од математичките содржини пропишани со наставната програма. Но сепак, за да се искористат тие способности максимално, треба на секој ученик да му се овозможи разбирање на основните математички поими и идеи преку соодветни методи и самостојно решавање на стандардните задачи. Успешноста на овој процес, во голем дел, зависи од исполнувањето на неколку важни предуслови кои не се поврзани само со ученикот и неговите способности, туку со соодветен ангажман на наставникот и релевантните структури во општеството, а тоа подразбира соодветен избор на математичките содржини во наставната програма за одредена возраст, правилно организирани учебници, работни тетратки и збирки, а последно, но не помалку важно, квалитетно и постапно изведување на наставата како и секојдневна систематска работа со учениците. И повторно се поставува прашањето: Дали учебниците, работни тетратки и збирки по математика преземени од Меѓународниот центар за наставни програми Кембриџ можат да одговорат на барањата за успешноста на овој процес?

Наша цел, како автори на овој труд, е да направиме споредба на начинот на кој се изучуваат децималните броеви во учебниците по математика од наставната програма Кембриџ, т.е. новата наставна програма и учебникот за VI одделение од претходната наставна програма во деветгодишното основно образование. Во овој труд ќе се обидеме да одговориме на прашањето: Дали наставната програма по математика што е во употреба во основното образование, преземена од Меѓународниот центар за наставни програми Кембриџ и адаптирана од страна на Бирото за развој на образованието, со спиралниот модел на планирање во процесот на наставата и учењето што се протежира како една од предностите на оваа наставна програма, може да го задоволи повисокото ниво на квалитет на математичкото образование?

НАСТАВНА СОДРЖИНА: ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ

Користејќи го спиралниот модел на планирање во процесот на наставата и учењето, според новата наставна програма, наставната содржина децимални броеви почнува да се изучува во IV одделение со „дефинирање на децималните броеви“ на следниов начин:



100	10	1	$\frac{1}{10}$
		0	1

Исенченото квадратче на сликата претставува една десеттина или $\frac{1}{10}$. Со помош на децимални броеви ова можеме да го запишеме како 0,1. Неисенчените квадратчиња се $\frac{9}{10}$ или 0,9. Запирката се нарекува децимална запирка што се пишува по цифрата на единиците.

СЛИКА 1. Дефинирање на децимални броеви, стр. 24 [3]

Дали табелата од десната страна ќе биде доволен вовед во поимот за децимален број со едно и две децимални места? Дали според овој вовед ученикот ќе може да споредува два децимални броеви (види слика 2), без предходно да ги претвора во дробки? Дали е тоа целта на оваа наставна содржина? Особено имајќи предвид дека поимот за месна вредност на цифра во децимален дел се воведува дури на 121 страна [3]. Покрај тоа авторите посочуваат дека децималните броеви не се споменати како наставна содржина ниту во работните листови ниту во збирката задачи за четврто одделение. Тоа значи дека учењето на оваа наставна содржина не е воопшто предвидено во наставната програма. Така што, наставникот дури и да почувствува потреба од учење, тој нема предвидени часови за тоа. На крај, како резултат добиваме ситуација да поимот децимален број останува нејасен за поголемиот дел од учениците во четврто одделение. Оваа забелешка ја делат и голем дел од наставниците од одделенска настава со кои дискутиравме на оваа тема. Ако целта е да се поимаат децималните броеви само преку нивно претставување како дробки и на сликовит начин, тогаш целта е постигната. Меѓутоа, ние сметаме дека целта е да се воведат и споредуваат децимален број сам за себе, а врската со дробките само да помогне во тоа.

2 Препиши ги исказите и дополни со еден од знаците $>$, $<$ или $=$ за да добиеш точен исказ.

a) $0,26 \text{ m} \leq 0,52 \text{ m}$

б) $0,13 \text{ m} \underline{\quad} 0,13 \text{ m}$

в) $0,64 \text{ m} \geq 0,46 \text{ m}$

г) $0,07 \text{ m} \underline{\quad} 0,7 \text{ m}$

СЛИКА 2. Задача за споредување децимални броеви, стр. 27 [3]

Во петто одделение, уште во втората недела од месец септември, учениците се среќаваат повторно со децималните броеви кои, заради спиралниот модел на учење, ги изучуваат со намерно смислени прекини во текот на целата учебна година.

Во прво полугодие учениците ги изучуваат операциите собирање и одземање децимални броеви. Во второ полугодие од учениците се очекува да удвојуваат и преполовуваат децимални броеви без претходно да се воведат операциите множење и делење на децимален број со цел број.

Истиот метод можеш да го користиш за да удвоиш или за да преполовиш децимален број, сè додека внимаваш на положбата на децималната запирка.

Удвој го 8,4

Знам дека двојно повеќе од 84 е 168 и двојно повеќе од 8 е 16

Значи, двојно повеќе од 8,4 е 16,8

Преполови го 6,8

Знам дека половина од 68 е 34 и половина од 6 е 3

Значи, половина од 6,8 е 3,4

1 Удвој го секој од следниве броеви.

a) 8,1

б) 9,4

в) 7,8

г) 9,9

д) 9,2

ѓ) 45,3

е) 18,5

ж) 61,5

СЛИКА 3. Пример за удвојување и преполовување децимални броеви, стр. 97 [4]

Во учебникот [4] дадени се само два примери (види слика 3) кај кои цифрите со месна вредност десеттинки се парни броеви и помали од 5. Воопшто не се разгледувани децимални броеви кај кои цифрите со месна вредност десеттинки се непарни броеви или поголеми од 5. Тоа резултира со забуна кај учениците кога ќе треба самостојно да решаваат такви задачи (слика 3, в), г), е) и ж)).

Ние како автори, имаме забелешка и на начинот на кој се изучува множењето на децимални броеви (со цел едноцифрен број). На ученикот му се предочува еден крајно чуден пристап кон оваа операција како што се гледа од слика 4.

Освен тоа, веднаш во следната задача (слика 4) на ученикот му се поставува барање да процени, а потоа да пресмета производ. Тие се збунети кога треба да ги пресметуваат производите под а), г), д), ф) и е).

$31 \cdot 3 = 93$ Колку е $3,1 \cdot 3$?

Прво направи процена:
 $3,1$ се заокружува на 3
 $3 \cdot 3 = 9$
Значи, $3,1 \cdot 3$ мора да биде блиску до 9

Пресметај на следниов начин:
 $3,0 \cdot 3 = 9,0$
 $0,1 \cdot 3 = 0,3$
 $9,0 + 0,3 = 9,3$

Кога пресметуваш на овој начин, не заборавај да ги поставиш децималните запири една под друга.

1 Прво процени го одговорот, а потоа пресметај.
Спореди ја процената со резултатот.

а) $1,8 \cdot 3$	б) $5,1 \cdot 5$	в) $2,3 \cdot 4$	г) $6,9 \cdot 2$
д) $9,9 \cdot 6$	ф) $4,5 \cdot 3$	е) $7,7 \cdot 4$	ж) $2,2 \cdot 8$

СЛИКА 4. Множење на децимални броеви со цел едноцифрен број, задача за множење, стр. 136 [4]

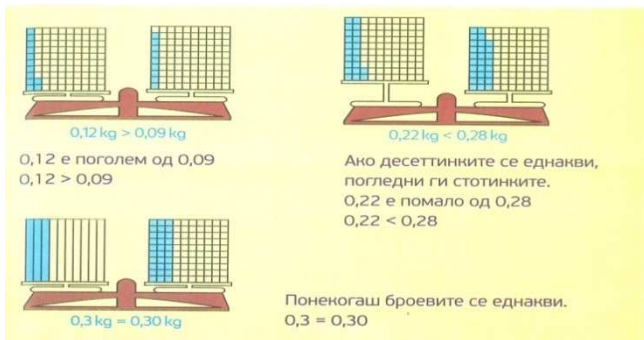
Иако ваквите задачи најверојатно се замислени да делуваат како поттик за истражување од страна на учениците, што оваа програма сака да го промовира, во пракса се покажува дека кај поголем дел од учениците ова не успева. Каде е проблемот? Реално, кај овие учебници, истражувачката компонента при несоодветни претходни знаења на учениците и при некомплетни дефиниции и објаснувања, ја промашува својата цел. Напротив, се чини дека учебникот [4] е толку фокусиран на истражувачката компонента што ученикот неможе да учи сам од него. Користењето на овој учебник дури и од страна на наставникот бара задолжителна употреба на дополнителите ресурси (работни листови, збирка на задачи, прирачник за наставници, наставни планови од Бирото за развој на образованието[7]). Тоа ја зголемува улогата и значењето на наставникот што е во директна спротивност со настојувањето да се промовира самостојноста и истражувачкиот карактер на работата на ученикот.

Сметаме дека унапредувањето на креативното мислење и трајност на наученото се постигнува со текстуални и проблемски задачи [6]. Иако една од предностите на новата наставна програма по математика е истакнување на важноста на текстуалните и проблемските задачи, во учебникот [4] се дадени само 5 текстуални и проблемски задачи на страна 136. Ова, според нас, не соодветствува со поставената цел и не придонесува за продлабочување на знаењата.

Анализа на наставната содржина децимални броеви во учебникот Математика 6 за шесто одделение од Карен Морисон

Надградувајќи го наученото во претходните две години во VI одделение учениците повторно ги споредуваат и подредуваат децималните броеви со месна вредност сега до илјадинки и заокружуваат децимални броеви на најблискиот цел или децимален број.

Во овој учебник децималните броеви до стотинки се споредуваат на начинот којшто е прикажан на слика 5. Тука следува „интересниот дел“ каде се тврди дека **понекогаш** броевите се еднакви и се дава пример со броевите 0,3 и 0,30 (ова може да се должи или на ставот на авторот на учебникот или на несоодветниот превод).



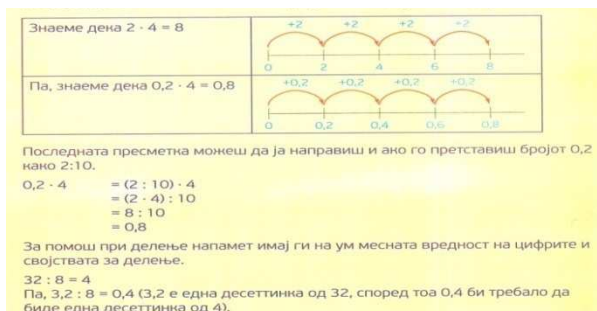
СЛИКА 5. Споредување децимални броеви, стр. 49

при делење со 10 и со 100 цифрите се поместуваат за едно или соодветно за две места на десно (страна 62). Учениците се збунети од „поместување на цифрите од лево кон десно и обратно“.

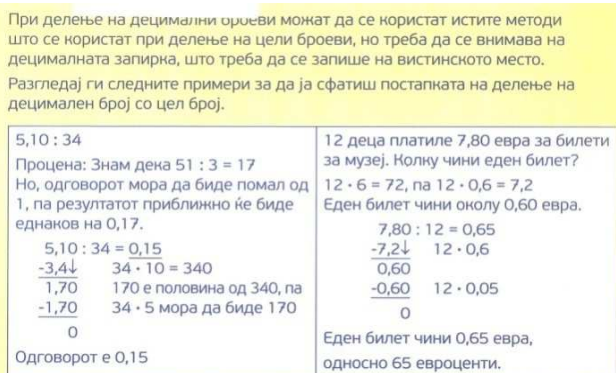
Како пропуст го сметаме тоа што авторот на учебникот продолжува и понатаму да ги воведува математичките поими, кои стануваат се посложени, на начин на кој ги воведува и во пониските одделенија поедноставните поими.

Тука, проблемот е што во 6 одделение учениците се веќе во можност да ги сфатат предходно изучените постапки, и овој начин само ги збунува. Како пример ги наведуваме својствата за множење и делење на децимални броеви (слика 6) и постапката за делење на децимални броеви со двоцифрен број (слика 7). Како автори на трудот имаме огромни забелешки за начинот на објаснување на постапката за делење на децимални броеви со двоцифрен број (слика 7) и тоа во примерите кои треба да бидат водилка за изучување на оваа содржина. Објаснувањето е толку бесмислено, што и ние кои знаеме како да делиме, при читањето на содржините од слика 7, останавме збунети.

Во учебникот што е предмет на анализа, учениците множат и делат децимални броеви со 10 и со 100 на следниов начин: при множење на децимални броеви со 10 и со 100 цифрите се поместуваат за едно или соодветно за две места налево, а



СЛИКА 6. Својства на множењето и делењето децимални броеви, стр. 64 [5]



СЛИКА 7. Делење децимални броеви со двоцифрен број, стр. 163 [5]

Овој учебник, на учениците претходно им ги претставува децималните броеви само до трета децимала, т.е. илјадинки, што не е доволна основа за разбирање на новиот поим периодичен децимален број.

Пред да се воведат писмениот начин на собирање и одземање, за кои ние како автори сметаме дека е најпогоден за оваа возраст на учениците, во овој учебник според нас, ги има следните непотребни содржини за децимални броеви: парови децимални броеви до 1 и формирање десетки, на кои се губи непотребно време и енергија.

Анализа на наставната содржина децимални броеви во учебникот Математика за шесто одделение од авторите Јово Стефановски и Наум Целакоски

Во учебникот Математика за шесто одделение од Јово Стефановски и Наум Целакоски, наставната единица децимални броеви се изучува во второ полугодие како една целина преку содржините кои се подолу наведени.

Поимот за децимална дробка и децимален број е воведен и им е појаснет на учениците како на слика 8. На истиот час додека се предава оваа наставна содржина учениците веќе се подготвуваат да го претстават мешаниот број како децимален број, како што јасно се гледа од слика 9. Од оваа сликовито појаснета задача, учениците можат да согледаат дека децималниот дел не завршува на трета децимала (слика 9).

2 Запиши ги како децимални броеви следните децимални дробки:

$$\frac{3}{10}, \frac{25}{100}, \frac{9}{100}, \frac{3}{1000}, \frac{79}{1000}, \frac{15}{1000}, \frac{3}{1000}$$

Да запомнам! Секоја децимална дробка можам да ја запишам како децимален број.

151

Запишувањето на децималните броеви е прикажано во следната табела, на примерот $12\frac{17}{1000} = 12,017$.

КЛАСА ИЛЈАДИ		КЛАСА ЕДИНИЦИ			ДЕСЕТНИКИ	СТОТИНИКИ	ИЛЈАДИНИКИ	ДЕСЕТ-ИЛЈАДИНИКИ	СТО-ИЛЈАДИНИКИ	МИЛИОННИКИ
СИ	ДИ	ЕМ	С	Д	Е					
				1	2	0	1	7		

цели дел децимална запирка децимален дел

цели десетинки стотинки

3,14 има 3 цели и две децимали.

Делот пред запирката го дели децималниот број на два дела.

Делот пред запирката се вика цели.

Делот по запирката се вика децимален дел.

Местата на цифрите во децималниот дел се викаат децимални места, а цифрите се викаат децимали.

Децималниот број 3,14 има 3 цели и две децимали.

СЛИКА 8. Опис на децимален број, стр. 151, [2]

СЛИКА 9. Запиување на децимален број, стр. 151, [2]

Посебен акцент е ставен на изучувањето на својствата на децималните броеви (слика 10). Значи, не **понекогаш** туку **секогаш** броевите 3,5 и 3,50 се еднакви.

Децималниот број не се менува ако од десната страна му се допишат колку било нули.

Децимален број кој оддесно има нули, не се менува, ако тие се изостават.

2,3

СЛИКА 10. Својства на децималните броеви, стр. 153 и стр. 154, [2]

Учениците се оспособуваат да претставуваат децимални броеви на бројна права и истите да ги споредуваат, притоа не оптоварувајќи се дали децималниот број во децималниот дел има две, три или повеќе децимални места.

Операциите собирање и одземање на децимални броеви дадени се на писмениот начин без никакви збунувачки „методи и иновации“ (слика 11).



СЛИКА 11 Собирање на децимални броеви со потпишување на броевите еден под друг, стр. 161, [2]

Според овој учебник учениците ќе се оспособат да множат и делат децимални броеви со цели и со децимални броеви. Тоа можат да го направат самостојно, едноставно следејќи ги чекор по чекор дефинициите и примерите, и решавајќи ги задачите.

При множење и делење на децимални броеви со 10 и со 100 не се „поместуваат“ цифрите налево и надесно“, туку само децималната запирка се поместува на десно или на лево соодветно (слика 12).

Претворање на дробка во децимален број и заокружување на децимални броеви се последните две содржини за децимални броеви кои ги изучуваат учениците во VI според овој учебник.

Нашето мислење е дека ваквиот пристап кон оваа наставна содржина има еден континуитет во изучувањето на децималните броеви и дозволува постапно усвојување на поимите и операциите со децимални броеви. Друга позитивна страна на учебникот е тоа што содржи прецизни дефиниции за секој нов поим, јасно искажани својства, корисни упатства и совети што учениците треба да ги запаметат. Авторите тоа го постигнуваат со илустрација и обележување на дефиниции и правила за изведување на соодветни операции во жолти рамки (слика13).

При множење на децимален број со 10, 100, 1000... неговата децимална запирка се поместува соодветно за едно, две, три, ... места надесно, односно за онолку места надесно колку што има нули декадната единица.

СЛИКА 12. Множење на децимални броеви со 10, 100, 100... , стр. 166, [2]



Да зайомнам: Децимален број се множи со 10 така што децималната запирка на тој број се поместува надесно за едно место.

Децимален број се множи со природен број така како што се множат природни броеви. Бројот на децималите во производот е еднаков со бројот на децималите во децималниот број.

Два децимални броја се множат така како што се множат природни броеви, а во производот се одделуваат онолку децимални места колку што имаат децимали двата множител заедно.

СЛИКА 13. Правила за операции со децимални броеви претставени со илустрација и жолта рамка, стр. 166 и стр. 167 [2]

ЗАКЛУЧОК И КОНКРЕТНИ ПРЕПОРАКИ

Иако за анализа ја избравме само наставната содржина децимални броеви, тоа што го согледавме правејќи ја истата го отсликува и општиот впечаток кој кај нас го оставија овие учебници. Сакаме да забележиме дека посебен напор беше потребен да се најдат учебниците за V и VI одделение од деветгодишното образование пред Кембриџ програмата. Учебниците не можат да се најдат ниту во Универзитетската, ниту во училишните библиотеки. Човек, безмалку, да помисли дека тие учебници пропагирале некаква ерес, иако од нашата анализа, а според нашите искуства и согледувања, можеме да го потврдиме сосема спротивното. Во секој случај, сметаме дека сите учебници кои биле некогаш одобрени од Министерството за образование и Бирото за развој на образованието и за чие составување се потрудиле наши еминентни професори и стручни лица од областа, треба да бидат достапни не само во печатена, туку во денешно време и во електронска форма.

Во голем број на трудови посветени на математичко образование се глорифицира употребата на математиката во современиот свет на развиени технологии и нужноста од поголеми знаења кои треба учениците да ги стекнат што поскоро и на што помала возраст. Но, од приложеново во трудот, како краен заклучок се наметна следново:

Ученик на возраст од 12 години, кој само што завршил VI одделение, не знае да множи и дели децимален со децимален број, не ги разбира потполно месните вредности и е збунет дали се поместува запирката на лево или на десно и мисли дека 0,3 само понекогаш е еднакво на 0,30.

За споредба, ученик кој завршил VI одделение пред 5 години, знае да множи и дели децимален со децимален број, ги разбира потполно месните вредности, не е збунет дали се поместува запирката на лево или на десно и знае дека 0,3 секогаш е еднакво на 0,30.

Ова значи дека со воведувањето на овие измени ние не сме ја постигнале целта за унапредување на математичкото образование, туку напротив, сме го постигнале сосема спротивното. Сметаме дека овие измени, меѓу другото, се случуваат и заради сè поголемото инсистирање и нагласување на значењето на примената на математичките науки и напуштање на теоретските знаења во денешното модерно време. Се чини како да ја оживуваме мислата на познатиот руски математичар Владимир И. Арнољд: „Римјаните се обидоа од грчката математика да го остават само нејзиниот прагматичен, применлив дел и како резултат на тоа го добивме мрачниот среден век“. Да не дозволиме учебниците по програмата Кембриџ да станат догма, а старите учебници да ги прогласиме за ерес. Да не дозволиме да ни се случи „нов“ среден век.

На крај, сакаме да го изразиме нашето силно уверување и конкретно да препорачаме учебниците од Кембриџ комплетно да се повлечат од наставата по математика. Сè додека не се усвои нова наставна програма (ако веќе се стремиме кон нова и подобра верзија) во употреба да се стават учебниците за деветгодишно основно образование кои се користеа пред воведувањето на Кембриџ програмата.

Ако нашиот предлог се чини престрог или радикален, тогаш силно препорачуваме да им се овозможи пристап кон сите стари учебници по математика, на наставниците, учениците и родителите во печатена или електронска форма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kurnik Z., Matematičke sposobnosti, *Matematika i škola, br.10.*, Zagreb, (2001), str. 196
2. Стефановски Ј., Целаќоски Н., Математика за шесто одделение (деветгодишно основно образование), МОН, Скопје, 2011.
3. Математика за четврто одделение, Арс Ламина – публикации, Скопје 2016.
4. Математика за петто одделение, Арс Ламина – публикации, Скопје 2016.
5. Математика за шесто одделение, Арс Ламина – публикации, Скопје 2015.
6. Seweryn-Kuzmanovska M., Chalamani S., Textual and Problem Tasks in the Modern Teaching of Mathematics, *International Conference „Education and Research Across Time and Space” 1100th Death Anniversary of St. Clement of Ohrid*; October 6–7, Bitola, ISBN: 978-9989-100-50-5, (2016), pp. 678-682
7. Наставни програми за основно образование, Биро за развој на образованието,
<http://bro.gov.mk/?q=osnovno-obrazovanie>

Примена на техниката на интервјуирање во откривање на погрешните претстави во врска со темата киселини и бази

Кети Иваноска^{1,2}, Марина Стојановска¹

¹Институт за хемија, Природно-математички факултет,
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје
²ООУ „Гоце Делчев“, Прилеп

Апстракт. Во периодот од март до јуни 2019 година направено беше истражување на застапеноста на некои погрешни претстави (мисконцепции) кај ученици од основното образование во врска со наставните содржини поврзани со киселини и бази. Целта на истражувањето беше лоцирање на евентуално присутните погрешни претстави кај учениците, како и осмислување на соодветни интервенции кои би помогнале во нивното отстранување. Примерокот се состоеше од 470 ученици од осмо и деветто одделение од седум основни училишта од Прилеп, Кичево, Кривопаши и Скопје. Учениците беа поделени во две групи: контролна и експериментална. Во контролната група наставните содржини беа обработени според активностите предложени во наставната програма, додека во експерименталната група беше имплементирана посебно приготвена инструкција којашто вклучуваше активна настава, експериментирање и дискусија. Беше применето пре- и пост-тестирање, а потоа следувааше анализа на тестовите за да се добијат сознанија за присуството и застапеноста на мисконцепции кај учениците. Покрај квантитативни методи, во истражувањето беа користени и квалитативни методи, односно техники за интервјуирање, кои се покажаа многу корисни во добивањето продлабочени сознанија за знаењата на учениците. Кај учениците беа воочени поголем број мисконцепции, а нивниот број и застапеноста беа намалени по применетата интервенција што говори за ефикасноста и применливоста на самата интервенција во наставата по хемија.

Клучни зборови: интервју, киселини и бази, мисконцепции, настава по хемија, основно образование, пре-тест/пост-тест дизајн.

ВОВЕД

Погрешни претстави во наставата по хемија

Во литературата може да се сретнат повеќе називи што се однесуваат на погрешните претстави. Така, се користат термините *мисконцепции* или *претконцепти*, но, според некои автори [1] терминот *алтернативни концепти* е најсоодветен. Како и да се нарекуваат погрешните претстави, постојат повеќе причини за нивно лоцирање и проучување. Мисконцепциите може да ги спречат учениците правилно да го разберат концептот, што го отежнува понатамошното учење. За да се надмине ова, најпрвин треба да се лоцира мисконцепцијата. Меѓутоа, тешко е да се направи разлика меѓу учениците кои имаат мисконцепција, оние кои само го погодиле точниот одговор бидејќи не го разбираат концептот (недостаток на знаење) и оние кои навистина добро го разбираат концептот [2]. Идентификацијата на клучните мисконцепции може да помогне и во креирањето на наставните планови и програми.

Погрешните претстави во хемијата може да потекнуваат од претходното знаење, од примената на секојдневна или, пак, на специфична научна терминологија, од тврдењата презентирани во учебниците и учебните помагала [3] кои може да генерираат нови мисконцепции [4], од примената на несоодветни методи и техники на поучување, од несоодветната примена на трите нивоа на размислување во хемијата [5, 6] итн. Ваквите погрешни претстави може да се намалат доколку наставниците постојано се усовршуваат, применуваат нови пристапи, како и ако користат убедливи лабораториски експерименти.

Во истражувањето на мисконцепциите, некои автори се повикуваат и на возраста на учениците [7], а нивите резултати покажуваат дека позитивна корелација постои единствено помеѓу возраста на учениците и правилно стекнатиот концепт. Со други зборови, колку е повозрасен ученикот, толку е подобро сфатен концептот. Според друго истражување, пак, постои т.н. „self-efficacy effect“ [8]. Резултатите од истражувањата покажале дека поголема самодоверба во знаењето дава помала веројатност за појава на мисконцепции.

Истражувачки методи во образованието

Во истражувањата од областа на образованието застапени се и **квантитативни** и **квалитативни** методи. Понекогаш се тврди дека квантитативните истражувања се објективни, затоа што кај нив податоците се собираат по пат на стандардизирани методи и тие може да бидат повторени и анализирани користејќи софистицирани статистички техники [9]. Квалитативните методи, пак, се сметаат за субјективни. Во квантитативните истражувања најчесто се користат анкети и тестови, а кај квалитативните методи се применуваат набљудувања, интервјуа и преглед на документи [9]. Во многу случаи во истражувањата од областа на образованието се применува комбинација од овие два вида методи. Ова е познато како **триангулација** [10] и води кон намалување на слабостите на секоја од методите, а тоа доведува до зголемување на валидноста и веродостојноста на резултатите.

МЕТОДОЛОГИЈА НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Планирање на истражувањето

Целта на ова истражување е добивање увид во знаењата и лоцирање на евентуално присутните погрешни претстави што учениците ги имаат во врска со киселините и базите, како и со други хемиски поими и концепти поврзани со темата „Киселини и бази“ (физички и хемиски промени, индикатори, градба на супстанците, нивна растворливост итн.). Истражувањето започна со анализа на полугодишните оценки по хемија за да се добие увид во постигнувањата на учениците, што е важно за понатамошната анализа. Потоа, заедно со предметниот наставник, беа договорени следните фази:

- 1) пополнување на пре-тест;
- 2) анализа на податоците од пре-тестот;
- 3) забележување на мисконцепциите;
- 4) имплементација на интервенцијата;
- 5) пополнување на пост-тест;
- 6) анализа на податоците од пост-тестот;
- 7) реализација на индивидуални интервјуа и
- 8) подготвување на транскриптите и анализирање на интервјуата.

Инструменти

За собирање на податоците користени беа два вида инструменти: тестови и индивидуални интервјуа со ученици. Тестирањето беше спроведено пред и после обработката на наставните содржини. Тестот се состоеше од 10 прашања од повеќечлен избор, со четири понудени одговори од кои само еден е точен. Единаесеттото прашање беше прашање со краток одговор и учениците требаше да запишат равенка на хемиска реакција (неутрализација). Некои од мисконцепциите познати во литературата [1, 11] беа вметнати како дистрактори. Секој точен одговор носеше по еден поен. Прашањата на тестот се соодветни за учениците и од осмо и од деветто одделение и беа проверени од истакнати едукатори од областа на хемијата и образованието по хемија.

Освен тоа, беа направени индивидуални интервјуа. Во нив, од особено значење се размислувањата на учениците, наведувањето примери, посочувањето причини за определени однесувања итн. Прашањата беа од отворен карактер, а тоа значи дека тие нудат можност за развивање на продлабочена дискусија и разјаснување на комплексни и нејасни теми. Интервјуата беа снимани со помош на диктафон, а снимките од интервјуата се доверливи и идентитетот на учениците не се открива, туку во транскриптите тие се означувани со кодови.

Учесници во истражувањето (примерок)

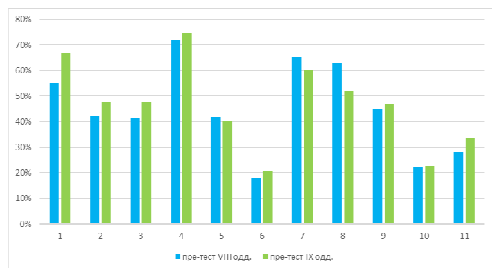
Истражувањето беше спроведено во седум основни училишта во Република Македонија: „Гоце Делчев“, „Блаже Конески“, „Кочо Рацин“ и „Добре Јованоски“ од Прилеп, „Димитар Миладинов“ од Скопје, „Санде Штерјоски“ од Кичево и „Манчу Матак“ од Кривопаштани, во период од март до јуни 2019 година. Вкупниот број ученици е 470, што е сосем доволно за понатамошна анализа [12].

Учениците беа поделени во две групи: *контролна*, кај која часот беше осмислен од страна на предметниот наставник според насоките во наставната програма и *експериментална* и кај неа беше применета нова наставна метода. Во IX одделение обработена беше наставната содржина *Добивање соли од хидроксиди*, а во VIII одделение *Употреба на бази и киселини*. За време на часот се дискутираше околу дефинирањето на базите и киселините, продуктите на реакцијата на неутрализација, граббените единки, рН вредноста на растворите и примената на индикаторите. Експерименталните активности вклучуваа разредување на концентрирана сулфурна киселина и одредување на рН вредноста на добиените раствори, растворање гранули од натриум хидроксид, проценка и проверка на рН вредноста на растворот, изведување реакција на неутрализација на раствори од натриум хидроксид и хлороводородна киселина во присуство на индикатор метил портокалово, растворање различни соли (натриум хлорид, калиум карбонат, амониум хлорид и натриум хидрогенкарбонат) во вода, предвидување и одредување на рН вредноста на растворите. Користени беа молекулски модели за полесно дефинирање на граббените честички на киселините и базите.

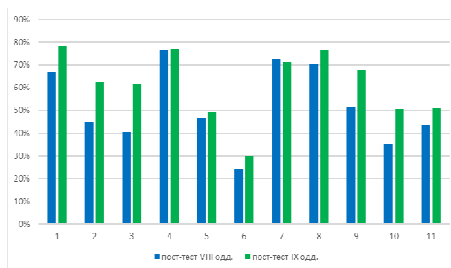
РЕЗУЛТАТИ

Почетната анализа на резултатите добиени по бодувањето на тестовите укажуваат на тоа дека, генерално, учениците од IX одделение покажаа подобри резултати на тестовите, споредено со резултатите постигнати од учениците од VIII одделение, така што поголемата возраст кај учениците како и „self-efficacy effect“-от доведуваат до поголемо концептуално разбирање, како и појава на помалку мисконцепции. На сликите

1 и 2 се прикажани дел од резултатите, а поопсежни сознанија очекуваме да добиеме по деталната анализа на тестовите од контролната и експерименталната група.



СЛИКА 1.. Одговореност на прашањата на пре-тестот



СЛИКА 2. Одговореност на прашањата на поп-тестот

Како илустрација за анализата на квалитативните податоци земени се три прашања со коишто се проверува присуството на мисконцепции во врска со дефинирањето на реакцијата на неутрализација, како и киселоста на растворот во текот и на крајот од реакцијата.

б. Прочитај ги внимателно следниве тврдења:

- I. При целосна неутрализација на било која киселина и било која база, средината е секогаш неутрална.
- II. При целосна неутрализација на некоја киселина и некоја база, средината може да биде неутрална, базна или кисела.
- III. Ако измешаеме еднакви волумени од раствор од било која киселина и раствор од било која база, средината ќе биде неутрална.
- IV. Ако раствориме било која сол во вода, средината ќе биде неутрална.

Кои од овие тврдења се точни?

- а) само I
- б) само II
- в) I и III
- г) I, III и IV

9. Раствор од киселина се неутрализира со раствор од база применувајќи постапка титрација, така што најпрвин во ерленмаер се става киселината и соодветниот индикатор. Потоа, капка по капка, од биретата се додава растворот од базата. Што се случува со pH на средината откако ќе почне да се додава растворот од базата?

- а) pH се зголемува.
- б) pH се намалува.
- в) pH не се менува.
- г) Дали pH ќе се зголемува или намалува зависи од тоа за која киселина и која база станува збор.

10. Киселоста на водни раствори приготвени од следниве соли: NaCl, NH₄Cl, K₂CO₃ и NaHCO₃ ќе биде:

- а) слабо базна.
- б) слабо кисела.
- в) неутрална.
- г) зависи од видот на солта.

Во наставната програма за осмо одделение [13] за реакција на неутрализација е даден следниот пример: *хлороводородна киселина + натриум хидроксид* → *натриум хлорид + вода*, а под називот на солта има појаснување за киселоста на средината – неутрална. При реакција на неутрализација меѓу киселина и база, киселоста на средината по завршување на реакцијата може да биде различна (кисела, базна или неутрална), но за тоа не постои објаснување. Додека, пак, во наставната програма за деветто одделение [14], за наставната содржина *Добивање соли од хидроксиди*, пишува: „Заклучете дека кога хидроксид реагира со киселина, се образуваат сол и вода. Може да се користи рН индикатор за да се утврди кога реактантите се неутрализираани“. Ова можеби е точно за посочениот пример, но не е точно воопшто. Во учебникот за деветто одделение [15], во делот дополнителни информации пишува: Раствор од сол што се добива при реакција на киселина и база не мора секогаш да биде неутрален! Само кога во реакција стапуваат силна киселина и силна база, се добива неутрален раствор. И во овој случај, за растворот да биде неутрален, киселината и базата мора целосно да изреагираат (или, како што понекогаш се вели, да се неутрализираат).

Во продолжение се дадени извадоци од транскриптите на интервјуата (И – истражувач, У – ученик).

Ученик од експерименталната група, VIII одделение, оценка 3.

И: На прашање 9, што се случува со рН на средината откако ќе почне да се додава растворот од базата кон растворот од киселината во една реакција на неутрализација, на пре-тестот си одговорил рН ќе се зголемува, а на пост-тестот, дека зависи од тоа за која киселина и која база станува збор. Што мислиш, каде точно си одговорил?

У: рН ќе се зголемува.

И: До кога ќе се зголемува рН.

У: Па додека не стане седум, неутрална, тогаш изреагирале, а ако продолжиме со додавање на базата може и до четиринаесет.

И: Што ако базата има рН 12?

У: Тогаш ќе се зголеми до 12.

И: И на прашање 10 имаш дадено различни одговори. Каква ќе биде киселоста на раствори приготвени од различни соли, на пре-тестот одговорот е неутрална, на пост-тестот – зависи од видот на солта.

У: Па зависи од видот на солта, на пример кај натриум хлорид е неутрална оти рН е 7.

И: Зошто кај оваа сол рН е 7?

У: ... (долго размислува, не одговара, па го прашувам за наредната сол)

И: Каква ќе биде киселоста кај амониум хлорид?

У: Неутрална ... не кисела, кисела ќе биде.

И: Зошто кисела?

У: Па, затоа што настанала од јака киселина и слаба база.

И: Наредната сол, калиум карбонат?

У: Базна, настанала од јака база и слаба киселина.

И: Што значи тоа киселината или базата да биде јака или слаба?

У: Ако киселината и базата се поблиску до 7 тие ќе бидат слаби.

И: Постои ли некоја друга причина?

У: Не, не знам.

И: Ако некоја киселина со рН 1 ја разредиме со вода до рН 6, ќе стане ли таа послаба киселина?

У: Не, не знам.

Ученик од експерименталната група, IX одделение, оценка 3.

И: Ако имаме киселина и кон неа додаваме база, што ќе се случува со рН на растворот?

У: Па зависи ... ако е ... киселината појака, а базата послаба, тогаш ќе остане киселина, ако е јака базата, ќе се неутрализира, а ако е јака базата и јака киселината, растворот ќе биде базен.

И: (ученикот додека одговара, пред себе го има тестот, воочливо е дека додека одговара како да се сеќава на експерименталниот дел и дискусијата за време на часот, може и да ги предвиди прашањата кои сакам да му ги поставам). Ако целосно се неутрализира некоја база со некоја киселина, на крајот од реакцијата рН вредноста може да биде ... (не ме остава да завршам)

У: Неутрален, сол плус вода.

И: Дали може да биде кисел или базен?

У: Не, сол плус вода ќе се добие, неутрализација.

И: Пред малку зборувавте за јачина на киселините и базите, за различна рН вредност во зависност на јачината на киселината и базата. Сега велиш дека ќе биде неутрална средина. Дали секогаш на крајот од реакција на неутрализација помеѓу база и киселина, средината е неутрална?

У: Да, седум.

И: Секогаш е седум?

У: Не, бидејќи зависи од тоа колку јака база и колку јака киселина реагираат во растворот.

И: Ајде сега еден конечен одговор. Дали секогаш на крајот од реакција на неутрализација помеѓу база и киселина, средината е неутрална?

У: Не.

И: Од што ќе зависи каква ќе биде киселоста на крајот од реакцијата?

У: Од тоа кава база и каква киселина се користат.

И: Каква рН ќе имаат различни соли?

У: Различна рН.

И: На прашањето каква ќе биде киселоста на водни раствори кај овие четири соли NaCl , NH_4Cl , K_2CO_3 и NaHCO_3 на пре-тестот имаш одговорено неутрална, а на пост-тестот зависи од видот на солта. Објасни ми сега, каква ќе биде киселоста на растворите на овие соли поединечно.

У: Ова е K_2CO_3 и ќе има рН 10, базно.

И: Од каде знаеш дека рН ќе биде 10?

У: Па, од ливчето, од експериментите што ги работевме. Универзалниот индикатор е син во овој раствор и зависи од што е добиена солта.

И: Од што е добиена оваа сол?

У: Пааа, калиум хидроксид и јаглородна киселина.

И: Појака е базата или киселината?

У: рН е 10, значи базата е појака.

Ученик од контролната група, IX одделение, оценка 4.

И: Во вториот пример, амониум хлорид е добиен во реакција на неутрализација во која реагираат база и киселина – амониум хидроксид и хлороводородна киселина. Каква ќе биде во овој случај киселоста на растворот?

У: Па, исто неутрална.

И: А кај наредниот пример, калиум карбонат?

У: Мислам дека кај сите ќе биде исто неутрална.

И: Можеш ли да ми кажеш зошто кај сите соли киселоста на растворот ќе биде неутрална?

У: Затоа кај сите реагираат киселина и база.

Ученик од контролната група, VIII одделение, оценка 4.

И: На прашањето број 10 се бара одговор каква ќе биде киселоста на раствори приготвени од четири различни соли. Што мислиш, кој е точниот одговор?

У: Е, па ќе зависи, овде како што сум го дала одговорот.

И: Како ќе ми го објасниш тоа – зависи од видот на солта?

У: Кај NaCl ќе биде неутрална, зошто солта се раствора.

И: А кај втората сол, амониум хлорид, каква средина ќе се образува?

У: Мислам дека ќе биде базна.

И: Зошто ќе биде базна?

У: Бидејќи е појака солта.

И: Амониум хлорид е појака сол од натриум хлорид и затоа средината е базна?

У: Ааа, не ... тие се киселини. Ова е киселина (покажува на NaCl).

И: Не се киселини. Сите четири соединенија се соли.

У: А, да, соли се.

И: Кај третата сол, калиум карбонат, каква ќе биде киселоста?

У: Неутрална.

И: Зошто ќе биде неутрална средината?

У: Бидејќи се сите соли, не знам како да објаснам.

И: Бидејќи сите се соли, средината ќе биде неутрална?

У: Да. Да.

И: Па зошто како одговор го заокружуваш зависи од водот на солта? Ако зависи од видот на солта, значи дека некоја сол образува неутрална средина кога ќе се раствори во вода, некоја кисела, а некоја базна и ти треба да објаснеш зошто е тоа така.

У: Солите секогаш ќе бидат неутрални.

ЗАКЛУЧОК

Целта на истражувањето беше добивање увид во знаењата и лоцирање на евентуално присутните погрешни претстави што учениците ги имаат во врска со киселини, бази и индикатори, но и за останатите поими коишто се во тесна врска со нив (градбени единици, растворливост...). Кај експерименталните групи, за разлика од контролните, беше применет поинаков пристап на поучување којшто вклучува експериментална работа, нови наставни методи и дел за дискусија кој ќе овозможи активирање на повисоките мисловни процеси. Сето ова е поврзано со наставната содржина, а има цел да го подобри разбирањето на учениците за концептите во врска со базите и киселините и отстранување на мисконцепциите.

Зголемувањето на валидноста и веродостојноста на добиените резултати се вршеше со примена на триангулација, односно со комбинирање на квалитативните и квантитативните методи, при што беа реализирани повеќе интервјуа со ученици. Од добиените резултати лоцирани се присутните погрешни претстави кај учениците во врска со оваа тема. Меѓутоа, значењето на ова истражување е во изнаоѓањето начини за корекција и конечна елиминација на овие погрешни претстави. Веруваме дека добиените резултати на ова истражување ќе им помогнат на другите наставници во нивната наставна практика.

ЛИТЕРАТУРА

1. Horton, C. (with other members of the Modeling Instruction in High School Chemistry Action Research Teams at Arizona State University), (2007), *Student Alternative Conceptions in Chemistry*. <http://modeling.asu.edu/modeling/Chem-AltConceptions3-09.doc> (28.8.2019).
2. Sadhu, S., Tima, T., M., Cahyani, P., V., Laka, F., A. and Fahriyah, R., A., Analysis of acid-base misconceptions using modified certainty of response index (CRI) and diagnostic interview for different student levels cognitive, *International Journal of Science and Applied Science: Conference Series*, **1** (2), (2017), pp. 91-100.
3. Nelson, P. G., Basic chemical concepts, *Chemistry Education: Research and Practice*, **4**, (2003), pp. 19–24.
4. Barke, H. D., Hazari, A., Yitbarek, S., Students' misconceptions and how to overcome them. In *Misconceptions in chemistry. Addressing perceptions in chemical education*, Berlin: Springer-Verlag, 2009, pp. 21-36.
5. Stojanovska, M. I., Šoptrajanov, B. T. and Petruševski, V. M., Addressing misconceptions about the particulate nature of matter among secondary-school and high-school students in the Republic of Macedonia, *Creative Education*, **3**, (2012), pp. 619–631.
6. Stojanovska, M. I., Petruševski, V. M. and Šoptrajanov, B., Study of the three levels of thinking and representation, *Contributions, Section of Mathematical and Biotechnical Sciences, MASA*, **35** (1), (2014), pp. 37-46.
7. Swidan, A., Hermans, F. and Smit, M., Programming Misconceptions for School Students. *International Computing Education Research Conference: ICER '18 Espoo*, 2008, DOI:10.1145/3230977.3230995, pp. 151-159.
8. Ardiansah, A., Masykuri, M. and Rahardjo, S. B., Student certainty answering misconception question: Study of three-tier multiple-choice diagnostic test in acid-base and solubility equilibrium, *Journal of Physics: Conference Series*, **1006**, (2018), pp. 1-9, doi:10.1088/1742-6596/1006/1/012018.
9. The Learning Domain, (2002), Introduction to qualitative research methods, In *Qualitative research methods in education*. <http://peoplelearn.homestead.com/PhD/QualCORE1.html> (28.8.2019)
10. Hussein, A., The use of triangulation in social sciences research: Can qualitative and quantitative methods be combined?, *Journal of Comparative Social Work*, **1**, (2009), pp. 1–12.
11. Kind, V., *Beyond appearances: Students' misconceptions about basic chemical ideas* (2nd edition), Durham: Durham University, 2004, pp. 45-50.
12. Hoque, K. E., Alam, G. M., Ariff, M. R. B. M., Mishra, P. K. and Rabby, T. G., Site-based management: Impact of leader's roles on institutional improvement, *African Journal of Business Management*, **5** (9), (2011), pp. 3623–3629.
13. Биро за развој на образованието. <http://bro.gov.mk/docs/nastavni-programi/Cambridge/VII-IX/Nastavna%20programa-Hemija-VIII%20odd%20devetgodisno.pdf> (28.8.2019)
14. Биро за развој на образованието. https://www.bro.gov.mk/wp-content/uploads/2018/02/Nastavna_programa-Hemija-IX_odd-mkd.pdf (28.8.2019)
15. Хемија за деветто одделение, Арс Ламина – публикации, Скопје, 2016.

Наставата и наставникот по хемија во основното образование

Марина Стојановска¹, Иванка Мијиќ²

¹ *Институт за хемија, Природно-математички факултет,
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје, Македонија*

² *Биро за развој на образованието, Министерство за образование и наука,
Скопје, Македонија*

Апстракт. Во овој труд е даден осврт на наставата по хемија и природни науки во основното образование во текот на изминатите неколку децении. Направен е преглед на наставните планови и наставните програми, како и споредба меѓу поранешните и тековните наставни програми. За успешна реализација на наставата по хемија потребни се соодветни услови за работа. Имено, неопходно е наставата да се реализира во специјализирани кабинети или лаборатории опремени со лабораториски прибор и нагледни средства за работа. Без обезбедување минимум потребни средства за работа не е можна квалитетна настава по хемија. Наставниците и наставничката професија (треба да) имаат клучна улога во општеството – тие се најбитните фактори за квалитетно образование на учениците. Посебно внимание треба да се посвети на едукацијата и изборот на идните наставници, како и на нивниот понатамошен професионален развој. Особено е значајно да се подобри статусот на наставниците, воопшто и да се направи стратегија за зголемување на квалитетот на наставниот кадар, а таквите политики да започнат од иницијалното образование. Без сериозни вложувања во образованието и без квалитетни наставници е тешко да се постигне напредок.

Клучни зборови: настава по хемија, наставен кадар, наставни планови, наставни програми, образовни реформи.

ВОВЕД

Образовниот систем во Македонија е структуриран во неколку нивоа: предучилишно, основно, средно и факултетско образование. Во 2007 година е воведен концептот за деветгодишно основно образование [1], земајќи ги предвид искуствата на Словенија во развојот на основното образование. Направена е поделба во три образовни периоди [2]: прв период (од прво до трето одделение), втор период (од четврто до шесто одделение) и трет период (од седмо до деветто одделение). Принципите на поучување и учење, како и напредокот на знаењата, вештините и способностите на учениците во секој период соодветствуваат со развојните фази на когнитивен и социо-емоционален развој на децата опишани во теориите на познатите светски педагози. Оценувањето на учениците во првиот период е описно, во вториот претставува комбинација на описно и бројно оценување, а во третиот период оценувањето е исклучиво бројно (со оценки: 1, недоволен; 2, доволен; 3, добар; 4, многу добар и 5, одличен). Обврските на учениците постепено се зголемуваат одејќи од прво до деветто одделение. Постојат задолжителни и изборни предмети. Задолжителните предмети се од областите на мајчин јазик и литература, општествени науки, математика, природни науки, техничко образование, информатичка технологија, уметности, спорт.

Во изминативе години направен е обид за подобрување на овој концепт за основното образование преку воведување нови наставни предмети и наставни програми. Една од најзначајните реформи е, секако, воведувањето на нови наставни програми по математика, природни науки, биологија, хемија и физика, изготвени од страна на Меѓународниот центар за испити од Кембриџ, Велика Британија. Реформата започна во учебната 2014/15 година со воведување на наставните програми по математика и природни науки од прво до трето одделение, продолжи во 2015/16 година од четврто до шесто одделение, а во учебната 2016/17 година истовремено се опфатија преостанатите три одделенија (од седмо до деветто) кога, освен по математика, беа воведени и наставните програми по биологија, хемија и физика [3]. Наставните програми по природни науки, биологија, хемија и физика протежираат учење преку истражување кое има за цел развивање вештини кај учениците за решавање проблеми, доаѓање до нови сознанија, како и развивање научен поглед на светот. На ваков начин, се форсира примената на експериментот во наставата. Важно е да се напомене и тоа дека пристапот, содржините, когнитивниот аспект и истражувачките активности во овие наставни програми се споредливи со меѓународните стандарди на учење, како на пример оние од ТИМСС.

Сепак, реализацијата на овие наставни програми во наставниот процес не е на ниво на очекувањата поради неопременоста на училиштата со соодветен прибор, апарати, хемикалии и други нагледни средства, како и поради непотполно компетентниот наставен кадар за реализација на настава по природни науки. Едни од причините се и пребрзото воведување на овие наставни програми без претходна сепопфатна анализа, неинволвираноста на сите релевантни чинители на образованиот процес (вклучително и соодветниот наставен кадар од основните училишта и универзитетските наставници вклучени во едукација на идните наставници), како и преземањето подготвителни чекори од аспект на обезбедување адекватни услови и средства за работа во училиштата неопходни за успешна реализација на овие наставни програми.

ПРЕГЛЕД НА НАСТАВНИТЕ ПЛАНОВИ И ПРОГРАМИ ПО ПРИРОДНИ НАУКИ ВО ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ СО ПОСЕБЕН ОСВРТ НА ХЕМИЈАТА

Во основното образование наставниот процес се одвива според утврдени наставен план и наставни програми. Врз основа на достапните информации [3, 4] направена е споредба на наставните планови од 1994 до 2019 година, а кои се однесуваат на предмети поврзани со природните науки [5]. Ова е претставено во Табела 1. Тематскиот преглед и споредбата на предвидените теми според наставните програми за природни науки се дадени во Табела 2. Посебно внимание е посветено на изучуваните теми по предметот Хемија според наставните програми пред и по 2016 година (Табела 3).

Со Кембриџ реформата, предметот Природни науки од прво до трето одделение се диференцира како посебен наставен предмет, а, според наставните програми, обемот на содржини од областа на природните науки е поголем во однос на оној кој постоеше во старите наставни програми. Со тоа посуштински се навлегува во доменот на природните науки и се фаворизира учење преку континуирано истражување. На овој начин, на учениците им се даде можност да усвојуваат пошироки, попродлабочени и позначајни знаења од областа на природните науки, како и да развиваат способности и практични вештини за истражување и доаѓање до научната вистина (Табела 2).

Воведувањето на наставните програми по биологија, хемија и физика изготвени од Меѓународниот центар за испити од Кембриџ во учебната 2016/17 година предизвика

бројни реакции кај стручната јавност и родителите. Овие реакции се однесуваа, главно, на неинволвираноста на соодветниот наставниот кадар од училиштата во процесот на реформите. Имено, искуството на наставниците од основните училишта, кои се воедно непосредни реализатори на наставните програми, е од огромно значење при планирањето и спроведувањето на реформите. Исто така, и универзитетските наставници кои едуцираат наставен кадар по овие предмети не беа вклучени на ниеден начин во подготовката и реализацијата на реформите. Она што би требало да биде добра практика е континуирана тимска работа меѓу сите релевантни чинители на образовниот процес. На ваков начин универзитетските наставници би ги имплементирале образовните промени во своите наставни програми во иницијалното образование на идните наставници кои, пак, би биле поподготвени за реализирање настава по нивното дипломирање.

ТАБЕЛА 1. Преглед на дел од наставните планови за предмети поврзани со природните науки во основното образование

Предмет	Неделен фонд на часови								
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Запознавање на природата и општеството	2*	2*	3*						
Запознавање на природата				2*					
Запознавање на општеството				2*					
Запознавање на околината	2**	3**	3**						
Природа				2**					
Природни науки					2**				
Природни науки и техника						3**			
Природни науки (Кембриџ)	2***	2***	2***	2***	2***	2***			
Биологија					1*	2*	2*	2*	
Биологија (Кембриџ)							2**	2**	2**
Хемија							2***	2***	2***
Хемија (Кембриџ)							2*	2*	
Физика							2**	2**	2**
Физика (Кембриџ)								2***	2***

* Осумгодишно основно образование, 1994–2007

** Деветгодишно основно образование, 2007–2014

*** Деветгодишно основно образование, 2014–2019 (2016–2019 – Биологија, Хемија, Физика)

ТАБЕЛА 2. Тематски преглед на наставните програми по природни науки

Наставен план 2007–2014	Наставен план 2014–2019
Прво одделение	
Запознавање на околината	Природни науки (Кембриџ)
Јас и другите	Ние
Моето училиште	Од што е направено?
Мојот дом	Живеење и растење
Местото во кое живеам	Туркања и влечења
Јас сум дел од природата	Произведување звуци
Сообраќај	Одгледување растенија
Второ одделение	
Запознавање на околината	Природни науки (Кембриџ)
Јас со другите	Светлина и темнина
Животот и работата во училиштето	Електрична енергија
Моето место	Промена на материјалите
Мојот дом	Разгледување карпи
Јас сум дел од природата	Вселена
Јас истражувам	Растенијата и животните околу нас
Сообраќај	
Трето одделение	
Запознавање на околината	Природни науки (Кембриџ)
Јас со другите и другите со мене	Животни процеси
Училиштето и знаењето	Материјали
Односи во семејството	Растенија што цутат
Мојот роден крај	Вовед во сили
Ја истражувам природата	Сетила
Одлики на животната средина	Одржување на здравјето
Ориентација во времето и просторот	
Сообраќај	
Четврто одделение	
Природа	Природни науки (Кембриџ)
Природа	Живеалишта
Материјалите и енергијата во природата	Цврсти материји, течности и гасови
Планетата Земја е променлив систем	Правење струјни кола
Живиот свет во природата	Како работат магнетите?
Екологија	Скелет и мускули
	Звук
Петто одделение	
Природни науки	Природни науки (Кембриџ)
Природа и природни науки	Испарување и кондензација
Планета Земја	Како ги гледаме нештата околу нас
Материја и енергија на Земјата	Движеето на Земјата
Ориентација на Земјата	Сенки
Екологија и разновидност на живиот свет	Животниот циклус на цветните растенија
	Истражување на растот на растението
Шесто одделение	
Природни науки и техника	Природни науки (Кембриџ)
Планетата Земја во вселената	Повратни и неповратни промени
Земјата е динамичен систем	Органи и системи во телото на човекот
Особини на живиот свет	Спроводници и изолатори
Екологија	Грижа за животната средина
Природните науки во секојдневниот живот	Растење
	Синџири на исхрана
	Сили и движење

ТАБЕЛА 3. Тематски преглед на наставните програми по хемија

Наставен план 2009–2016	Наставен план 2016–2019
Осмо одделение	
Хемија	Хемија (Кембриџ)
Хемијата како наука (10)	Агрегатни состојби на материјата (5)
Супстанци (26)	Метали и неметали (11)
Структура на атом, периоден систем на елементите и хемиски врски (16)	Прости супстанци, соединенија и смеси (16)
Оксиди (5)	Хемиски реакции (31)
Киселини (4)	Вовед во хемијата на јаглеродни соединенија (9)
Хидроксида (4)	
Соли (7)	
Деветто одделение	
Хемија	Хемија (Кембриџ)
Оксидација и редукција (6)	Структура на атомот и периоден систем на елементите (13)
Хемиско сметање (8)	Валентност и формули (5)
Метали и неметали (14)	Брзина на реакциите (14)
Јаглевороди (16)	Образување јонска врска и израмнување хемиски равенки (7)
Кислородни органски соединенија (10)	Низа на реактивност на металите (12)
Биоседненија (14)	Добивање соли (10)
(По потреба 4 часа)	Егзотермни и ендотермни реакции (11)

Во учебната 2016/17 година, наставните програми по хемија се воведоа истовремено за учениците од осмо и од деветто одделение, при тоа не водејќи сметка за повторувањето или недостатокот од одредени тематски целини во деветто одделение, што секако има последици во однос на понатамошното образование на оваа генерација ученици. Така, на пример, тематата за структура на атомот и периоден систем на елементите е присутна и во старата програма за осмо одделение и во новата програма за деветто одделение, органската хемија во новите наставни програми е застапена „во траги“ и тоа само во осмо одделение, а хемиските пресметки не се воопшто опфатени. Од друга страна, пак, темата за низа на реактивност на металите од новата наставна програма за деветто одделение овозможува подобар пристап и претставува добра основа за стекнување знаења потребни за совладување на концептите за оксидационо-редукционите реакции во средното образование. Исто така, темата за брзина на хемиски реакции и темата за егзотермни и ендотермни реакции корелира со содржини од наставните програми по хемија во средното образование со што на учениците им се овозможува понатамошно полесно усвојување нови знаења.

ПРЕДИЗВИЦИ И ПРЕПОРАКИ ВО ОДНОС НА НАСТАВАТА ПО ХЕМИЈА ВО ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Во последниве години, Македонија е соочена со бројни реформи кои влијаат на целокупното образование. Голем дел од овие реформи се однесуваат на природните науки во основното образование, а една од најзначајните е воведувањето на т.н. *Кембриџ програма*. Во оваа програма, обемот на предвидените содржини е намален во однос на

претходната, но затоа акцент е ставен на истражувачкиот метод и експерименталната работа. За жал, најголем дел од училиштата во Македонија не се опремени со соодветни нагледни средства и лабораториски прибор без кои не е можна квалитетна настава. Лошата ситуација во поглед на опременоста на училиштата за реализација на наставата по природни науки е дамнешен горлив проблем [4], но наместо негово решение, инвестициите во образованието постојано се намалуваат и не се забележуваат мерливи подобрувања на условите во кои наставниците по природни науки ја изведуваат наставата. Според Прегледот на ОЕЦД за евалуацијата и оценувањето во образованието во Северна Македонија: Оценка и препораки [6] историски недоволното финансирање и недостатокот на транспарентност при распределбата на средствата доведуваат до фактот повеќето училишта да немаат соодветни ресурси за покривање на основните трошоци, а не пак во инвестирање во подобрување на условите за учење и предавање или во посветена работа со талентирани ученици.

Не може да се замисли часовите по хемија да се реализираат без лабораториски прибор, молекулски модели и други нагледни средства, исто како што не може часовите по ликовно образование да се замислат без блок, боици, глинамол итн. или часовите по физичко образование без дрес и патики, топка, кош, без спортска сала. Тоа што е спортската сала за часот по физичко – тоа е лабораторијата за часот по хемија. Токму поради ваквото несоодветно изведување на наставата по хемија, кај голем број ученици изучувањето на хемијата претставува тешкотија и проблем, наместо љубов и предизвик. Тие се лишени од најубавиот и најинтересниот дел од хемијата – експериментирањето, од коешто можат најмногу да научат, да го развиваат своето критичко и креативно размислување и да стекнат практични вештини потребни за понатамошниот живот, без разлика дали ќе се ја одберат хемијата за нивна идна професија или не. Исто така, непостоењето или недостапноста на збирки задачи и друга дополнителна литература до наставниците и учениците претставува проблем. Ова, заедно со кабинетската настава и квалитетните наставници, е клуч за успешно реализирање на наставната програма.

За таа цел, се наметнува потребата од постоење на опремена хемиска лабораторија во секое училиште, без разлика на неговата местоположба. Освен тоа, неопходно е обезбедување на годишен фонд на средства за настава по хемија и природни науки, воопшто. Треба да се размисли и за вработување на лаборанти во основните училишта кои ќе се грижат за подготовка на експерименталните активности, како и за модифицирање на лабораториските вежби во иницијалното факултетско образование на идните наставници и вклучување на повеќе истражувачки активности наместо активности „по рецепт“.

Уште еден сериозен недостаток кој е поврзан со наставните програми е непостоењето на компетентен наставен кадар по природни науки. Не постои студиска програма во нашата држава на која се едуцираат предметни наставници за реализација на настава по предметот Природни науки (тоа подразбира сеопфатни знаења по физика, хемија и биологија). Во иницијалното образование на одделенските наставници, пак, не постојат ниту наставни предмети од областа на природните науки, ниту методски предмети за оспособување на идните наставници за реализација на настава по природни науки, т.е. биологија, хемија и физика (секако, прилагодена на возраста на учениците и интегрирана во наставата по природни науки и со содржини коишто соодветствуваат на актуелните наставни програми). Многу е тешко за наставниците кои во текот на нивното факултетско образование не се соодветно едуцирани во областа на трите комплексни природни науки: биологија, хемија и физика, да реализираат настава по овој предмет. Потврда за ова даваат и самите наставници, кои велат [7]: „Сепак, ние одделенските наставници ниту сме биолози, ниту хемичари, а уште помалку физичари. За јас тоа да го пренесам во

пракса треба многу добро да го знам. А со обука од два дена сигурно не може да се научи. Ниту пак имаме практично нагледни средства со кои ние можеме да им го покажеме на учениците. Бројот на учениците е преголем во паралелките за да може да имаме истражувачка работа. За истражувачка работа треба големи училници и многу помал број на ученици“.

Причината за ова е недоследноста во редоследот на настаните. Имено, најпрвин беше потребно да се едуцира кадар за реализација на настава по природни науки, а потоа да се имплементираат овие програми во наставниот процес. Но, и покрај застапеноста на предметот Природни науки во наставниот план за основно образование веќе околу една деценија, сè уште, на високообразовните институции, не се воведени нови студиски програми по природни науки кои ќе профилираат соодветен кадар. Освен тоа, треба да се работи на подигнување на квалитетот на студентите кои избираат да студираат на наставничките факултети и привлекување на најдобрите средношколци на наставнички студии, а тоа, всушност, значи преземање мерки за подобрување на статусот на наставниците во општеството. Кога се работи за едуцирање на наставници по природни науки треба да се напомене дека студиите на наставните насоки на соодветните институти на Природно-математичкиот факултет во Скопје нудат можност за методска и стручна подготовка на идните наставници и во овие студии, без исклучок, се застапени предмети кои вклучуваат општа методска и психолошка подготовка, но и методски предмети во кои се дадени основните принципи на експериментална и друга практична настава специфична за даден предмет, што е особено значајно за природните науки. Специфичните методски предмети кои вклучуваат експериментална, лабораториска и практична настава, како и настава во природа (теренска настава) се од исклучително значење и може да се стекнат единствено на соодветни студии за наставници. Опцијата за едносеместрална општа педагошко-психолошка и методска подготовка на акредитирани високообразовни установи треба да биде предуслов за вработување наставници по предмети за кои не постојат соодветни студии за наставници (наставни насоки). Во однос на напредување во кариерата на наставниот кадар во основните (и средните) училишта, како и при самото вработување, на наставниците би требало да им се вреднуваат повисоките степени на образование (магистер и доктор на науки), но само доколку тие се од *областа на образованието по предметот за кој изведуваат настава*.

ЗАКЛУЧОК

Воведувањето на реформи во образованието, вклучително и оние што се однесуваат на наставата по хемија во основното образование, треба да биде концепциски процес проследен со анализа на состојбите, јасно поставени цели, систематичност во работата и вклученост на сите релевантни чинители. За континуиран развој на основното образование воопшто, неопходно е постојано преземање мерки за подобрување на условите за работа во училиштата, обезбедување опрема и наставни ресурси, зголемување на финансиската поддршка итн. Затоа, континуираниот професионален развој на наставниците, меѓусебната соработка на сите чинители во образовниот процес и постојаната поддршка од државата и креаторите на политиките се од особена важност.

ЛИТЕРАТУРА

1. Национална програма за развој на образованието во Република Македонија 2005–2015 (2004). <http://fvm.ukim.edu.mk/documents/Nacionalna-programa-za-razvoj-na-obrazovaniето-vo-Republika-Makedonija-2005-2015.pdf>
2. Закон за основното образование (2017). http://www.mon.gov.mk/images/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD_%D0%B7%D0%B0_%D0%BE%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%82%D0%BE_%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B507.pdf
3. Биро за развој на образованието (2019). <https://www.bro.gov.mk/>
4. Национален извештај за образованието во 1994–1996, Скопје: Министерство за образование и физичка култура, 1995.
5. Stojanovska, M, Mijić, I. and Petruševski, V. M., Education in Macedonia. Bettering or ‘Bettering’ of the Chemistry Education?, *Center for Educational Policy Studies Journal*, in publication.
6. Преглед на ОЕЦД за евалуацијата и оценувањето во образованието во Северна Македонија: Оценка и препораки, Скопје: УНИЦЕФ, 2019.
7. Радио Слободна Европа, Не сме подготвени за образование по Кембриџ, 2017. <https://www.slobodnaevropa.mk/a/28583555.html>

Фракталите како мотивација во наставата по математика

Вено Пачовски¹, Ирена Стојменовска², Дончо Димовски³, Јасмина Маркоска⁴

^{1,2} *Универзитет Американ Колеџ, Скопје*

³ *МАНУ, Скопје*

⁴ *СУГС Георги Димитров, Скопје*

Апстракт. Фракталите можат да бидат мошне корисни во наставата по математика. Освен мотивациониот елемент (кој се заснова на нивната визуелна убавина), тие можат да помогнат за подобро да се разбере концептот на бесконечност. Разгледани се три добро познати фамилии фрактали со соодветни пресметки за нивните должини и плоштини. Од голема помош би било и користење на готови или нови софтверски решенија за демонстрација на вакви фрактали, со кои учениците би можеле да експериментираат сами, воочувајќи апстрактни концепти и интересни својства. Дадени се неколку забелешки во таа насока.

Клучни зборови: фрактали, бесконечност, геометриска прогресија, наставни материјали

ВОВЕД

Живееме во ера во која доминираат електронските медиуми. Луѓето се повеќе се образуваат сами, барајќи и следејќи содржини на Интернет, па дури и се стекнува впечаток дека дошол крај на класичното образование. Учениците си велат, “Се има на Интернет. Зошто да учам? Што ми треба, кога ќе ми треба, ќе си најдам!”. И, навистина – се има на Интернет. Дури и да го нема во овој миг, ќе го има за некое време. Од една страна, има премногу општи содржини кои пак се во функција на одвлекување на вниманието бидејќи постојано има нешто ново, па корисникот (ученик, студент) многу лесно може да заскита следејќи ги, линк по линк. Од друга страна, кај нас нема доволно ресурси односно квалитетни наставни материјали што би можеле да се искористат за систематско учење, особено за природните науки. Потребно е да се работи во насока на изнаоѓање начини да се креираат образовни содржини и примери кои ќе ги инспирираат (а не дезориентираат) учениците. Користењето на готови или нови софтверски решенија со кои би се доближила до учениците убавината на математиката, во случајот фракталите, е само еден начин за популаризација на математиката и осовременување на наставата по математика.

ЗОШТО БАШ ФРАКТАЛИ?

За разлика од другите природни науки, кај кои скоро сите појави се мерливи и видливи, кај математиката поради природата на нештата се појавува потреба од создавање апстрактни модели. Во таа насока се интересни и погодни фракталите.

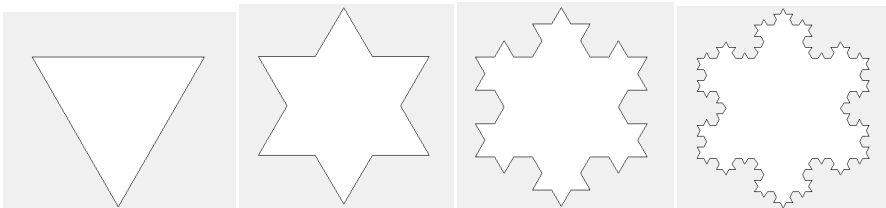
Иако фракталите се добро дефиниран математички концепт, самото воведување во поимот не мора да биде строго формално. Може да се разговара за поимот преку скици и илустрации, да се разбере дека постои добро заснована теорија зад нив, а потоа, само

ќе се користат како средство, односно проблемот што треба да го решат ќе се даде на ниво на цртеж или постапка. За фракталите може да се пишува многу, но овде целта е само да се укаже кои нивни својства можат да бидат соодветни за објаснување (моделирање) на некои поспецифични концепти или за задавање проблеми во рамките на наставната програма. Поимот бесконечност во наставата е присутен од најрана возраст и учениците го усвојуваат интуитивно. Во продолжение ќе разгледаме три вида на фрактали, за чие разбирање е доволно математичко предзнаење од средно образование, а сепак отвораат нови концепти и видови.

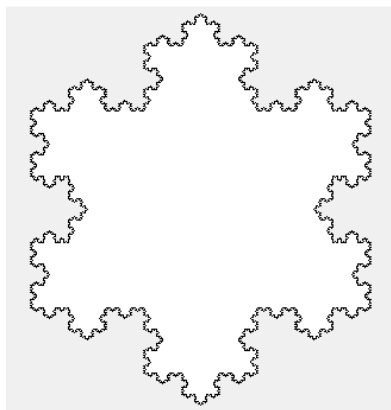
Крива на Кох

Кривата на Кох настанала како резултат на потрага по непрекината крива која нема извод во ниту една точка, односно непрекината крива која нема тангента во ни една точка. Со спојување на три такви криви е добиена таканаречената снегулка на Кох.

Конструкцијата започнува со рамностран триаголник, означен со M_1 . Во вториот чекор, секоја од страните на M_1 се заменува со искршена линија составена од 4 отсечки со должина еднаква на една третина од должината на страната, со што е добиен 12-аголник M_2 со страни со еднаква должина. Во третиот чекор, секоја од страните на M_2 се заменува со искршена линија составена од 4 отсечки со должина еднаква на една третина од должината на страната, со што е добиен 48-аголник M_3 со страни со еднаква должина. Многуаголниците M_1 , M_2 , M_3 и M_4 добиени со првите 4 чекори се прикажани на Слика 1, а на Слика 2 е прикажан многуаголникот M_5 . Оваа постапка продолжува понатаму. Бидејќи при секој чекор се добива многуаголник со страни со еднаква должина, оваа постапка не запира, односно постапката продолжува понатаму до бесконечност.



СЛИКА 1. Првите 4 чекори при конструкцијата на снегулката на Кох



СЛИКА 2. 5-тиот чекор при конструкцијата на снегулката на Кох

Како „граничен“ случај на оваа бесконечна постапка се добива рамнинска фигура M наречена **снегулка на Кох**, чија граница е крива K , наречена **крива на Кох**.

Од самата конструкција веднаш се гледа дека секој M_k е покриен со опишаниот круг околу рамностранниот триаголник M_1 , од што следува дека снегулката на Кох е ограничена рамнинска фигура, што пак, од друга страна повлекува дека M има конечна плоштина.

Што се случува со должината на кривата на Кох?

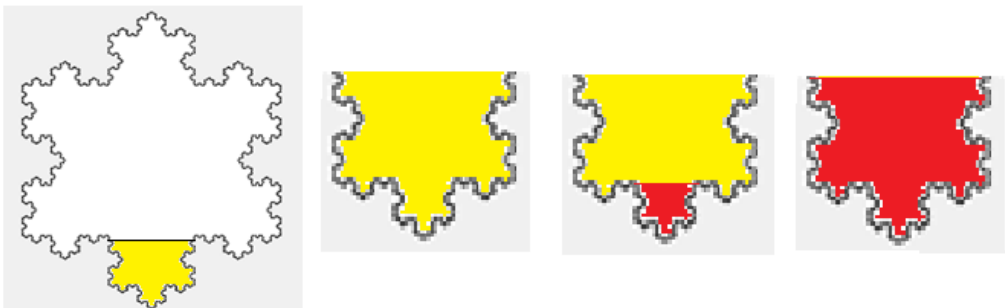
Нека со O_k го означиме периметарот на многуаголникот M_k добиен при k -тиот чекор. Тогаш, $O_1 = 3a$, каде што a е страната на почетниот триаголник, $O_2 = 3 \cdot \frac{4}{3}a = 4a$, $O_3 = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 a$, и така натаму, $O_{k+1} = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^k a$. Со други зборови, $O_{k+1} = \frac{4}{3} \cdot O_k$. На овој начин, добиена е бесконечна геометричка прогресија (O_k) , со количник $\frac{4}{3}$, од периметрите на многуаголниците M_1, M_2, \dots итн. Бидејќи $\frac{4}{3} > 1$, следува дека низата (O_k) нема конечна граница, односно низата (O_k) е дивергентна. Според тоа кривата на Кох „има бесконечна должина“.

Да ја најдеме плоштината на снегулката на Кох. Нека $P_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = P$ е плоштината на почетниот рамностран триаголник M_1 . Плоштината на M_2 е збир од плоштината на M_1 и плоштините на три помали рамностранни триаголници. Од конструкцијата веднаш следува дека плоштината на помалиот триаголник е $1/9$ од плоштината на поголемиот триаголник, односно, $P_2 = P + \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9}P$. На сличен начин се добива дека $P_3 = P + \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9}P + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^2 P$. Во општ случај, $P_{n+1} = P \left(1 + \frac{3}{4} \left(\left(\frac{4}{9}\right)^1 + \left(\frac{4}{9}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\right)^3 + \dots + \left(\frac{4}{9}\right)^n\right)\right) = P \left(1 + \frac{3}{4} S_n\right)$, каде што S_n е збирот на членовите на геометричка прогресија, односно е n -тата парцијална сума на геометрички ред:

$$S_n = \left(\frac{4}{9}\right)^1 + \left(\frac{4}{9}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\right)^3 + \dots + \left(\frac{4}{9}\right)^n = \frac{4}{9} \cdot \frac{1 - \left(\frac{4}{9}\right)^n}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{4}{5} \cdot \left(1 - \left(\frac{4}{9}\right)^n\right).$$

Граничната вредност (лимесот) на низата од парцијалните суми е $\frac{4}{5}$, од што следува дека плоштината на снегулката на Кох е $\left(1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}\right)P = \frac{8}{5}P$.

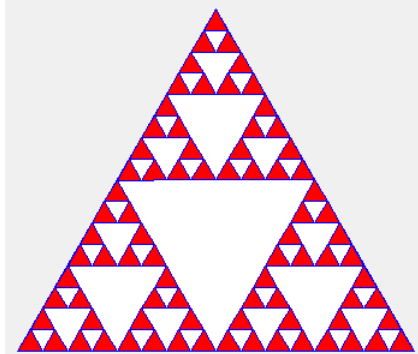
Едно карактеристично својства за фракталите е нивната самосличност. Самосличноста на некоја фигура наједноставно може да се објасни на следниот начин: ако се набљудуваат делови на фигурата под микроскоп, со произволно зголемување, секогаш се гледа една иста слика. Самосличноста на кривата на Кох е прикажана на Слика 3.



СЛИКА 3. Самосличност на кривата на Кох

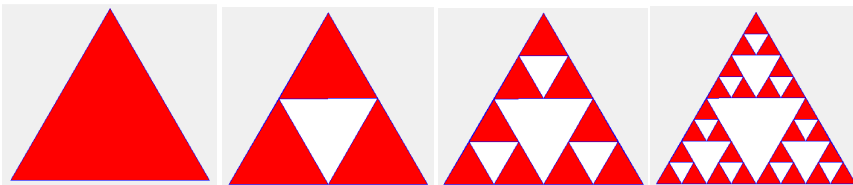
Крива на Сierпински

Фракталите на Сierпински преставуваат поширока класа на криви. Во овој текст ќе ја разгледаме кривата на Сierпински добиена со впишани триаголници.



СЛИКА 4. Триаголникот на Сierпински (Sierpinski) од ред 4 – карактеристична слика

Триаголници се впишуваат во триаголници (итеративно, на начин изложен подолу) почнувајќи од рамностран триаголник, што се зема за триаголник од ред 0. (Слика 5)



СЛИКА 5. Триаголници на Сierпински од ред 0, 1, 2 и 3

Овде е интересно да се види колкава е плоштината на делот од почетниот триаголник што не е покриен со триаголниците кои се впишуваат.

Кога редот е 0, имаме $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, а плоштината на делот кој не е покриен изнесува 0. Триаголникот од ред 1 е почетниот триаголник, во кој е впишан друг рамностран триаголник со темиња во средините на страните на почетниот триаголник и страна која изнесува $\frac{1}{2}$ од почетниот и кој потоа е отстранет. Неговата плошина е:

$$P_1 = P - \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4} \frac{(a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

Триаголникот од ред 2 се добива со отстранување на 3 помали триаголници, со страни што се двапати помали од претходните, па имаме дека неговата плошина е:

$$P_2 = P_1 - 3 \times \frac{\left(\frac{a}{2^2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4} \frac{(a)^2\sqrt{3}}{4} - 3 \times \frac{\left(\frac{a}{2^2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{4^2}\right)$$

Ако продолжиме, триаголникот од ред 3 е добиен со отстранување на 9 триаголници, па неговата плошина е:

$$P_3 = P_2 - 9 \times \frac{\left(\frac{a}{2^3}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = P_2 - \frac{9}{4^3} \times \frac{(a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \left(1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{4^2} - \frac{9}{4^3}\right)$$

односно

$$P_3 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \left[1 - \frac{1}{4} \left(1 + \frac{3}{4} + \frac{3^2}{4^2}\right)\right]$$

Со обопштување, имаме дека

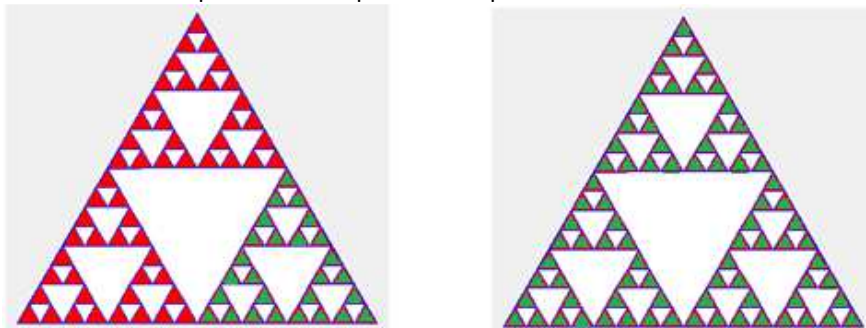
$$P_n = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \left[1 - \frac{1}{4} \left(1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \right) \right] = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \left[1 - \frac{1}{4} S_n \right]$$

каде што S_n е n-тата парцијална сума на геометрички ред со прв член 1 и коефициент $\frac{3}{4}$ т.е. $S_n = 1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{1 - \frac{3}{4}}$. Оваа постапка на отстранување на впишани триаголници не запира, односно продолжува до бесконечност. Ако побараме гранична вредност (лимес) од P_n , добиваме:

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \left[1 - \frac{1}{4} \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} \right] = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \left[1 - \frac{1}{4} \frac{1}{\frac{1}{4}} \right] = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} [1 - 1] = 0.$$

Заклучуваме дека, со оваа бесконечна постапка, непокриениот дел од почетниот триаголник ќе има плошина еднаква на плошината на почетниот триаголник, иако има многу точки кои се покриени.

Самосличноста на кривата на Сierпински е прикажана на Слика 6.

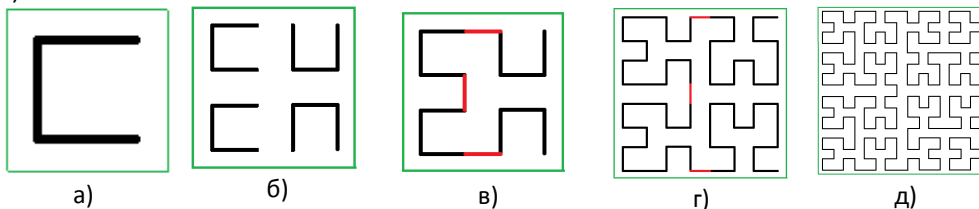


СЛИКА 6. Самосличност на Кривата на Сierпински

Хилбертова крива

Во овој случај за разлика од претходните, не се работи за крива што е граница на ограничена рамнинска фигура, туку за крива што пополнува простор (област).

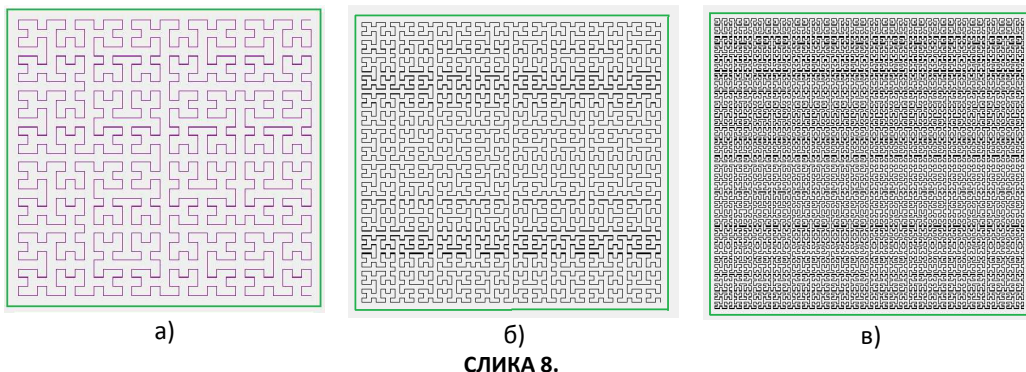
Се конструира бесконечна низа од искршени линии $K_1, K_2, K_3, K_4, \dots$ на следниот начин: K_1 е составена од три отсечки во даден квадрат како на Слика 7 а). Во следниот чекор, се цртаат четири криви од облик на K_1 со помали димензии во истиот квадрат, како што е покажано на Слика 7 б), кои потоа се спојуваат и се добива кривата K_2 , Слика 7 в).



СЛИКА 7.

Секоја крива од низата криви е добиена од четири криви од облик како претходната крива од низата од кои две се заротираны, а потоа сите се споени со три отсечки. Кривата K_3 е прикажана на Слика 7 г), а кривата K_4 е прикажана на Слика 7 д).

На Слика 8 а), б), в) се нацртани K_5, K_6 и K_7 соодветно.



Без да навлегуваме во подробности, ќе споменеме дека оваа низа од криви е конвергентна, односно постои нејзина граница (лимес), која е наречена Хилбертова крива. Самосличноста на Хилбертовата крива веднаш се гледа од нејзината конструкција. Друго нејзино својство е што секоја точка од почетниот квадрат се наоѓа на Хилбертовата крива. Со други зборови кажано, Хилбертовата крива е непрекината биекција од отворена отсечка во квадрат без неговата граница. Ова е малку зачудувачки резултат, бидејќи отсечка нема плошина, а квадрат има.

НЕКОЛКУ ЗАБЕЛЕШКИ

Употребата на фракталите во наставата е интересна дури и од чисто мотивациски аспект. Нив ги има од сите облици и димензии, иако се задржавме само на оние што можат да се претстават во рамнина. Од една страна се доволно мултимедиски за да привлечат внимание, а од друга страна, се доволно комплексни, за да поттикнат љубопитство за натамошно читање и експериментирање во насока на развивање на апстрактното мислење.

Исто така, можно е фракталите да се користат и интердисциплинарно, за моделирање на некои содржини и појави од природните науки. Така би се добила убава поврзаност помеѓу предметите (што пак, посебно би ги мотивирало надарените ученици).

ЛИТЕРАТУРА

1. Mandelbrot, B., *The Fractal geometry of nature*, W.H. Freeman and Company, New York, 1977, pp 35.
2. *High school mathematics at work*, MSEB, NRC, National Academy press, Washington, DC, 1990, pp. 10.
3. StackExchange Mathematics, *Is fractal perimeter always infinite?*
<https://math.stackexchange.com/questions/198591/is-fractal-perimeter-always-infinite> (08.09.2019)
4. Пачовски, В. *Софтвер за цртање Хилбертова крива до 8-ми ред*, 2019
<https://www.dropbox.com/s/iqlcgu6e2zme2e9/project1.exe?dl=0>.
5. Пачовски, В. *Софтвер за цртање Крива на Сierпински до 8-ми ред*, 2019
<https://www.dropbox.com/s/o4o3drkk2h01o99/SierpinskiTriangle.exe?dl=0>.
6. Пачовски, В. *Софтвер за цртање Крива на фон Кох до 8-ми ред*, 2019
<https://www.dropbox.com/s/65o2dpayx4x15t2/KochCurve.exe?dl=0>.

Зимски камп физике "Сокобања"

Славољуб Митић¹, Југослав Ђорђевић²

¹Гимназија "Светозар Марковић" Ниш, Србија

²Основна школа "Бубањски хероји" Ниш, Србија

^{1,2}Удружење физичара "Омега" Ниш, Србија

Апстракт. Удружење физичара "Омега" из Ниша у сарадњи са Друштвом физичара Србије је и ове године у периоду од 08.–15.02.2019. године одржало Зимски камп физике за ученике основних школа. Током 13 година 1227 ученика из Србије, Републике Српске и Црне Горе провело је део зимског распуста дружећи се са науком. Садржаји Кампа физике прилагођени су узрасту и интересовањима ученика. Они активно стичу знања о физичким појавама и развијају способност за примену тих знања. Камп пружа јединствену могућност да се код ученика, кроз неизоставно дружење са вршњацима, развије научни поглед на свет. У склопу свакодневних активности, које подразумевају припрему ученика за такмичење и полагање завршног испита, ученици на основу припремљених материјала и упутстава изводе огледе и анализирају појаве. Кроз информатичку секцију упознају се са основним програмирања и стечена знања практично примењују обрађујући садржаје из физике. Уз то, универзитетски професори из Ниша, Београда и Крагујевца деци на занимљив начин приближавају физику и астрономију и упознају их са савременим достигнућима из ових области.

Клучни зборови: физика, камп, огледи, задаци, ИКТ.

УВОД

Наставници у школама често се, током свог рада, питају колико деца воле и разумеју физику. Деца су по природи радознала и жељна знања, те је потребно пронаћи начин како да им науку приближимо. Зимски камп физике је наш допринос популаризацији физике. Од 2007. године кроз активности на Кампу физике прошло је 1227 ученика [1-13].

Ученици основних школа кроз дружење, примењујући различите форме и облике, обрађују разноврсне садржаје физике. Током седам дана, колико Камп траје, реализују се бројне активности. Часови физике по разредима према програму за додатни рад ученика омогућавају ученицима адекватну припрему за такмичење и полагање завршног испита. Извођењем огледа, на основу припремљених материјала и упутстава, развија се истраживачки дух, као и критичко и аналитичко мишљење код ученика. Свакодневном реализацијом информатичке секције полазницима Кампа је омогућено да новостечена информатичка знања практично примене на садржајима из физике. Ово су заправо активности које се реализују у преподневним часовима, док су поподнева резервисана за популарна предавања из физике и астрономије која држе професори са факултета, као и за слободне активности након тога.

Ове године су у Камп физике укључени и ученике првог разреда гимназије. Поред својих редовних активности ови ученици су помагали ученицима основних школа приликом извођења огледа.

13. ЗИМСКИ КАМП ФИЗИКЕ "СОКОБАЊА 2019"

Зимски камп физике је од 08. до 15. фебруара 2019. године, по тринаести пут, у Сокобањи окупио ученике који покажују посебно интересовање за физика и природне науке. Кроз садржаје кампа ученицима се пружа могућност за активно стицање знања о физичким појавама, развијање способности за примену знања из физике, упознавање са могућностима човека да упозна природу и објасни природне појаве, развијање и подстицање радозналости, уочавање узрочно-последичних веза у природи, изграђивање научног погледа на свет, а све то кроз дружење са вршњацима.

Организатор Зимског кампа физике је Удружење физичара "Омега", израсло из дугогодишњих активности Актива наставника физике Нишавског округа и Подружнице Друштва физичара Србије Ниш.

Основни циљеви Кампа су:

- окупљање и рад са децом која покажују посебно интересовање за физика;
- квалитетна и свеобухватна припрема ученика за такмичење;
- коришћење информационо-комуникационих технологија;
- увођење ученика у електронско учење и учење на даљину;
- коришћење најједноставнијих средстава за симулацију и проучавање природних појава;
- активно дружење;
- развијање радних навика.

У рад овогодишњег Зимског кампа физике учествовало је 83 ученика основних школа (из Ниша, Београда, Алексинца, Сокобање, Кладова, Блаца и Краљева) и 18 ученика првог разреда гимназије (из Ниша и Београда). Учесници су подељени у 7 група (VI разред – 3 групе, VII разред – 2 групе, VIII разред – 1 група, I разред гимназије – 1 група). Групу чине ученици истог узраста и истог предзнања.



СЛИКА 1. Ученици тринаестог Зимског кампа физике.

Са ученицима је радило 9 наставника, који су креатори и оснивачи Кампа. Међу њима су и наставници чији ученици постижу значајне резултате на такмичењима.

Програм Зимског кампа је реализован кроз следеће активности:

Часови физике по разредима

Програмски садржаји су реализовани према наставном програму физике за додатни рад, са посебним нагласком на припреми ученика за учешће на такмичењима. Сви ученици су добили приручник са задацима [14].

Реализовани садржаји:

- VI разред – Равномерно праволинијско кретање (Брзина, Сусретање и сустизање, Релативна брзина, График, Средња брзина);
- VII разред – Равномерно променљиво праволинијско кретање, Њутнови закони, Трење, Кретање тела у гравитационом пољу Земље;
- VIII разред – Осцилаторно и таласно кретање, Оптика, Електростатика.
- I разред гимназије – Равномерно и равномерно променљиво праволинијско кретање, Кретање са убрзањем g , Кружно и ротационо кретање, Котрљање, Динамика транслаторног кретања.

Ученици су сваког дана, у току преподнева имали по два часа рачунских вежби. Након основних уводних напомена наставника, самостално или уз помоћ наставника решавали су задатке. У току поподнева радили су "домаће задатке".



СЛИКА 2. Ученици решавају рачунске задатке и експериментишу.

Огледи

Ученици су на основу одабраног унапред припремљеног материјала и упутства изводили огледе. Уочене промене, појаве и понашања објашњавали су и записивали.

За ову активност формирају се подгрупе од 3 до 5 ученика у оквиру већ формираних група.

Упутство за извођење огледа дато је у приручнику [14]. Поред тога, сви ученици су у својим радним свескама записивали ток огледа као и своје закључке.

Ове године ученици првог разреда гимназије су радили као демонстратори и били су значајна помоћ приликом извођења огледа.

Информатичка секција

Ученици су се упознали са основним могућностима програмских језика [14]. Ученици VI разреда упознали су се са основама програмирања помоћу апликације Flowgorithm,

креирали 2D игрице на платформи Construct. Ученици VII разреда су "програмирали" бот роботите, а ученици VIII програмирали у програмском језику Python.



СЛИКА 3. Учесници Кампа и бот роботите.

У току поподнева радила је секција за програмирање Лего робота, коју је водио Ђорђе Стевановић, ученик првог разреда Гимназије "Светозар Марковић" у Нишу.

Популарна предавања

Универзитетски професори, промотери науке међу младима, у договору са реализаторима Кампа, а на основу сугестија претходних полазника о темама које их интересују, одржали су ове године следећа предавања:

- Увод у физику микросвета – др Иван Дојчиновић, Физички факултет у Београду, председник Друштва физичара Србије;
- Колико познајемо дугу? – др Братислав Обрадовић, Физички факултет у Београду, председник Управног одбора Друштва физичара Србије;
- Кроз васиону и векове доктора Милутина Миланковића – др Драгољуб Покрајац, Boeing, Everett, WA, USA;



СЛИКА 4. Душан Вукадиновић – некада учесник а сада предавач.

- Пут у наносвет – др Божидар Николић, Физички факултет у Београду;
- Вода у Сунчевом систему и даље у Космосу – проф др Драган Гајић, Природно-математички факултет у Нишу и председник Астрономског друштва "Алфа";
- Обрада резултата мерења – др Владимир Марковић, Природно-математички факултет у Крагујевцу;
- Наставници физике могу да помогну ђацима у разбиравању неформалних садржаја – др Стеван Јокић, координатор пројекта "Рука у тесту";
- Сунце – Душан Вукадиновић, студент докторских студија астрофизике на Математичком факултет у Београду, учесник другог и трећег Кампа физике;
- Стојећи таласи, Вакуум – Хрвоје Месић, Удруга Природополис, Загреб.

Циљ ових предавања био је да полазницима на једноставан и забаван начин објасне физички феномени и реше недоумице у вези са питањима која се тичу физике, али која се не изучавају на часовима редовне наставе. Велики број ученика пажљиво је пратио предавања и активно учествовао у дискусији која се водила током њиховог трајања и након завршетка. Мишљења су да се на овај начин продубљују њихова знања и радује их што ово нису класична предавања него интерактивна комуникација са предавачима.

Остале активности

Поред наведених активности организован је обилазак Сокобање, а у вечерњим сатима Интернет клуб, ГО клуб, дискотека и пројекција филмова.



СЛИКА 5. ГО клуб.

Активности на Зимском кампу пратила је и новинарка Радио Београда 1 Марија Мишић, аутор емисије "Корак ка науци". Емисија емитована 14. фебруара 2019. године посвећена је дешавањима на Кампу [13]. Наставници и ученици причали су о времену проведеном уз физику и дружење. Наставници су мишљења да ученици током Кампа, сем стицања нових знања, уче да извршавају своје обавезе на време и развијају сарадњу и толеранцију. Ученици, пак, предности Кампа виде у тимском раду, посебно при

извођењу огледа, и кажу да им је овако наука забавнија и практичнија, а стичу и нове пријатеље који имају слична интересовања.

Искуства наставника стечена приликом организовања Зимског кампа физике, као и запажања и примедбе ученика, од великог су значаја за припрему и реализацију Кампа наредних година. Треба имати у виду да ученици долазе из различитих социјалних окружења, са различитим предзнањима и интересовањима, и треба формирати групе водећи рачуна о свему томе. Ово је такође значајно и при одабиру тема за популарна предавања.

Посебна пажња се посвећује припреми материјала и сви учесници Кампа добијају приручнике [14] за садржаје који су реализовани. Поред штампане верзије приручник је у електронском облику постављен на сајт Удружења физичара "Омега". На тај начин је омогућено да и ученици који нису присуствовали Кампу могу сами да одраде поједине огледе, реше задатке или унапреде своја знања из информатике.

Сви учесници Кампа су укључени у онлајн - додатну наставу која је организована на Мудл платформи удружења <http://moodle.omegafizika.rs/>.

Са полазницима претходних Кампова смо у контакту и преко друштвених мрежа (Фејсбук група "Камп физике") тако да можемо да пратимо њихова даља интересовања.

Како изгледа ово вишегодишње тражење узрочно-последичних веза у природи, и увођење у чудесан свет физике, можете се детаљније информисати на адреси <http://omegafizika.rs/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ђорђевић Ј., Митић С., Мишић Т., Симић Д., Станојевић Г., (2007.), Камп физике Сокобања 2007, *Зборник предавања, програма радионица и постер радова са XXV републичког семинара о настави физике*, 113-117.
2. Гроздановић, В., Ђорђевић Ј., Митић С., Мишић Т., Симић Д., Станојевић Г., (2008.), Камп физике Сокобања 2008, *Зборник предавања, програма радионица, презентација и постер радова са XXVI републичког семинара о настави физике*, 111-114.
3. Митић С., (2009.), Камп физике "Сокобања 2009", *Зборник предавања, програма радионица, презентација и постер радова са XXVII републичког семинара о настави физике*, 165-169.
4. Митић С., Ђорђевић Ј., (2010.), Камп физике "Сокобања 2010", *Зборник предавања, програма радионица, постер радова и презентација са XXVIII републичког семинара о настави физике*, 143-146.
5. Митић С., Ђорђевић Ј., (2011.), Зимски камп физике, *Зборник предавања, програма радионица, усмених излагања, постер радова и презентација са XXIX републичког семинара о настави физике*, 225-227.
6. Николић С. (2013.), Зимски камп физике, *Млади физичар*, 108, 4
7. Николић С. (2014.), Зимски камп физике, *Млади физичар*, 112, 11
8. Web документ: Мишић М., *радио емисија "Корак ка науци"*, Радио Београд 1, 2014, *Скинуто месеца 03, дана 20, 2016. године са сајта* <http://www.rts.rs/upload/storyBoxFileData/2014/01/15/19512747/familiologija1601.mp3>
9. Николић С. (2015.), Камп физике, *Млади физичар*, 116, 17
10. Web документ: Камп физике од 1 до 10, Ниш, Удружење физичара Омега Ниш, 2016, *Скинуто месеца 03, дана 29, 2017. године са сајта* <http://media.omegafizika.rs/2019/08/Kamp-1-do-10.pdf>
11. Web документ: Мишић М., *радио емисија "Корак ка науци"*, Радио Београд 1, 2017, *Скинуто месеца 08, дана 24, 2019. године са сајта* <http://www.rts.rs/page/radio/sr/story/23/radio-beograd-1/2616253/.html>

12. Web документ: Мишић М., *радио емисија "Корак ка науци"*, Радио Београд 1, 2018, *Скинуто месеца 08, дана 24, 2019. године са сајта* <http://www.rts.rs/page/radio/ci/story/27/radio-beograd-1/3029175/.html>
13. Web документ: Мишић М., *радио емисија "Корак ка науци"*, Радио Београд 1, 2019, *Скинуто месеца 08, дана 24, 2019. године са сајта* <http://www.rts.rs/page/radio/ci/story/27/radio-beograd-1/3418000/.html>
14. Web документ: *Приручник за учеснике Кампа физике*, Ниш, Удружење физичара Омега Ниш, 2016, *Скинуто месеца 08, дана 24, 2019. године са сајта* https://issuu.com/smitic61/docs/prirucnik_kamp_fizike_2016

Зимски камп по физика "Сокобања"

Славољуб Митић¹, Југослав Ђорђевић²

¹Гимназија "Светозар Марковић" Ниш, Србија

²Основна училиште "Бубањски хероји" Ниш, Србија

^{1,2}Здружение на физичари "Омега" Ниш, Србија

Апстракт. Здружението на физичари „Омега“ од Ниш, во соработка со Друштвото на физичарите на Србија и оваа година во периодот од 8 – 15.02.2019. година, го одржа Зимскиот камп по физика за учениците од основните училишта. Во тек на 13 години, 1227 ученици од Србија, Република Српска и Црна Гора поминуваа дел од својот зимски распуст дружејќи се со науката. Содржините на кампот по физика се прилагодени на возраста и интересите на учениците. Тие активно стекнуваат знаења за физичките појави и развиваат способности за примена на тие знаења. Кампот пружа единствена можност, кај учениците, низ неодминливото дружење со врсниците, да се развие научен поглед на светот. Како дел од секојдневните активности, кои подразбираат подготовка на учениците за натпревари и полагање на завршниот испит, учениците врз основа на подготвените материјали и упатства изведуваат експерименти и анализираат појави. Во состав на информатичката секција се запознаваат со основите на програмирањето и стекнатите знаења практично ги применуваат обработувајќи содржини од физика. Покрај тоа, универзитетски професори од Ниш, Белград и Крагуевац, на децата, на интересен начин, им ја приближуваат физиката и астрологијата и ги запознаваат со современите достигнувања од овие области.

Клучни зборови: физика, камп, експерименти, задачи, ИКТ.

Определување на издвоената маса на гас при електролиза

Мирослав Петроски

СОУ-Гостивар, Гостивар, Македонија

Апстракт. Изведена е класична електролиза во училишна лабораторија при која што се добива водород. Масата на издвоениот гас ја определуваме користејќи го Фарадеевиот закон за електролиза, мерејќи ги при тоа јачината на електричната струја и времето за кое се одвива електролизата. Мерејќи го волуменот на издвоениот гас и температурата на гасот, која најчесто е блиска до собната температура, при нормален атмосферски притисок, повторно ја пресметуваме масата на издвоениот гас, со користење на основната равенка за состојбата на идеален гас, позната уште како Клапејронова равенка. Вака добиените резултати може да се споредуваат. Утврдено е совпаѓање на добиените резултати во рамките на експерименталните грешки при мерењето.

Клучни зборови: Електролиза, водород, Фарадеев закон, електрична струја, идеален гас, Клапејронова равенка.

ВОВЕД

Во овој труд се презентира целосна реализација на една идеја, со добени резултати, на еден навидум едноставен експеримент, кој што може да се спроведе во секоја училишна лабораторија. Целта е учениците да научат како можат да ги проверат своите стекнати теориски знаења, да се запознаат со постапките при изведување на експериментот, да научат како да ги мерат физичките величини и при тоа да ги анализираат и прикажат добиените резултати.

Сериозни научни истражувања поврзани со својствата на гасовите, емпириските гасни закони, Клапејроновата равенка, како и молекуларно-кинетичката теорија за гасовите, потекнуваат многу одамна, односно припаѓаат на 19 век. Молекуларно-кинетичката теорија за гасовите која ја развиле во своите трудови од 1856 г. Август Кронинг и Рудолф Клаузијус од 1857 г. успеала на задоволителен начин да ги опише особините и својствата на разредените гасови, а од неа лесно се добива порано изведената Клапејронова равенка. Емил Клапејрон уште во 1834 година со неколку комбинации ги обединил предходно познатите емпириски гасни закони, како што се Бојл-Мариотовиот закон, Геј-Лисаковиот и Шарловиот закон во една равенка, позната како равенка за состојбата на теоретскиот идеален гас. Оваа равенка со неколку ограничувања релативно добро го опишува однесувањето на многу од реалните гасови, под различни услови. Сето ова учениците го изучуваат во прва година, според програмата за реформирано гимназиско образование.

Со појавата течење на електрична струја низ течности и Фарадеевите закони за електролиза учениците се запознаваат веќе во втора година, според редовната гимназиската програма, но спроведувањето на експеримент не е задолжително, затоа што влегува во програмата за додатна настава и посебно мотивирани ученици, односно

ученици кои се мотивирани да учествуваат на натпревари од областа на физиката и другите природни науки.

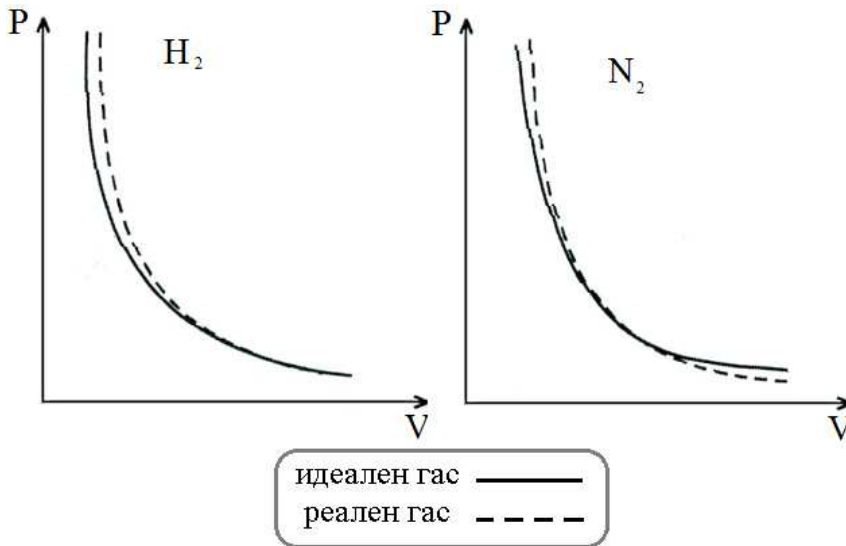
Целта во овој експеримент е резултатите кои се добиваат при електролиза да се споредат со резултатите добиени врз основа на молекуларно-кинетичката теорија за издвоениот гас, третиран како идеален гас, се разбира, мерејќи ги при тоа соодветните физички величини.

Резултатите што се добиени за прв пат во целост се изложени во овој труд. За изработка на самиот експеримент и пишувањето на овој труд користена е широко достапна литература [1-10].

РАВЕНКА ЗА СОСТОЈБАТА НА ГАСОТ

Како продукт на електролизата во еден дел од мензурата се издвојува гас, за кој што со сигурност се знае дека е водород, односно H_2 . Од друга страна пак, многу добро е познато дека состојбата на вака издвоениот гас може лесно да се опише со помош на неколку макроскопски мерливи параметри. Тоа се температурата на гасот T , неговиот притисок p , волуменот V на садот во кој се наоѓа гасот, неговата маса m , како и неговата моларна маса M . Во случај кога гасовитата материја или нереактивна гасна смеса не се покорува на законитостите и равенката за состојбата на идеалниот гас, велиме дека станува збор за реална гасна состојба. Имено ако односот помеѓу измерените параметри p , V , T , m и M не одговара на равенката за идеална гасна состојба, велиме дека гасот покажува неидеално однесување, односно се работи за реална гасна состојба. Всушност сите гасови се реални и се наоѓаат во реална гасна состојба. Идеалната гасна состојба практично никогаш не се постигнува и претставува само гранична состојба, кон која гасовите се приближуваат во своето однесување, при многу ниски притисоци и високи температури. Меѓутоа, се смета дека гасовите кои во своето однесување отстапуваат незначително од равенката и законите за идеална гасна состојба, се наоѓаат приближно во идеална гасна состојба, додека гасовите кои значително отстапуваат се наоѓаат во реална гасна состојба. Во суштина, нема остра граница помеѓу овие две состојби, затоа што истиот гас во зависност од условите и големината на дозволеното отстапување, може да се наоѓа во една или друга состојба. При притисоци кои се значително под атмосферскиот и температури кои се приближуваат кон критичната, гасот може да го сметаме за идеален, а неговата состојба ја дава равенката за идеален гас. Со зглемување на притисокот и снижување на температурата, меѓумолекуларните интеракции се повеќе ќе доаѓаат до израз, па така гасот значително ќе го смени своето однесување, и зборуваме за реален гас. Ако се прикаже зависноста на измерениот притисок од волуменот, како што е прикажано на слика 1 подолу, може да се види дека гасовите како што се водород H_2 и азот N_2 , покажуваат отстапувања. Водородот секогаш покажува поголем волумен од оној предвиден за идеален гас, додека азотот при поголеми притисоци има поголем волумен, а при пониски притисоци помал волумен од оној предвиден за идеален гас според Бојл-Мариотовиот закон. Двете криви асимптотски се приближуваат кон кривата за идеална гасна состојба при ниски притисоци. Резултатите прикажани на слика 1 подолу, потекнуваат од истражувањата на Рејнолт (Henri Victor Regnault) и Амагат (Émile Hilaire Amagat), кои успеале да покаже дека Бојл-Мариотовиот закон за многу реални гасови е само губа апроксимација.

Реалната гасна состојба покажува отстапувања и од другите гасни закони, но овде тоа нема да биде предмет за разгледување. Доволно е да знаеме дека водородот како реален гас покажува однесување на идеален гас со најмали отстапувања.



СЛИКА 1. Изотерми за идеална (полна линија) и реална (испрекината линија) гасна состојба за водород (лево) и азот (десно).

Идеалната гасна состојба е опишана со познатата Клапејронова равенката [1], [5], [8]:

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (1)$$

каде што $R=(8.31441 \pm 0.000031) \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ја представува универзалната гасна константа [5]. Односот помеѓу масата на гасот и неговата моларна маса го дава бројот на моловите, поточно количеството супстанција:

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} \quad (2)$$

каде што N е бројот на молекулите на гасот, додека $N_A=(6.022045 \pm 0.000031) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ се вика Авогадрова константа [5]. Во прилог на горе веќе кажаното, а во согласност со равенката (1), ќе погледнеме уште еден резултат за однесувањето на неколку реални гасови во однос на идеалниот гас, при не многу високи притисоци и температура од околу 273 K. Како што може да се види од прикажаните резултати на слика 2, однесувањето на водородот H_2 при притисоци од околу една атмосфера и температура блиска до собната температура, може да се опише со равенката за состојбата на идеален гас, без значителни отстапувања. Тоа треба да се види и од добиените резултати во експериментот.

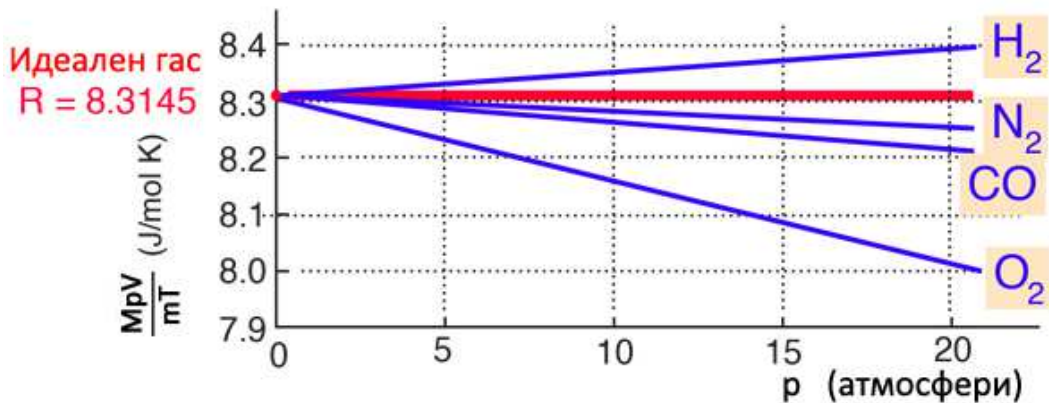
Имајќи ја во предвид равенката (1), масата m_1 на издвоениот водород со електролиза може да ја пресметаме според:

$$m_1 = \frac{MpV}{RT} \quad (3)$$

каде што $M(\text{H}_2)=2 \text{ g mol}^{-1}$ представува моларната маса на водородот. При на добивање на издвоениот гас во епруветата (мензурата) изнад електролитот, ќе настојуваме нивото на

електролитот во епруветата да се изедначи со нивото на електролитот во садот за електролиза (тоа може да се види на слика 5). Со тоа постигнуваме изедначување на притисокот на издвоениот гас со атмосферскиот притисок, за кој земаме дека има вредност $p=p_a=101325\text{Pa}$ [5]. Секако, епруветата (мензурата) на самиот почеток на експериментот целосно ја исполнуваме со електролитот и ја поставуваме вертикално, а во неа ја ставаме негативната електрода и сензорот за мерење на температурата на гасот. Го вклучуваме електричното коло во кој имаме амперметар и електролизата започнува. Истовремено вклучуваме и часовник за мерење на времето.

Одстапување на реалните гасови од состојбата на идеален гас



СЛИКА 2. Одстапувања од состојбата на идеален гас (прикажана со кривата со црвена боја) за неколку реални гасови и притисоци до 20 атмосфери (прикажани со кривите со сина боја).

Од равенката (3) за добиената маса, со примена на постапка за определување на релативната грешка на мерената физичка величина лесно се наоѓа релативната грешка на вака добиената маса гас [3,4], имајќи во предвид дека од сите величини, ги мериме само волуменот на издвоениот гас и неговата температура. Така се добива релативната грешка за издвоената маса гас изразена со следнава равенка:

$$\frac{\Delta m_1}{m_1} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta T}{T} \quad (4)$$

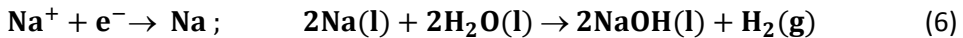
ЕЛЕКТРИЧНА СТРУЈА НИЗ ТЕЧНОСТИ. ЕЛЕКТРОЛИЗА

Како што е познато електричната струја може да тече и низ течности. Но сите течности не се добри спроводници на електрична струја. Чистите течности се вообичаено лоши спроводници на електрична струја. Затоа пак, растворите на соли, бази или киселини во вода, многу добро спроведуваат електрична струја. Овие спроводници се нарекуваат електролити. Причината поради која овие течности добро спроведуваат електрична струја лежи во способноста некои молекули да се поделат на позитивни и негативни јони, односно во појавата наречена електролитна дисоцијација. Во овој труд поконкретно ќе стане збор за примерот на молекулот $NaCl$, познат уште како готварската сол и водата H_2O како негов растворач. Диполниот карактер на молекулот на водата игра клучна улога во разбивањето на јаката јонска врска помеѓу натриумовите Na и хлорните

Cl атоми. Малите поларни молекули на водата со својот негативен дел го обвиваат позитивниот јон на натриум Na^+ , а со својот позитивен дел негативниот јон на хлорот Cl^- , формирајќи таканаречена солватна обвивка, со што ги ослабуваат електростатичките привлечни сили кои ги држат во јонска врска атомите на Na и Cl. Така цврстата кристална решетка на готварската сол се претвора во хаотично движење на позитивни и негативни јони, кои во надворешно електрично поле добиваат соодветна насока. Дисоцијацијата на молекулот на NaCl може да се прикаже со релацијата [2], [6-8]:



Протекувањето на електричната струја низ електролитите е проследено со поминување на одредено количество електричество преку затвореното електрично коло во кое е вклучен и електролитот, како и со таложење на продуктите на дисоцијацијата на соодветните електроди. Оваа појава на таложење на продуктите на дисоцијацијата е позната уште како електролиза. Со воспоставување на електричното поле помеѓу електродите потопени во електролитот, доаѓа до насочено движење на позитивните и негативните јони во растворот. Позитивните јони на натриумот Na^+ откако ќе ја допрат негативната електрода (катодата), добиваат од неа еден електрон и стануваат неутрален атом на натриум, односно елементарен натриум. Елементарниот натриум е многу активен во вода, реагира со молекулите на водата и така го истиснува водородот од водата. Таа реакција може да се прикаже на следниот начин [2], [6-8]:



Негативните јони на хлорот Cl^- откако ќе ја допрат позитивната електрода (анодата) одаваат еден електрон и стануваат неутрален атом на хлор, кој што понатака се издвојува во форма на молекул Cl_2 на гасовит хлор, односно: $2\text{Cl}^- \rightarrow \text{Cl}_2(\text{g}) + 2\text{e}^-$.

Масата што ќе се наталожи (издвои) на една од електродите (на катодата се издвојува гас водород со маса m_2) при електролиза, според Мајкл Фарадеј е пропорционална на количеството електричество што поминува низ електролитот [2], [6-8]:

$$m_2 = \frac{M}{N_A} \frac{I \cdot t}{Z \cdot e} \quad (7)$$

каде што $e = (1.6021892 \pm 0.0000046) \cdot 10^{-19} \text{C}$ ја претставува вредноста на елементарниот електричен полнеж [6], Z ја означува валентноста на јонот (за гасот што се добива H_2 , вредноста на факторот Z ќе биде 2, затоа што станува збор за два јони на натриум, кои овозможуваат добивање на два водородни атоми), I јачината на електричната струја во колото и t го претставува времетраењето на електролизата. Додека M ја претставува моларната маса на издвоената супстанција, а N_A Авогадровата константа. Односот помеѓу величините:

$$k_e = \frac{1}{e \cdot N_A} \cdot \frac{M}{Z} \quad (8)$$

се вика електрохемиски еквивалент и има таблична вредност за повеќето супстанции. Така за издвоениот гас водород H_2 изнесува: $k_e = 1.044 \cdot 10^{-8} \text{kg} \cdot \text{C}^{-1}$.

Согласно со равенките (7) и (8) релативната грешка на вака издвоената маса при електролиза, мерејќи ги при тоа јачината на електричната струја I и времето t ќе биде дадена со равенката:

$$\frac{\Delta m_2}{m_2} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta t}{t} \quad (9)$$

Многу важно е да се напомене дека при одвивањето на процесот на електролиза потребно е јачината на електричната струја што тече низ електричното коло да се одржува постојана. Во спротивно, резултатот што ќе се добие нема да биде во согласност со равенката (7) туку ќе треба да се примени интегрално пресметување на количеството електричество што поминало низ електролитот за време t . Тоа секако ги надминува рамките на овој труд. Како сето тоа ќе изгледа, може да се види ако равенката (7) ја напишеме во облик:

$$m_2 = k_e \cdot Q \quad (10)$$

каде што $Q=I \cdot t$ е вкупното количество електричество, кое доколку електричната струја не е константна се пресметува според равенката [6]:

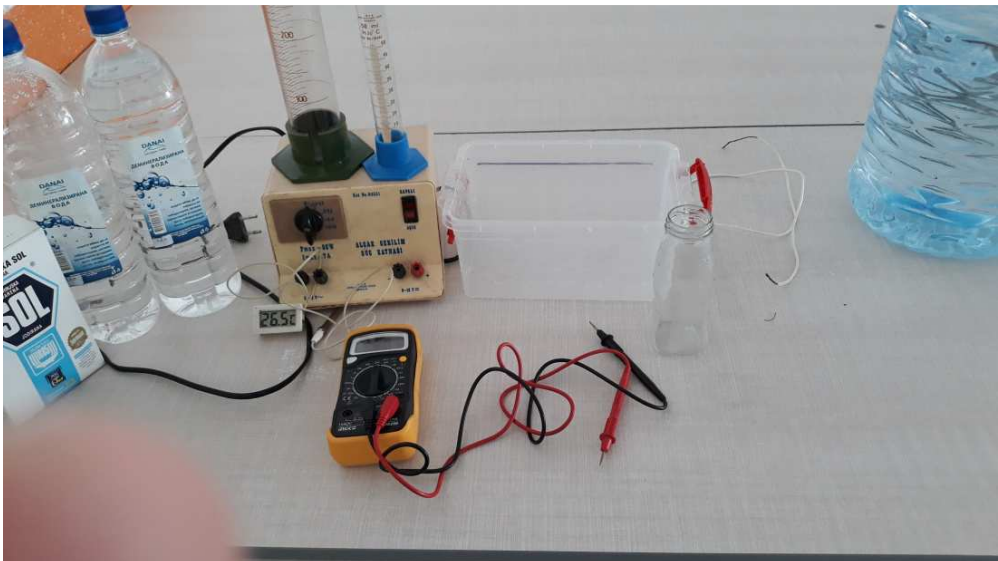
$$Q = \int_0^t I(\tau) d\tau \quad (11)$$

Овде повторно t го претставува вкупното време за кое се одвива електролизата.

Равенка (11) ги надминува знаењата на учениците, па затоа појавата на променлива струја во текот на процесот на електролиза ја надминуваме со одредување на аритметичката средната вредност на јачината на струјата, што секако претставува груба апроксимација и може да доведе до лош резултат.

РЕЗУЛТАТИ. АНАЛИЗА И ДИСКУСИЈА НА ДОБИЕНИТЕ РЕЗУЛТАТИ

За да се спроведе овој експеримент во услови на училишна лабораторија, потребни се следните средства и инструменти. Потребен е извор на права постојана струја, односно извор на ЕМС, прецизен амперметар (може и мултиметар), часовник за мерење на време (хронометар или штоперица од мобилен телефон), пластичен сад за електролитот, метални електроди и спроводници, мензура за мерење на волуменот, како и термометар за мерење на температурата на гасот. Целата оваа опрема е прикажана на слика 3.



СЛИКА 3. Неопходната опрема за реализирање на овој експеримент.

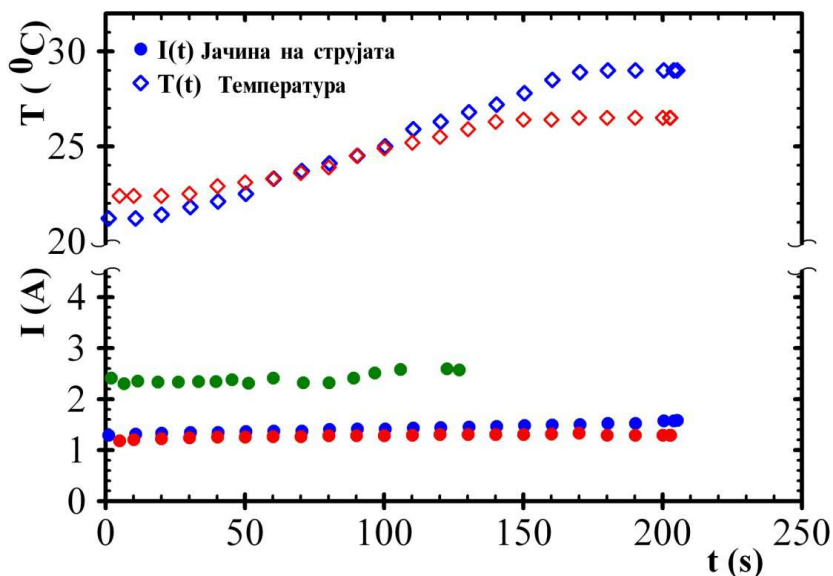
Резултатите што се измерени за јачината на струјата во текот на времето и температурата (мерена со сонда во просторот каде што се издвојува гасот) се дадени во првата табела:

ТАБЕЛА 1. Резултати добиени при мерењето								
Мерна точка	Прво мерење		Второ мерење			Трето мерење		
	$t(s)$	$I(A)$	$t(s)$	$I(A)$	$T(^{\circ}C)$	$t(s)$	$I(A)$	$T(^{\circ}C)$
1	2.06	2.41	1.13	1.29	21.2	5.08	1.18	22.4
2	6.65	2.30	10.84	1.31	21.2	10.14	1.20	22.4
3	11.55	2.35	20.16	1.33	21.4	20.05	1.22	22.4
4	18.84	2.33	30.46	1.34	21.8	30.16	1.24	22.5
5	26.16	2.33	40.44	1.34	22.1	40.22	1.25	22.9
6	33.35	2.34	50.42	1.36	22.5	50.14	1.25	23.1
7	39.63	2.34	60.40	1.37	23.3	60.13	1.26	23.3
8	45.42	2.38	70.45	1.37	23.7	70.11	1.26	23.6
9	51.30	2.31	80.36	1.40	24.1	80.10	1.28	23.9
10	60.23	2.41	90.41	1.41	24.5	90.14	1.28	24.5
11	71.02	2.32	100.40	1.41	25.0	100.13	1.28	24.9
12	80.23	2.32	110.49	1.43	25.9	110.17	1.29	25.2
13	89.05	2.41	120.34	1.44	26.3	120.09	1.30	25.5
14	96.65	2.51	130.53	1.45	26.8	130.15	1.30	25.9
15	105.92	2.58	140.44	1.46	27.2	140.05	1.30	26.3
16	122.64	2.59	150.42	1.48	27.8	150.10	1.30	26.4
17	126.98	2.57	160.39	1.49	28.5	160.09	1.31	26.4
18			170.31	1.50	28.9	170.01	1.33	26.5
19			180.37	1.52	29.0	180.05	1.29	26.5
20			190.29	1.52	29.0	190.15	1.29	26.5
21			200.41	1.57	29.0	200.13	1.29	26.5
22			204.02	1.57	29.0	202.56	1.29	26.5
23			205.27	1.58	29.0	202.82	1.29	26.5
Σ		40.8		32.94			29.28	
$I_s=(\Sigma I_i)/n$		2.40		1.432			1.273	
$\Delta I_{\max}= I_{\max}-I_s $		0.19		0.148			0.093	

Резултатите што се измерени за волуменот на издвоениот гас и вкупното времетраење на електролизата се дадени во втората табела:

ТАБЕЛА 2. Резултати добиени при мерењето на волуменот на гасот и вкупното времетраење на електролизата			
Број на мерење	$V(\cdot 10^{-6} m^3)$	$\Delta V(\cdot 10^{-6} m^3)$	$t(s)$
Прво мерење	50	4	129.64
Второ мерење	46	4	205.40
Трето мерење	41	4	203.02

Графичко прикажување на резултатите од табелата 1, може да се види на слика 4.



СЛИКА 4. Графичко прикажување на резултатите од табелата 1. Со обоени полни кругови е претставена зависноста на струјата од времето, за три мерења. Во горниот дел е прикажана промената на температурата на издвоениот гас.

Некои интересни моменти при самото мерење прикажани се на слика 5.



СЛИКА 5. На сликата лево прикажано е снимање на јачината на струјата, времето и температурата. Средната слика го прикажува моментот на издначување на ниво на електролитот во мензурата и во садот со електролит.

При изведување на експериментот се забележува пораст на температурата, односно гасот постигнува термодинамичка рамнотежа со околниот воздухот во собата, чија вредност е 29.5°C . Температурата на почетниот раствор односно електролитот изнесува 16.8°C , меѓутоа со повторување на експериментот и таа расте, затоа што електролитот постепено се загрева поради неговиот омски отпор и Џуловиот ефект.

Може да се забележи дека релативната грешка при мерење на температурата, а исто така и релативната грешка при мерење на времето се многу мали. Апсолутната грешка при мерење на времето дури и да ја земеме дека изнесува $\Delta t=1s$, како и апсолутната грешка при мерење на температурата $\Delta T=|T_{max}-T_{min}|=8\text{ K}$, нивниот придонес кон крајниот резултат е незначителен. Важно е да се напомене, дека е измерен волуменот на сондата од термометарот поставена во мензурата. Тој изнесува колку и апсолутната грешка при мерење на волуменот, односно $V_{sonda}=4\cdot 10^{-6}\text{ m}^3$ и секако дека е земен во предвид при пресметувањето.

Резултатите што се пресметани според равенките (3) и (4), како и според равенките (7) и (9) прикажани се во табелата број 3.

ТАБЕЛА 3. Резултати добиени при пресметување на издвоената маса гас со нивната апсолутна грешка				
Користена равенка	Клапејронова равенка		Фарадеев закон за електролиза	
Број на мерење	$m_1 (\cdot 10^{-6}\text{kg})$	$\Delta m_1 (\cdot 10^{-6}\text{kg})$	$m_2 (\cdot 10^{-6}\text{kg})$	$\Delta m_2 (\cdot 10^{-6}\text{kg})$
Прво мерење	4.1	0.4	3.2	0.3
Второ мерење	3.7	0.4	3.1	0.3
Трето мерење	3.3	0.3	2.7	0.2

Од добиените резултати, може да се види дека во рамките на експерименталните грешки, постои блиско совпаѓање, односно нема драстични разлики. Со оглед на фактот дека струјата не можеме да ја одржуваме константна, а самото третирање на реалниот гас со равенка за идеален гас, може да биде оправдување затоа што нема целосно совпаѓање на добиените резултати.

Секако, овој експеримент може да биде одлична вежба за учениците, за продлабочување на нивните знаења, како и понатамошно унапредување на самиот експеримент и постапките при мерењето.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петковски Љ., Мицевски В., Физика за I година на реформираното гимназиско образование, Просветно дело АД Скопје, 2002.
2. Јоноска М., Зајков О., Јакимовски Д., Ристова-Васева М., Физика за I I година на реформираното гимназиско образование, Просветно дело АД Скопје, 2002.
3. Ivan V. Aničin, Obrada rezultata merjenja, Univerzitet u Beogradu: Fizički fakultet 1990.
4. Svetozar B., Naprijalo M., Žegarac S., Dojčilović J., Vidaković P., Zeković Lj., Praktikum iz fizike, Fizički fakultet, Beograd 1990.
5. Nikola Cindro, Fizika 1: Mehanika-Valovi-Toplina, Školska knjiga Zagreb, 1988.
6. Nikola Cindro, Fizika 2: Elektricitet i magnetizam, Školska knjiga Zagreb, 1988.
7. Ivan Filipović, Stjepan Lipanović, Opća i anorganska kemija I i II Dio, Školska knjiga Zagreb, 1988.
8. Peter Atkins and Julio de Paula, ATKINS *Physical Chemistry*, Eighth Edition, W. H. Freeman and Company, New York 2006.
9. Зборник радова, VI Меѓународна конференција о настави физике у средњим школама, Алексинац, 2018.
10. Leonardo M. Da Silva and Arthur H. de Castro, Revisiting ideal gases and proposal of a simple experiment for determining atmospheric pressure in the laboratory, *Quim. Nova*, Vol. 41, No. 7, 818-824, 2018.

Од идеја, преку експеримент и мерење до потврда на физички закон

м-р Стојан Манолев

Средно општинско училиште „Гоце Делчев“ – Валандово, Р.С.Македонија

Апстракт. Прашањата од видот: што е знаењето, како се добива знаењето, како го знаеме она што го знаеме, се предмет на епистемологијата, а физиката како наука впрочем тоа и најдобро го потврдува. Во овој труд со вршење на лабораториски активности и практична работа на часовите по физика, се обидувам да го доближам практичниот аспект и примената на законите по физика. Така “пропагирам” еден не, непознат методски приод кон усвојување на одредени содржини по физика, туку би рекол подзаборавен или целосно занемарен од наставниците по физика од повеќе причини: се бара многу сериозна подготовка; “кредата и таблата како и комјутерските симулации се идеални”, како спротивност на претходното, ; досадни се барањата на финасии за опрема на кабинетот по физика во никакви други мотивирачки услови. Предмет на изнесување на содржини во трудот се потврда на законот на слободно паѓање, Омовиот закон низ разни средини со посебен осврт на електрична струја низ течности и трансмисијата на светлина низ раствори како идеја до професионален инструмент.

Клучни зборови: Идеја, знаење, експеримент, мерење, закон.

ВОВЕД

Целта на овој труд е да се даде една воведна лекција за наставниците по физика во средното образование кои уште на самиот почеток се среќаваат со наставната единица „Модели, теории и закони“ и во која е потребно да се направи еден квалитетен вовед во предметот. Така, на своевиден начин се дава еден прилог во објаснувањето и одговорот на прашањата: на кој начин физиката доаѓа до знаења за различните физички појави, како се формираат физичките закони, што се тоа основни закони (принципи).¹ Ако се бараат одговорите на овие прашања, секако дека тие би биле пронајдени во користењето на научниот метод, којшто ги опфаќа набљудувањето, размислувањето и физичките експерименти.

ЕТАПИ НА НАУЧНИОТ МЕТОД

Набљудувањето и експериментот се првата етапа при испитувањето на физичките појави, а од таа етапа како прв чекор за добивање на знаења е набљудувањето. Така, како прва задача да се усвои тој чекор, набљудување се препорачува следниот пример. На извесна иста висина од подот во училиницата се држат два идентични листови хартија. Прашањето е, кој од листовите ќе падне за пократко време, ако се пуштат слободно да паѓаат. (слика 1).

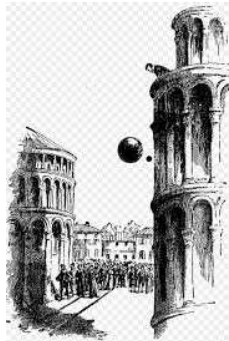
¹ Литература 1

Така, би следувале многу одговори помеѓу учениците, некои би одговориле – листот од левата рака, други би дале одговор другиот лист – листот од десната страна, некои би рекле истовремено и други различни одговори.



СЛИКА 1. Слободно паѓање на два идентични листови хартија со иста и различна форма

За да се расчистат сите дилеми околу точноста на некој од одговорите, потребно е да се направи експеримент или уште неколку експерименти и да се набљудува, а потоа да се донесат некои заклучоци. Еден од експериментите, при кој еден од листовите се стуткува, се прави како хартиено топче, покажува дека времетраењето на паѓањето зависи од формата на листот и стутканото ливче паѓа побргу. Во тој контекст може да се постават и други прашања кои уште многу, многу оддамна биле поставувани: дали од две тела пуштени слободно да паѓаат, ако едното е потешко - тоа ќе падне за пократко време. Пожелно е да се објасни и експериментот на Галилеј (кривата кула во Пиза), каде од иста висина пуштал тела со различна маса (цела и половина цигла – тела со различна маса, а ист пресек т.е иста површина на триење со воздухот).



СЛИКА 2. Експерименти со слободно паѓање на тела со различна маса

Сите дилеми ги објаснуваме со изведување на експериментот со Њутновата цевка прикажан на сликата подолу, каде во стаклена цевка од која е извлечен воздухот, се поставени 2 тела со различни маси и форми и во еден случај паѓат различно, а во друг случај истовремено паѓаат.



СЛИКА 3. Слободно паѓање на телата во воздух и вакуум

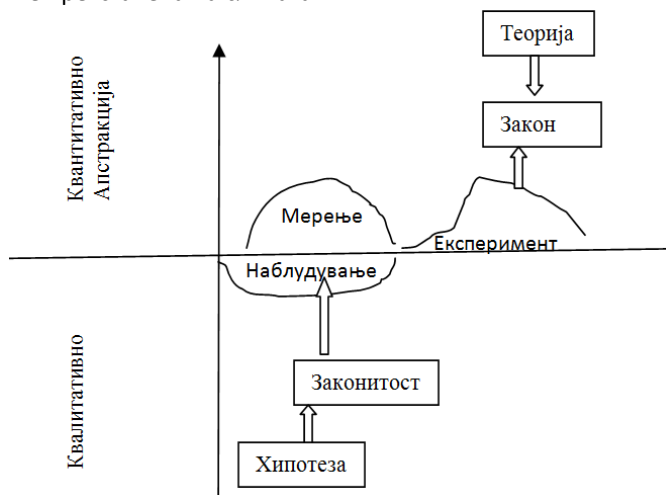
Како дополнителни задачи кои би можеле да се направат е и решавањето на нумерички задачи и проверка на равенката 1, од која може да се дојде до пресметување на времето на слободно паѓање од некоја висина, кое не зависи од масата на телата:

$$h = \frac{gt^2}{2},$$

од каде следува:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1)$$

Наједноставен модел кој го опишува доаѓањето до некоја равенка која го изразува физичкиот закон е претставена на сликата 4.



СЛИКА 4. Развоен пат: од хипотеза до закон

Физичкиот закон содржи повторливи и непроменливи односи помеѓу величините кои се изучуваат. Тоа значи дека било кој, било каде и било кога, под исти услови треба да дојде до исти односи.

Од експериментална задача до софистициран инструмент

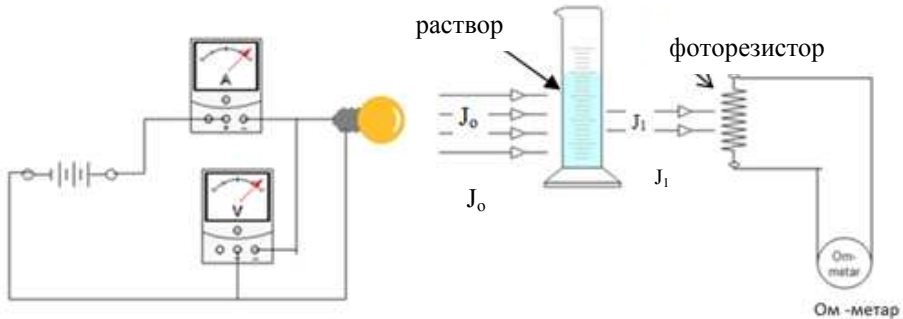
Во однос на тоа како каква е улогата на физиката до софистициран инструмент би се повикал на една изречена мисла на Макс Борн, во која вели „Пред физиката постои проблем: како реалните појави, набљудувани преку нашите органи и збогатени со инструменти, да се сведат на едноставни поими, погодни за точни мерења и полезни за квантитативна формулација на физичките закони“.²

Често пати се поставува прашањето на кој принцип функционира некој инструмент. Знаејќи за принципот на работа на некој инструмент, значи позитивна рефлексивност од изучените лекции на часовите по физика – или обратно, знаењето за некои физички закони овозможува пронаоѓање начин за мерење некоја физичка величина, односно инструмент.

Како задача на учениците им се дава да пронајдат начин на мерење на интензитетот на поминатата светлина низ неколку познати раствори на бакар сулфат со позната концентрација (5%, 30%, 40%) и интензитетот на поминатата светлина низ раствор со непозната концентрација и да дадат идеја за одредување на концентрација на непознат раствор.

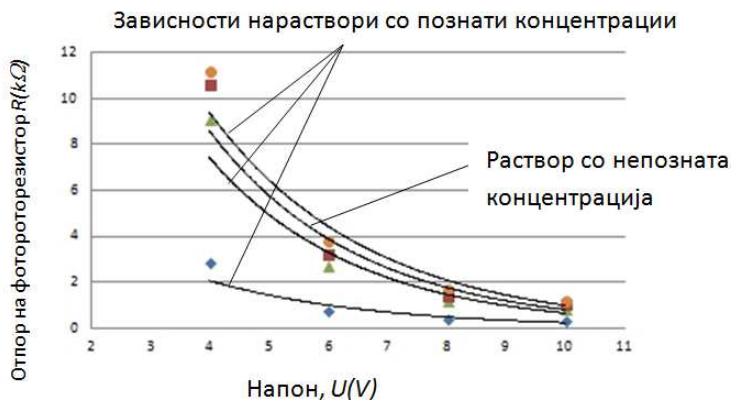
² Литература 2

Во нашиот пример, истражувајќи, учениците пронајдоа повеќе можности за мерење на интензитет на светлина која поминува низ раствор. Една од тие можности е дадена на шематскиот приказ на сликата 5, како еден дел од задача дадена на меѓународна олимпијада³ по физика. Самите графици беа посочени од една група од ученици, која работеше на една ваква проектна истражувачка задача, како можност за откривање на постапка за одредување на концентрација на непознат раствор, прикажани на сликата 6.



СЛИКА 5. Експериментална задача за мерење на транспарентност на светлина низ раствор

Резултатите од мерењата се следните прикажани на графикот подолу, слика 6:



СЛИКА 6. Графиците како можност за одредување на непозната физичка величина

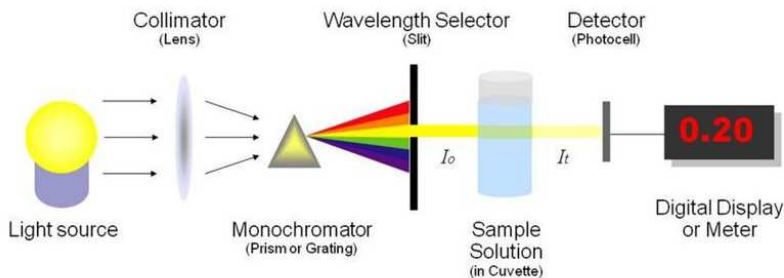
Анализа на графиците при донесување заклучоци

Значи, ако учениците направиле експеримент, добиле некои резултати, направиле табеларен или графички приказ, едноставно ги поминале речиси сите етапи на едно научно истражување на средношколско ниво. Така, знаејќи да вршат анализа на графици од некои мерења ги поставуваат фактички и основите на еден мерен инструмент, во случајот на спектрофотометар, слика 7. Во тој контекст, од многу интернет линкови и компјутерски симулации сл.8 без да се изведе ниту една практично мерење може да се добијат информации за принципот на работа на многу мерни инструменти.

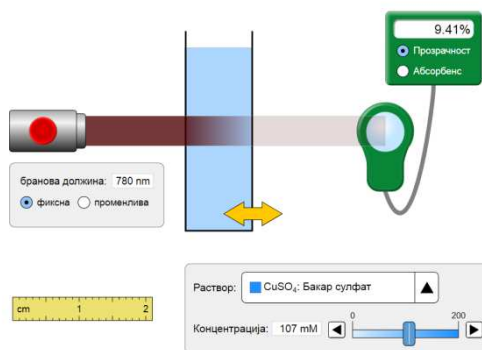
Како заклучок може да се поврзат и присуството и актуелноста на повеќе дидактички принципи поврзани со вклученоста на учениците во решавање на експериментални задачи: принципот на научност, принципот на систематичност и последователност,

³ Литература 5

принципот на пристапност според возраста на ученикот, принципот на индивидуализација, принципот на ученичка активност, принципот на очигледност, принципот на поврзаност на теоријата со пракса како и принципот на трајност на знаењето, умењата и навиките.



СЛИКА 7. Основни компоненти на секој спектрофотометар⁴



СЛИКА 8. Компјутерски симулации за објаснување на некои физички законитости⁵

ЛИТЕРАТУРА

1. Д-р Љубо А. Петковски д-р Васил Мицевски, Физика за I година реформирано гимназиско образование, III издание, Просветно дело АД Скопје, 2009
2. Маргарета Пецовска – Ѓорѓевиќ, Даница Крстовска, Мимоза Ристова, Оливер Зајков, Невенка Андоновска, Мирјана Јоноска, Александар Андоновски, Зора Митревска, Физика за III година средно стручно образование и наука на Република Македонија, Министерство за образование и наука на Република Македонија, Скопје 2010 г
3. https://phet.colorado.edu/sims/html/beers-law-lab/latest/beers-law_lab_mk.html
4. https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fslideplayer.com%2Fslide%2F15098390%2F91%2Fimages%2F12%2FUV%252FVIS%2BSpektrofotometar.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fslideplayer.com%2Fslide%2F15098390%2F&docid=js-a3JYqoMgj8M&tbid=qcai4KfikaM8ZM%3A&vet=12ahUKewjp7pLzqb_kAhUOlosKHRVICGQ4yAEQMvhgMGB6BAgBEGE..i&w=1024&h=768&bih=631&biw=1280&q=spektrofotometar&ved=2ahUKewjp7pLzqb_kAhUOlosKHRVICGQ4yAEQMvhgMGB6BAgBEGE&iact=mr&uact=8
5. 36th International Physics Olympiad. Salamanca (España) 2005
6. Milorad Mlađenović, Razvoj fizike, Mehanikai gravitacija, IRO Građevinska knjiga Beograd, 1983

⁴ Литература 4

⁵ Литература 3

Физика со роботика

Ефективна настава по физика заснована на роботика во средното образование

Никола Делевски¹

¹СОУ “Никола Карев”, Струмица, Р.Македонија

Апстракт. Денес, многу повеќе од било кога, роботите имаат значајна улога во секојдневниот живот. Секој просечен човек неможе да го помине својот ден без да дојде во контакт со автоматизиран уред. Учениците најдобро учат кога се ангажирани и се во интеракција со својата околина. Тогаш тие стекнуваат самодоверба во решавање проблеми од физика, развиваат подобро решавање на реални проблеми и стекнуваат вештини за тимска работа. Интегрирањето активности со примена на роботика во наставата по физика во средното образование обезбедува многу можности учениците да се вклучат во решавање реални проблеми. Овие активности им помагаат во развивање концептуално разбирање на принципите на физиката преку процесот на истражување, анализа на податоци, инженерство, дизајн и иновативност.

Во овој труд се опишува успешна употреба на LEGO® MINDSTORMS® роботите во дизајнирање активности засновани на роботика во наставната програма по физика во средното образование и се презентирани неколку пример активности кои користат LEGO® MINDSTORMS®. Учениците осмислуваат и извршуваат нови физички истражувања со алатка која помага тие да постигнат висока репродуктивност во нивните експериментални активности.

Ефективноста на користењето на LEGO® MINDSTORMS® роботите како алатки за воведување на учениците во основните концепти на програмирање со учење преку игра е во тоа што пристапот содржи колаборативни и забавни карактеристики, а воедно го потенцира елементот на конкуренција помеѓу учениците. Со ова се приближува учењето како забавна активност, каде преку употреба на LEGO® MINDSTORMS® роботи, се нуди пријатен, креативен и ефикасен метод за стекнување знаење за воведно програмирање.

Клучни зборови: Физика, роботика, настава по физика, наставна програма по физика за средно образование, LEGO® MINDSTORMS®, иновативност, учење преку игра.

ВОВЕД

Денес, роботиката е интегрирана во повеќе области, како што се медицината, индустријата и во секојдневниот живот. Современиот тренд сака да ја искористи роботиката во образовен контекст. Интеграцијата на роботиката во образованието е најавена како нов ветувачки пристап за зајакнување на процесот на учење, особено во областа на природните науки, технологијата, инженерството и математиката (STEM).

Во текот на изминатите години, направени се многу различни истражувања со цел да се објасни образовната корист од интеграцијата на роботиката во образованието. Повеќето истражувања покажуваат позитивни резултати од таквата интеграција и обично се фокусираат на развој на одредени вештини, како што се решавање проблеми, дедуктивна способност, критичко размислување, дружење и разбирање на разни концепти. Други истражувања сугерираат дека употребата на роботика развива научни процесни вештини, ја зголемува мотивацијата за учење, го подобрува квалитетот на учењето и има позитивни ефекти на ниво на соработка.

Потребата да се подготват учениците за технолошка култура која бара вештини за решавање проблеми, нови идеи и иновативни производи, се акумулира и расте. За да се подобрат перформансите на учениците и интересот за STEM наставните предмети преку едукативна роботика, учениците треба да се вклучат во сродни активности уште од најмала возраст. Имајќи ги предвид овие идеи, овој труд го претставува дизајнот на едукативен модул кој поддржува практични активности користејќи ги LEGO едукативните работи.

Едукативни работи на компанијата LEGO (LEGO® Mindstorms®) и учење преку игра

Образовните работи на компанијата LEGO (LEGO® MINDSTORMS®, „LM“ <http://mindstorms.lego.com/>) се користат за систематско воведување ученици, почетници, во кодирање и програмско учење [8], [11], [4], [2]. Дизајнот на наставниот материјал во LEGO се заснова на концептот дека учениците не само што треба да го градат знаењето самостојно и конкретно, туку нивното учење се воспоставува преку игра („учење преку игра“) [8], [11]. Ова мислење ги има своите почетоци кон пристапот на конструктивизмот [16] според кој учењето преку игра може да придонесе за создавање ново знаење кое се темели врз постојното знаење на учениците. Бидејќи учениците работат на теми што се интересни за нив, а бидејќи имаат директен контакт со концептите што се во основата на доменот, тие се мотивирани [9] и делуваат како вистински научници или пронаоѓачи. Затоа, целта на употребата на LM е интеграција на играта во наставната практика, со тоа што на учениците им се нуди можност да се забавуваат и да ја развиваат својата имагинација.

LEGO® Mindstorms®

LM е прилично нов производ на компанијата LEGO (првиот излезен во 1998 година) кој му припаѓа на т.н. категорија „едукативен комплет од 3^{та} генерација“ (<http://mindstorms.lego.com/>). Тоа е лесно програмабилен робот кој е придружуван од голем број коцки, мотори, сензори и друга опрема што помага во градењето на вистински робот модели. Овие работи можат да бидат програмирани, со цел да извршат наредби и да реагираат на различни стимули кои ги примаат преку нивните сензори.

При воведното програмирање, употребата на работи се очекува да има позитивно влијание врз учениците. LM се користат како алатка за наставни методи при решавање проблеми, нудејќи истовремено едноставен и едукативен интерфејс. Учениците ги гледаат LM роботите повеќе како игра, отколку како алатки за едукација, бидејќи поголемиот дел од учениците имаат играно LEGO коцки како мали. Делот со играта е многу важен фактор за промовирање на STEM предметите и ги мотивира учениците да учат [20].

Според некои истражувања употребата на роботите за учење е фокусирана кон програмирање концепти кои го попречуваат програмирањето ориентирано кон STEM предметите [14]. Истражувањата во средното образование имале позитивни резултати во врска со интересот на учениците за STEM наставен час со употреба на работи, како и позитивно остварување на нивната едукативна цел [4].

Edutainment

Терминот edutainment значи едукативен пристап во комбинација на игри и учење. Општиот концепт е поврзан со секоја игра што има образовна улога. Неговата цел е да го

претворот образованието во забавна активност, бидејќи е познато дека учењето на тој начин е полесно, посуштинско и побрзо се постигнува кога се комбинира со играње [12]. Овој концепт подразбира активности во кои учениците користат компјутер или други дигитални алатки, како што се роботи, кои им даваат морално задоволство. Овие активности им помагаат на учениците да ги прошират своите знаења и во исто време практично да ги искористат термините што се изучуваат во различни STEM предмети.

Во текот на последните години многу научници го проучуваат влијанието на користењето на LM во STEM образованието, усвојување на идеи за конструктивизам и уредување [1,4]. Истражувачите кои се занимаваат со ова дошле до охрабрувачки резултати [3,12]. Чандана, Хафнер и Бонгард (2000) тврдат дека учениците не само што научиле да ги разберат термините од наставната содржина, но исто така и што е најважно, тие се интегрирале во нивните структури на знаење како алатки и конструктивен материјал што може да се употреби во иднина. Покрај тоа, истражувачите известуваат дека единствениот негативен фактор, според учениците, е дека „требаше да трае подолго“.

Еден од проблемите со кои се соочуваат учениците е употреба на програмска околина која треба да се создаде за време на процесот при решавање проблеми [19]. Разбирање на добиените податоци при операциите што ги извршува роботот се од големо значење за ученикот [20].

Важно прашање во рамките на учење преку игра е секако конкуренцијата меѓу поединци и/или тимови. Поголемиот дел од поврзаните истражување сугерираат колаборативно и не „конкурентно“ учење [21]. Истражувањето за анализа на последиците од конкуренцијата во наставата потенцира дека овој вид учење може да се промовира само доколку наставникот ефикасно ја користи конкуренцијата, односно ја претвара во силен мотив за ангажирање на учениците во STEM предметот [13].

ФИЗИКА СО РОБОТИКА

Живееме во ера на се поголема примена на технологијата во секојдневието, почнувајќи од лаптопите, таблетите, мобилните телефони, GPS системи и.т.н. Децата постојано се во контакт со високо-технолошки алатки. Сепак се создава дигитален јаз, бидејќи училиштата немаат часови за да ги запознаат учениците за тоа како се дизајнирани овие уреди. Дури и напредни часови по физика не успеваат да извлечат врски помеѓу концептите што ги учат и како тие всушност се релевантни во модерната технологија. Школските експерименти каде се употребуваат светилки за да се совладаат електричните кола со отпорници се далеку од LCD екран; изучување на ротационо движење со употреба на мобилни телефони е веќе стар метод во наставата по физика; оптиката што се учи со оптички леќи нуди само неколку примери за тоа како функционира дигиталната камера. Секако овие основи се неопходни, но не треба да бидат конечни во современата настава по физика. Таа треба да ги вклучи овие идеи во модерна лабораториска опрема и да им помогне на учениците да го премостат јазот помеѓу она што го доживуваат како природна наука, технологија, инженеринг и математика во училиште и како тие ги доживуваат во светот околу нив.

Методологијата и идеите за едукативни работи произлегуваат од 1960-тите, кога првите хардверски платформи заедно со компјутерите биле користени во истражувачки студии во училиштата. Во 1990-тите, интересот за едукативни работи пораснал и денес има многу решенија достапни за употреба во училиштата. Сегашните причини за

употреба на роботи во наставниот процес се базираат претежно на впечатоци од наставници и ученици.

Сепак, роботиката може да се смета како „алатка“ за создавање многу иновативни пристапи кон STEM образованието и наставата по физика, како што се, учење со истражување и решавање проблеми.

Учениците имаат потешкотии при совладувањето на новите наставни содржини во предметот физика. Тие напредуваат, вложувајќи многу ентузијазам, но сепак, кога треба да го применат своето стекнато знаење во реалниот свет, тоа претставува предизвик при решавање проблем или да се направи ново истражување. Со тоа што ќе им се дозволи на учениците да решат проблем каде што одговорот не е на лист со одговори, учениците учат самодоверба, решавање проблеми, тимска работа и стекнуваат подобро разбирање на основните концепти од наставата по физика. Проблемите, засновани на реални ситуации, им обезбедуваат на учениците причини да научат нови наставни содржини и им дава можност да го пренесат своето знаење во нови ситуации (Роџерс, 2009). Употребата на инженерски проблеми исто така помага да се насочи вниманието на учениците кон процесот, како и кон конечниот исход.

Роботиката им дава можност на учениците да ги претстават своите идеи на различни начини преку користење роботи. Како учениците совладуваат нови содржини, тие стекнуваат вештини за да ги претстават своите идеи на различни начини како што се пишување, математика, конструирање и вербална дебата (Голдин и Штинголд, 2001). Добро осмислените активности со употреба на роботика, им даваат на учениците големи можности да дискутираат за нивните идеи; да искористат математички алатки; да ги претстават нивните откритија преку математички модели; да конструираат роботи што ги претставуваат нивните идеи и решенија, како и да се вклучат во вербална дебата за истите.

Потребно е да се земе предвид комплексноста на предметот физика, каде улогата на наставникот е да создаде почетно знаење за учениците соодветно да напредуваат во учењето. Воведување роботика како активност на часови по физика им овозможува на учениците да учествуваат во целиот процес преку дизајн, изведба и тестирање на свои експерименти. Тие изведуваат нови истражувања со алатка која им помага да постигнат високо ниво на прецизност во нивните мерења и репродуктивност во нивните експерименти.

LEGO® MINDSTORMS® едукативниот комплет им нуди на учениците и наставниците голем број можности за проекти без значителни ограничувања. Покрај тоа, многу ученици се запознаени со LEGO, а нивниот модуларен дизајн дозволува повеќе решенија за дадена задача. Употребата на сензори и мотори кои се компатибилни со LEGO® MINDSTORMS®, им овозможува на учениците во средно образование по наставниот предмет физика да се вклучат во многу разновидни активности. На пример, учениците можат да ги истражуваат границите на звучен сензор при дизајнирање подобра заштита на ушите, истражување на феномените на рефлексивност и интензитет на светлина со светлосни сензори, експериментирање со сили на магнетно поле до креирање систем за навигација.

Фундаментално за овие активности засновани на роботика е синтезата помеѓу истражувањето и дизајнирањето. Синтеза што го затвора јазот помеѓу „концептите и вештините на физиката и практичната употреба на тие вештини, помагајќи им на учениците она што учат во училищата да го користат при решавање реални проблеми“ (Church, Ford, & Perova, 2009, стр. 9).

Пристап на учење со примена на роботика

Овој труд се фокусира главно на користење работи како алатки во процесот на учење во наставата по физика во средното образование. Целната група на едукативни работи била поставена 1980-тите од страна на едукативното одделение во компанијата LEGO. Ова одделение било преименувано во LEGO Дакта, чија цел била да ги прошири образованите можности на играчките LEGO. Побарувачката на едукативни играчки, а најмногу за работи, се зголемила во 1998 година кога LEGO Education (порано LEGO Дакта) го објавил едукативниот пионерски концепт Mindstorms. Во 2013 година е објавена последната платформа, наречена EV3. Ажурирањата вклучуваат нови начини на комуникација со роботите на LEGO, како што се WiFi и снимање податоци на SD картичка. LEGO роботите не се единствените програмибилни “играчки” на пазарот на образование, но тие се едни од најкористените работи, поради следниве пристапи:

- учење преку истражување;
- тимско учење;
- решавање на проблем;
- учење засновано на проекти;
- учење засновано на конкуренција;
- задолжително учење.

ПРИМЕР АКТИВНОСТИ

Примери на активности во кои се употребени LEGO MINDSTORMS работи во наставните програми по физика за средно образование. Секој пример содржи преглед на активноста и цели на учење.

Зависност на брзината наспроти забрзувањето кај автомобилите

Учениците работат во група за да сфатат што е поважно во трка на автомобили, брзина или забрзување. По активноста за дизајнирање/градба на своите автомобили работи, учениците со употреба на сензор започнуваат да го мерат растојанието, брзината и забрзувањето на нивниот автомобил робот. Тие ги цртат, прикажуваат, гледаат и анализираат графициите за движење преку функцијата за логирање на податоците на програмата LabVIEW. Целите на учење на оваа активност се:

- Учениците да можат да ги објаснат поимите брзина и забрзување.
- Учениците да можат да ги користат поимите брзина и забрзување за опишување различни движења.
- Учениците да можат да креираат истражување со кое ќе ги откријат и испитуваат факторите и физичките величини кои влијаат на брзината и забрзувањето на автомобилот.
- Учениците да стекнат вештини за практична примена на стекнатите знаења и да откриваат врска помеѓу физичките знаења од една страна и техничките и конструкторските фактори од друга страна (време на патување, однос помеѓу брзината и големината на тркалата и слично).
- Учениците да знаат да применуваат научен експеримент за проверка и подобрување на процесот на дизајнирање, со цел да се постигнат максимално забрзување и максимална брзина.

Едноставно хармониско осцилирање

Во оваа активност, учениците употребуваат LEGO микроконтролер и ултразвучен сензор за да ја проверат промената во вертикалното движење на пружина која осцилира. Пресметките за амплитудата и периодот на осцилирање можат да се добијат со употреба на податоците од добиениот график. Целта на учење на оваа активност е:

- Анализа на периодично движење и карактеристиките на графикот за поместувањето на едноставно хармониско движење.

Мерач на време-штоперка

Во оваа активност, учениците ги користат нивните предзнаења од едноставно хармониско движење, за да конструираат механички мерач на време од 10 секунди. Учениците работат во групи за да дизајнираат нишало и сензорски пакет за броење осцилации. Нивниот дизајн е успешен ако означува 10 секунди со аудио/визуелен приказ (Слика 1). Цели на учење на оваа активност се:

- Учениците да можат да објаснат што е хармониска осцилација, да ги објаснат величините кои го опишуваат ова движење и да ја знаат врската помеѓу нив.
- Учениците да ги знаат принципите на мерење време и можностите за користење осцилатор за таа намена.
- Учениците да можат да решаваат практични проблеми поврзани со мерење време, да конструираат уреди за мерење време.
- Учениците да знаат да применуваат ИКТ за решавање на сродни проблеми (примена на MINDSTORM сензори за мерење и испитување на хармониски осцилации и испитување на уреди за мерење време).



СЛИКА 1. Lego Мерач на време заснован на физичко нишало. Во овој дизајн на учениците, мерачот брои осцилации со сензорот за светло и означува кога поминуваат 10 секунди преку визуелен приказ на екранот и со звучен тон.

Контрола на звукот

Во оваа активност, учениците истражуваат звучни бранови. Поточно, тие го користат сензорот за звук на LEGO за испитување на интензитетот на звучен бран со осмислување на експерименти за испитување на величините што влијаат на мерењето на гласноста на звучен бран. На пример, учениците мерат величини како што е растојанието помеѓу изворот на звук и микрофонот, насока на звучен бран и форма (конус или сфера) и спроводливост на звукот низ различни средини. Конечно, тие дизајнираат подобра звучна заштита и тоа што го научиле преку истражувањето и го применуваат за решавање проблеми. Цели на учење на оваа активност се:

- Учениците да знаат да ја објаснат суштината на звучните бранови, да го објаснат принципот на пренос на енергија со помош на звучните бранови,
- Учениците да знаат да ги мерат физичките величини кои ги опишуваат карактеристиките на звучните бранови,
- Учениците да знаат да ја објаснат поврзаноста помеѓу амплитудата, енергијата, моќноста и интензитетот на звучните бранови,
- Учениците да знаат да креираат истражување со кое ќе ја испитуваат зависноста на гласноста од разни физички величини,
- Учениците да знаат да го применат стекнатото знаење во практични ситуации за решавање проблеми и креирање ефикасна звучна заштита.

ЗАКЛУЧОК

Кога беа развивани активностите наведени во овој труд, основата на нивниот дизајн беше направен врз согледувањата на авторот, споделени согледувања со други наставници и релевантна литература.

Ако се споредат други направени активности за брзина/забрзување и активности кои ги спроведовме со LEGO MINDSTROMS роботите, се забележува дека учениците повеќе се ангажираат во активност со роботите, каде покажуваат повисоко ниво на сопственост и вложување во сопствената работа. Со оваа нивна ангажираност учениците ги совладуваат концептите на брзина и забрзување преку интеракција и соработка со своите соученици и наставникот, користат повратни информации во реално време од графици за движење и повратни информации за постигнатото. Квалитетните повратни информации за постигнатото, прават голема разлика во училищата, бидејќи учениците сакаат да ги постигнат целите на задачата. Во оваа задача, тие сакаат нивните LEGO автомобили да имаат голема брзина или големо забрзување. За постигнување на оваа цел, тие вложуваат голема енергија во решавањето на зададениот проблем. При демонстрација и објаснување на нивниот креиран автомобил, тие самоуверено го покажуваат подобреното разбирање за брзина и забрзување. Подобрување на знаењата е исто така постигнато и во активностите, креирање мерач на време и намалување на звукот.

Во многу физички активности во средното образование се вклучени комплексни математички односи. Со користење на работи кои самите ученици можат да ги кодираат, употребата на податоците што доаѓаат од нивните сензори за тестирање и проверувањето на резултатите од нивните идеи, бројот на ученици кои поуспешно ја совладуваат комплексноста на математичките релации и посамуверено создаваат решенија според зададените проблеми се зголемува, споредено со нивните минати

согледувања од активности на иста содржина преку различни наставни техники и методи. Тие започнуваат правилно да расудуваат за физичките проблеми и правилно ги објаснуваат перформансите на нивните конструкции. Меѓутоа потребни се поформални студии.

Користејќи LEGO® MINDSTORMS® едукативни работи за да се совладаат физички концепти во средното образование, се создава ефективна средина за учење и за развој на концептуално знаење преку процес на дизајнирање, градба и експериментално тестирање. Во овој труд, опишав неколку активности тествани во училишта кои се насочени кон темите за брзина, забрзување, едноставно хармониско осцилирање и звучни бранови. Откривме дека овие експерименти обезбедуваат моќна образовна рамка од комбинирање на научни истражувања и инженерски дизајн, каде учениците не само што ги учат физичките концепти и вештините за нивно испитување, но развиваат и вештини за практична примена на нивното стекнато знаење. Учениците имаат можност да ги развијат своите вештини за тимска работа, за соработка, комуникациски вештини и да станат повеќе независни и самоуверени во наставата по физика.

ЛИТЕРАТУРА

1. Asada, M., D'Andrea, R., Birk, A., Kitano, H., & Veloso, M., (2000). Robotics in Edutainment. Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Francisco, 795-800.
2. Beisser, S. R. (Jan 2006). An Examination of Gender Differences in Elementary Constructionist Classrooms Using Lego/Logo Instruction. Computers in the Schools, 22, 7-19.
3. Chandana, P., Hafner, V., & Bongard, J. (2000). Teaching new artificial intelligent using constructionist edutainment robots.
4. Dagdilelis, V., Sartatzemi, M. & Kagani, K. (2005). Teaching (with) Robots in Secondary Schools: some new and not-so-new Pedagogical problems. In ICALT'05 - Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies.
5. Daniel, C., & Cliburn, D. C. (2006). Experiences with LEGO MINDSTORMS throughout the Undergraduate Computer Science Curriculum. CA 36th ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference, San Diego, 1-6.
6. Green, T., Hoc, J. M., Samurcay, R., & Gilmore, D. (1990), Psychology of programming, San Diego: Academic Press.
7. Hirst, A. J., Johnson, J., Petre, M., Price, B. A., & Richards, M. (2003). What is the best programming environment/language for teaching robotics using Lego Mindstorms?. ArtifLife Robotics, 7, 124-131.
8. Hussain, S., Lindh, J., & Shukur, G. (2006). The effect of LEGO Training on Pupils' School Performance in Mathematics, Problem Solving Ability and Attitude: Swedish Data. Educational Technology & Society, 9(3), 182-194.
9. Jarvinen, E. & Hiltunen, J. (2000), Automation technology in elementary technology education, Journal of industrial teacher education, 37(4), 51-76.
10. Kaskalis, H. T., Dagdilelis, V., Evangelidis, G., & Margaritis, G. K. (2001). "Implementing Applications on Small Robots for Educational Purposes: Programming the LEGO Mindstorms," Proceedings of the 5th Hellenic – European Conference on Computer Mathematics & its Applications (HERCMA 2001), 337–341.
11. LEGO Dacta A/S. Study of Educational Impact of the LEGO Dacta Materials -INFOESCUELA – MED. Retrieved June, 15, 2007 from <http://www.lego.com/education/download/infoescuela.pdf>
12. Lund, H. H., & Nielsen, J. (2002). An Edutainment Robotics Survey. In Proceedings of the Third International Symposium on Human and Artificial Intelligence Systems: The Dynamic Systems Approach for Embodiment and Sociality, Fukui.

13. Marlow, E. (2001). Cooperative Learning versus Competition: Which Is Better?. U.S. Department of Education, Opinion Papers, 1-12.
14. McNally, M., Goldweber, M., Fgin, B., & Klassner, F. (2006). Do Lego Mindstorms Robots have Future in CS Education?. ACM SIGCSE Bulletin, Volume 38, Issue 1, 61-62.
15. Noguez J., Huesca L. G., & Sucar E. (2007). Shared Learning Experiences In A Contest Environment Within A Mobile Robotics Virtual Laboratory.
16. Papert S. (1993). Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas, Second edition by Basic Books.
17. Omar Mubin, Catherine J. Stevens, Suleman Shahid, Abdullah Al Mahmud and Jian-Jie Dong, "A REVIEW OF THE APPLICABILITY OF ROBOTS IN EDUCATION"
18. Marievie Panayiotou and Nikleia Eteokleous-Grigoriou, Frederick University Cyprus "Using LEGO Mindstorms as an Instructional Tool to teach Science in Primary Education"
19. Heilo Altin, Margus Pedaste, University of Tartu, Estonia, "LEARNING APPROACHES TO APPLYING ROBOTICS IN SCIENCE EDUCATION"
20. William Church, Tony Ford, Natasha Perova, Chris Rogers, "Physics With Robotics Using LEGO® MINDSTORMS® in High School Education"
21. Jonathan Crymes, "Utilizing Hands-On Robotics to Teach Physics and Engineering"
22. Sheila Tejada, Neil Traft, Malcolm Hutson, Harold Bufford, Matthew Dooner, Joshua Hanson, Anthony Radler, George Mauer, Department of Electrical Engineering & Computer Science, 211 Stanley Thomas Hall, Tulane University, New Orleans, LA 70118, "Educational Robots: Three Models for the Research of Learning Theories and Human-Robot Interaction"

Примена на математиката во објективно утврдување на времетраењето на користење на современата технологија и нејзино влијание врз постигнатиот успех на учениците

Анкица Спасова¹, Викторија Илиеска²

¹ООУ "Тихомир Милошевски", Скопје, Република Северна Македонија

²ООУ "Коле Неделковски", Скопје, Република Северна Македонија

Апстракт. Развојот на логичкото мислење на учениците, зголемувањето на нивната концентрација и оспособувањето за примена на стекнатите знаења, се дел од главните математички образовни цели. Воедно, истите од друга страна претставуваат добра основа за негување и развивање на инвентивноста на учениците, од која придобивките не се само нивни, туку и на пошироката заедница како на краткорочен, така и на долгорочен план. Подучуваме ученици кои живеат во време на брз технолошки развој и придобивките од истиот секојдневно ги ползуваат. Кај младата популација се повеќе расте бројот на часови поминати со нивните најдобри "пријатели": мобилни телефони, таблети, компјутери... Кај дел од нив е алатка за добивање информации, поголем дел го "трошат" времето, преку играње видео игри или едноставно им служат за полесна комуникација преку социјалните мрежи. Во овој труд е презентирана проектна задача изработена со ученици од една паралелка од осмо одделение, при темата "Работа со податоци", во наставен предмет, математика. Целта на истражувањето со назив "Просечно поминато време со современа технологија во текот на еден училишен ден" е учениците самите објективно да утврдат колку и конкретнo за што ја користат технологијата, да ги анализираат добиените податоци, а со сето тоа, да дојдат до заклучоци за позитивното / негативното влијание на истата врз усвојување на математичките знаења и најважно да следат препораки за соодветно користење на современата технологија за унапредување на квалитетот на усвоените знаења и постигнување на подобри резултати во соодветната област.

Клучни зборови: современа технологија, математичко знаење, позитивно/негативно влијание.

ВОВЕД

Математиката како наставен предмет игра клучна улога во развојот на логичкото мислење кај учениците и во образовниот процес. Покрај развојот на логичкото мислење, зголемувањето на нивната концентрација и мотивација, така и оспособувањето за примена на стекнатите знаења, се дел од главните математички образовни цели. Воедно, истите од друга страна претставуваат добра основа за негување и развивање на инвентивноста на учениците, од која придобивките не се само нивни, туку и на пошироката заедница како на краткорочен, така и на долгорочен план.

Подучуваме ученици кои живеат во време на брз технолошки развој и придобивките од истиот секојдневно ги ползуваат. Кај младата популација се повеќе расте бројот на

часови поминати со нивните најдобри “пријатели”: мобилни телефони, таблети, компјутери... Кај дел од нив е алатка за добивање информации, поголем дел го “трошат” времето, преку играње видео-игри или едноставно им служат за полесна комуникација преку социјалните мрежи. Иако до учениците постојано стигнуваат информации за штетното влијание од модерната технологија преку користењето на Wi-fi уреди, од постојаното користење на ТВ-приемниците, од комуникацијата преку социјалните мрежи која води до оттуѓување, до зголемената анксиозност од играњето на видео игри..., дали и колку објективно се свесни за сето тоа? Можеби учениците овде би навеле во одбрана, дека современата технологија е корисна од повеќе причини, како брз извор на информации, како лесен начин за комуникација на далечина, како интересен начин на поминување на времето преку гледање или слушање на соодветна содржина... Но, дали учениците се навистина свесни колкав дел од своето време поминуваат во виртуелната реалност, сакајќи или несакајќи, свесно или несвесно?

Сето ова не наведе на идеја да ги соочиме младите да го осознаат свесно проблемот, за воопшто да можат со него да се “изборат”. Како појдовни точки на истражувањето се земени наставни содржини од темата “Работасо податоци”, која се обработува во наставниот предмет математика во осмо одделение, во основно образование. Поврзувањето со наставен училишен предмет, воопшто не е случајно. Напротив, дава една друга светлина на математиката, како начин да се дојде до информација, лично за себе. Истражувањето е изработено со ученици од осмо одделение при ООУ “Тихомир Милошевски”, Скопје.

Називот на проектната задача е “Просечно поминато време со современа технологија во текот на еден училишен ден”. Самото истражување со одредени заклучоци може да придонесе за унапредување како на процесот на поучување, така и на процесот на учење и постигнување подобри резултати, но најмногу на подигнување на свеста на младиот човек како, колку и зошто да ја користи современата технологија.

Цел на истражувањето:

- ✓ Учениците со примена на математички знаења, сами, објективно да утврдат колку и конкретност за што ја користат современата технологија.
- ✓ Да се анализира успехот на учениците по замена на дел од изминатото време за користење на современ уред, со време за совладување на одредена наставна содржина.

ИЗРАБОТКА НА ПРОЕКТНАТА ЗАДАЧА “ПРОСЕЧНО ПОМИНАТО ВРЕМЕ СО СОВРЕМЕНА ТЕХНОЛОГИЈА ВО ТЕКОТ НА ЕДЕН УЧИЛИШЕН ДЕН”

На учениците кои беа земени за примерок на ова истражување, им беше дадено да ја пополнат Табела 1. По собирањето на податоците учениците треба:

1. да ги претстават податоците во табела на фреквенција;
2. за секој технолошки уред, да пресметаат: аритметичка средина (просек), модална класа и медијана;
3. за секој технолошки уред, да ги претстават податоците по класи со столбест и секторски дијаграм;

4. од добиените просеци, да направат столбест и секторски дијаграм за сите уреди заедно каде како столбчиња / сектори ќе бидат вредностите од просеците, а нивните имиња ќе бидат:
- (1) Просечно време поминато на компјутер/лаптоп за играње игри
 - (2) Просечно време поминато на компјутер/лаптоп за комуникација на социјални мрежи
 - (3) Просечно време поминато на мобилен телефон за играње игри
 - (4) Просечно време поминато на мобилен телефон за комуникација на социјални мрежи
 - (5) Просечно време поминато за гледање телевизија и
 - (6) Просечно време за истражување на интернет за добивање информации поврзани со одредена наставна содржина (или соодветна наобразба).
5. Од соодветните дијаграми, да направат анализа и согледувања за добиените резултати.

ТАБЕЛА 1. Изминато време на користење на современ уред

Вид на современ уред	$0 < p \leq 1h$	$1 < p \leq 2h$	$2 < p \leq 3h$	$3 < p \leq 4h$	$4 < p \leq 5h$	$p > 5h$
Компјутер/лаптоп за игри						
Компјутер/лаптоп на социјални мрежи						
Мобилен телефон за игри						
Мобилен телефон за социјални мрежи						
Телевизор						
Пребарување на интернет/користење на програмски пакети за училишни образовни потреби						

Резултати од истражувањето во темата “Работа со податоци”

По потполнување на Табела 1, од страна на учениците и собирањето на податоците, добиените резултати табеларно се претставени во Табела 2. Истите со столбест дијаграм се претставени на Слика 1.

ТАБЕЛА 2. Резултати од анкета - Изминато време на користење на современ уред

Вид современ уред	$0 < p \leq 1h$	$1 < p \leq 2h$	$2 < p \leq 3h$	$3 < p \leq 4h$	$4 < p \leq 5h$	$p > 5h$
Компјутер/лаптоп за игри	10	5	5	3	2	2
Компјутер/лаптоп на социјални мрежи	8	7	4	3	2	3
Мобилен телефон за игри	13	3	4	3	2	2
Мобилен телефон за социјални мрежи	3	5	6	10	2	2
Телевизор	6	9	7	3	1	2
Пребарување на интернет/користење на програмски пакети за училишни образовни потреби	17	7	3	0	0	0



СЛИКА 1. Графички приказ на резултати за изминато време на користење современа технологија

Понатамошните барања за одредување просек, мода и медијана на изминато време за користење на современ уред, се претставени во Табела 3, а на Слика 2, даден е графички приказ на просекот.

Табела 3. Просек, мода и медијана на времето поминато на одреден современ уред

Вид на современ уред	Компјутер/лаптоп за игри	Компјутер/лаптоп на социјални мрежи	Мобилен телефон за игри	Мобилен телефон за социјални мрежи	Телевизор	Пребарување на интернет/ користење на програмски пакети за училишни образовни потреби
просек	1,3	2,2	1,9	2,9	2,2	1,0
класа на медијана	1<p≤2h	1<p≤2h	1<p≤2h	1<p≤2h	1<p≤2h	0<p≤1h
модална класа	0<p≤1h	0<p≤1h	0<p≤1h	3<p≤4h	2<p≤3h	0<p≤1h

аритметичка средина за време поминато во користење на современа технологија



СЛИКА 2. Графички приказ на просечно поминато време на екран од современ уред во денот

Од Табела 3 и Слика 2, по продлабочување на анализите, проследени со дискусија од самите чинители, учениците дојдоа до заклучок дека голем број од нив поминуваат по повеќе од 2 часа на современи технолошки уреди.

Тој број воопшто не е занемарлив, односно се движи околу половина или повеќе од бројот на испитаниците. Најголем е бројот на ученици кои ги користат своите мобилни телефони за комуникација на социјалните мрежи, како најдостапен, најбрз и наједноставен начин. Што наведува на фактот дека учениците постојано имаат достапност до своите мобилни телефони, ако се спореди со бројот кој ја покажува употреба на компјутерите. Иако разликата во бројките (2,9 во однос на 2,2) можеби не е многу екстремна и покажува само благ пад, укажува на тоа дека најдостапниот уред (во случајов мобилен телефон), е во најголема употреба за комуникација, која наместо да биде вербална е сведена на виртуелна.

Подобрување на успехот преку мотивација и користење на современата технологија за математички цели

Во даденово истражување, предметниот наставник по математика воедно е и нивен одделенски раководител кој на еден додатен час заедно со нив пребарува на интернет за штетното/позитивното влијание од современата технологија.

Учениците истакнаа неколку клучни заклучоци кои ги нашле како информација за негативното влијание од прекумерното користење на екран:

- Намалување на концентрацијата, што секако би се одразило во решавање математички проблеми
- Намален успех по сите предмети, меѓу кои секако е и математиката

- Создавање зависност од користење дигитални уреди
- Намалување на време поминато за спорт и физички активности

Секако овде беа истакнати и позитивните страни:

- Олеснување на социјална интеракција
- Алатка за учење, зголемување на креативноста, комуникацијата и дружењето во умерени граници на користење,[3-5].

Истражувањето продолжи со мотивирачки фактор од самиот наставник, како предлог-договор: учениците, дел од времето поминато на современ технолошки уред за видео-игри и комуникација на социјални мрежи, соодветно да го заменат со истражување за совладување на одредена математичка наставна содржина.

Паралелката во која е спроведено истражувањето заедно со нивниот наставник беше дел од проект "Учење преку правење, Да ти можеш". Притоа им беа посочени примери за важноста на образованието, за развојните можности на интелектуалните способности преку негување на љубопитноста, упорноста, позитивно гледиште на работите и истрајност преку темелна пракса за поставената цел. Исто така беа дадени примери на познати личности кои со упорност ја постигнале својата цел. Односно, сведено на ученичко гледиште, упорноста што ја користат за совладување на одредено "ниво" на пример видео-игра, да ја заменат за совладување на одредена математичка наставна содржина,[1].

Учениците доброволно се пријавија, со услов: ниска оценка по математика и голем дел од времето поминато играјќи видео-игри. Самостојно избраа тема, и со времетраење од еден месец, го намалија времето за играње видео-игри и за социјални мрежи, а тоа време го користеа за совладување на пропусти во учењето.

Од пријавени 8 ученици со оценки во опсег од 1 до 3 на крајот од првото полугодие, кај сите имаше скок во оценките за темата која сами ја одбраа во формативното оценување на наставникот, како и во крајната оценка за дадената тема. Две теми кои преовладуваа беа операции со дробки и геометриски трансформации.

Покрај тоа што решаваа задачи, учениците цело време беа водени со проверка и задавање задолженија од наставникот.

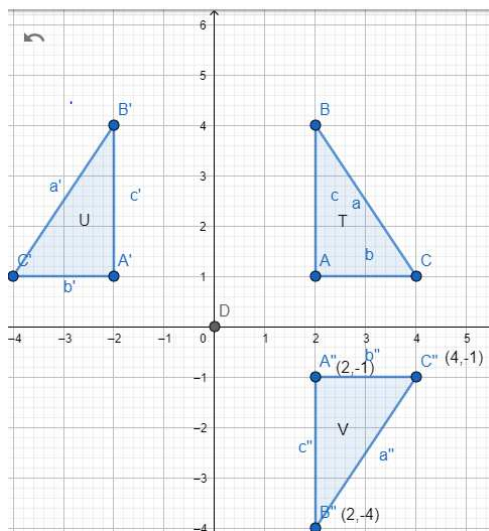
Голема помош за увежбување и совладување на темите имаа математичките пакети Kbruch за дробки и Geogebra за геометриски трансформации. Учениците имаа за задача откако ќе ги решат добиените задачи во тетратка истите да ги решат во соодветниот пакет и да видат дали добиле точно решение.

Конкретен пример за користење на пакетот Geogebra е даден на Слика 3. каде е дадено решение на Задача 1.

Задача 1. Нацртај координатен систем и во него означи ги точките $A(2,1)$, $B(2,4)$ и $C(4,2)$. Поврзи ги точките во триаголник и означи го триаголникот со T .

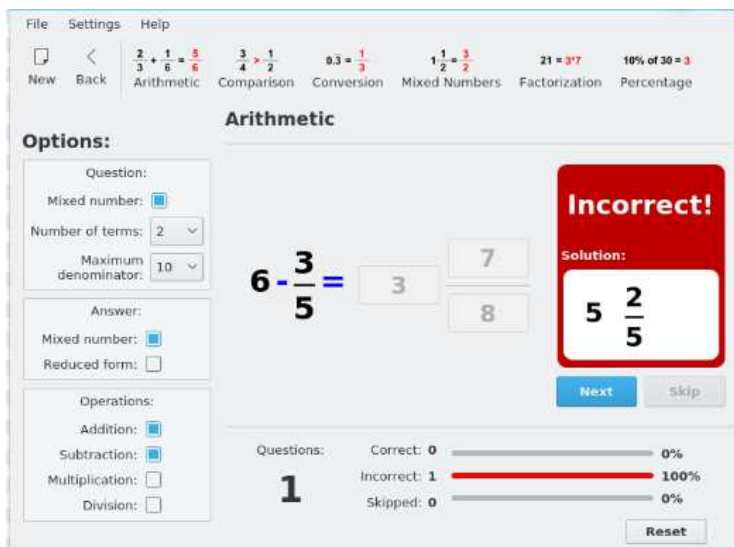
- Одреди ја сликата на триаголникот T при осна симетрија во однос на y -оската. Означи го новиот триаголник со U ;
- Ротирај го триаголникот U за 180° околу координатниот почеток. Означи го новиот триаголник со V ;
- Запиши ги координатите на темињата на триаголникот V .

GeoGebra Graphing Calculator



СЛИКА 3. Решение на Задача 1. Geogebra

Конкретен пример за користење на пакетот Kbruch даден на Слика 4. каде е дадено решение на задача која ја генерира самиот пакет и кое во дадениот случај не е точно. Во исто време ученикот може да го види точното решение и да се обиде за домашна задача со користење на правилата да дојде до истото. За овој пакет учениците ги решаваат во тетратка задачите и го вметнуваат крајното решение. Во врска со решението треба да внимаваат да биде дробката запишана во нескратлив облик и во облик на мешан број доколку како резултат се добие неправилна дробка.



СЛИКА 4. Решение на задача со дробки во Kbruch

Од сета активност, произлезе анализа дали современата технологија има влијание врз постигнување на повисоки резултати во усвојување на одредена математичка наставна содржина, преку споредување на нивото на совладување на одредена математичка наставна содржина, пред и по примена на современа технологија за истата од страна на учениците.

ЗАКЛУЧОК

Од истражувањето произлегоа повеќе заклучоци:

- ✓ Погolem број од учениците беа изненадени колку време поминуваат во користење на уреди со современата технологија
- ✓ Најголем дел од нив ја користат современата технологија за комуникација на социјалните мрежи, за играње игри и за гледање телевизија, а мал број за училишни и образовни потреби
- ✓ Успехот кај сите ученици кои доброволно се пријавија, да направат замена на дел од изминатото време за користење на современ уред, со време за совладување на одредена наставна содржина, значително се зголеми, кај некои повеќе, кај некои помалку. Сепак имаше пораст на совладаните содржини.
- ✓ За да учениците ги откријат позитивните придобивки на современата технологија за училишни-образовни потреби потребно е наставниците да ги поттикнат да ја искористат математиката за сами да ја согледаат моменталната состојба, да ги мотивираат на најразлични начини како учењето и технологијата заеднички би им помогнале во стекнување на нови знаења.

ЛИТЕРАТУРА

1. Durlak, J., Weissberg, R., Dymnicki, A., Taylor, R., & Schellinger, K. (2011). The Impact of Enhancing Student's Social and Emotional Learning: A Meta-Analysis of School-Based Universal Interventions. *Child Development*, 82(1), 405-432.
2. Пембертон, С., Математика за осмо одделение, Арс Ламина, 2016.
3. Иванова, Т., Хоп-хоп, остави таблет и лаптоп, Фактор, <https://faktor.mk/hop-hop-ostavi-tablet-i-lap-top>, (22.12.2017).
4. Иванова, Т., Ниедна иновација не може да ги замени родителите, врсниците, играта, факултети.мк, https://www.fakulteti.mk/news/17-12-23/niedna_inovacija_ne_mozhe_da_gi_zameni_roditelite_vrsnicite_igrata_porachuva_sociologot_tat_jana_stojanoska-ivanova, (23.12.2017).
5. Невчевска-Станковска, М., ЗА ДЕЦАТА ИГРАТА Е НАЧИН НА УЧЕЊЕ, <http://sovremenitehnologii.mk/maja-nevchevska-stankoska/> (21.04.2019).
6. <https://www.enotes.com/homework-help/what-positive-negative-effect-does-technology-400749>.

Изучување на физичките величини и нивните мерни единици по предметите математика и физика во основното образование

Слаѓана Митреска¹, Вера Зороска²

^{1,2} ОУ „Христо Узуниов“, Охрид, Р. Македонија

Апстракт. Физичките величини и нивните мерни единици се изучуваат по предметот математика уште од најмалата возраст на учениците, тргнувајќи од нивни поедноставни кон сложени претворања. Во овој труд се прикажани примери на корелација помеѓу предметите математика и физика во основното образование, што се однесуваат на постапките на мерење и претворање на физичките величини, како и нивна примена.

Клучни зборови: математика, физика, физички величини, мерни единици.

ВОВЕД

Брзиот развој на науката и техниката влијае на образованието, на неговата структура и содржина и на начинот на организација на наставата. Корелацијата на наставните содржини е еден вид модернизација на наставата во основното образование и начин на отргнување од традиционалната настава. Со тоа на учениците им се овозможува критички да размислуваат и да ги решаваат задачите, земајќи ги предвид сличностите и различните перспективи на проблематиката во двата предмета. Корелацијата на содржините овозможува разбирање на подлабоката структура на проблемите, примена како и анализа и синтеза на наставниот материјал во текот на обработката и повторувањето на содржините во математика и физика. Учениците се поттикнуваат критички да размислуваат на повисоко ниво, да го моделираат нивното размислување и решавање проблеми, а наставниците да обезбедат систематски повратни информации за поправка на нивното разбирање.

Меѓупредметната корелација е доста присутна во математиката и физиката во повеќе области. Стекнатите математички знаења и вештини се од огромна важност во изучувањето на физиката, им се олеснува учењето и полесно ги поврзуваат и разбираат изучуваните содржини по предметот физика. Тука ќе ја разгледаме поврзаноста на наставните предмети математика и физика при изучување и примена на содржините од темата *Мерење*.

„МЕРЕЊЕ“ НИЗ НАСТАВНИТЕ ПРОГРАМИ ВО ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Наставата по физика е застапена со два часа неделно, односно по 72 часа годишно во осмо и во деветто одделение. Наставната програма по природни науки за осмо и за деветто одделение на деветгодишното основно образование е преземена од Меѓународниот центар за наставни програми (Cambridge International Examination) и

адаптирана од страна на Бирото за развој на образованието. Одобрувањето на адаптирањето на наставната програма е добиено од експертите на Меѓународниот центар за наставни програми (Cambridge International Examination). Оваа наставна програма од Кембриџ содржи една разбирлива целина од постепени цели на учење во наставата по физика во осмо и во деветто одделение. Целите појаснуваат што е тоа што учениците треба да го знаат или умеат да го прават во осмо и во деветто одделение. Целите на учењето создаваат структура за предавање и учење, а служат како репер за проверка на способностите и разбирањата на учениците.

Наставната програма содржи научно истражување, кое подразбира идеи, вреднување докази, планирање истражувачка работа, забележување и анализирање податоци. Целите на научното истражување се помош за физиката кои се концентрираат на развивање самоверба и интерес за научно знаење. Наставникот ја дискутира и објаснува важноста на прашањата, доказите и објаснувањата, користејќи историски и современи примери, заедно со учениците ги проверува објаснувањата со нивно користење во правењето претпоставки, а потоа ги евалуира во однос на доказите. Дискутира за начинот на кој денес научниците работат и како тие работеле во минатото, вклучувајќи примери за експериментирање, докази и креативно размислување. Исто така, наставникот планира истражувачка работа: одбира идеи и прави детални планови за проверување засновани на предходно знаење, разбирање и истражување; предлага и користи прелиминарна работа за да одлучи како да изведе истражување, одлучува дали да користи докази од прва рака или секундарни извори, кои мерења и набљудувања се потребни и која опрема да ја користи и да проценува секакви ризици и опасности во лабораторијата или работниот простор. Она што се бара од ученикот е тој да наоѓа, претставува и разгледува докази, а притоа да прави доволен број набљудувања и мерења за да се намали грешката и резултатите да бидат поверодостојни; да користи различни материјали и опрема и користи мерки за претпазливост; да избира најдобар начин за да претстави резултати; да опишува трендови и шаблони (корелации) што се јавуваат во резултатите; да толкува резултати користејќи научно знаење и разбирање; да гледа критички на изворите на секундарни податоци и да извлекува заклучоци; да ги вреднува употребените методи и да ги подобрува за понатамошни истражувања; да споредува резултати и методи употребени од другите и да претставува заклучоци и вреднување на работни методи на различни начини; да објаснува резултати користејќи научно знаење и разбирање и јасно да ги споделува со другите.

Наставата по математика од прво до шесто одделение е застапена со пет часа неделно, односно со 180 часа во текот на наставната година. Според наставниот план и програма во тие одделенија часовите се организирани во 4 теми: Број и решавање проблеми, Геометрија и решавање проблеми, Мерење и решавање проблеми и Работа со податоци и решавање проблеми. Значи уште од прво одделение учениците по математика се сретнуваат со темата Мерење и решавање проблеми и меѓународниот систем на физички величини и нивните мерни единици и тоа [16]:

- во прво одделение споредуваат должини и маса и зафатнина на течности со директна споредба,
- во второ одд. пресметува, мери и споредува должина, маса и зафатнина на течности користејќи стандардни единици центиметар, метар, грам, килограм и литар.
- во трето одд. треба да го знаат односот меѓу километри и метри, метри и центиметри, килограми и грамови, литри и милилитри (на пр. $1\text{km} = 1000\text{m}$).

- во четврто одд се воведуваат и милиметар и милилитар, ги користат врските меѓу познатите единици и го знаат и значењето на „кило“, „центи“ и „мили“. Користат и децимални записи за запишување на резултатите од мерењето (на пр. 1,3m; 0,6kg; 1,2l) Разбира дека плоштината се мери во квадратни единици (на пр. cm^2); мери и пресметува периметар на правоаголници; наоѓа плоштина на правилни фигури нацртани на квадратна мрежа преку броење на квадратчињата.
- во петто одд. чита, одбира, бележи стандардни единици за да пресмета и измери должина, маса и зафатнина на течности до соодветен степен на точност и претвораат поголеми во помали мерни единици (на пр. 26kg во 2600g) , го заокружуваат мерењето до најблиска цела мерна единица, црта и мери линии до центиметар и милиметар; мери и пресметува периметар на правилни и неправилни форми; користи формула за да пресмета плоштина на правоаголник како должина \cdot ширина.
- во шесто одд. избира и користи основни мерни единици, пишува и чита со две или три децимали и претвора во сродни мерни единици (kg и g, l и ml, km, m, cm и mm) користејќи децимални броеви со три децимали (на пр. $1,245\text{m} = 1\text{m } 24,5\text{ cm}$), црта и мери линии до центиметар и милиметар; пресметува плоштина на правилни и неправилни форми (преку броење на квадратчиња); пресметува периметар и плоштина на едноставни форми кои може да се поделат на правоаголници.

Во седмо, осмо и деветто одделение наставата по математика е со четири часа неделно, односно 144 часа во текот на наставната година и се одработува покрај претходните четири теми и темата Алгебра и решавање проблеми [16].

- во седмо одд. ги знае ознаките и односите меѓу мерните единици и ги претвора една во друга (km, m, cm, mm, t, kg, g, l, ml); знае ознаки и врски меѓу квадратни метри (m^2), квадратни центиметри (cm^2), квадратни милиметри (mm^2); изведува, користи и пресметува формули за периметар, плоштина на правоаголник, волумен на квадар; пресметува плоштина на сидови на коцки и квадар од нивните мрежи.
- во осмо одд. избира соодветни мерни единици за проценка, мерење, пресметување и решавање проблеми во различен контекст, вклучувајќи единици за маса, должина, плоштина, волумен или зафатнина.
- во деветто одд. решава проблеми поврзани со мерење во различни контексти; претвора една единица за мерење на плоштина во друга (на пр. mm^2 и cm^2 , cm^2 и m^2) и волумен (на пр. mm^3 и cm^3 , cm^3 и m^3); го знае и користи односот $1\text{cm}^3 = 1\text{ml}$; знае дека земјина површина се мери во хектари (ha) и дека $1\text{ha} = 10\,000\text{m}^2$; пресметува плоштина и волумен на правоаголни призма и цилиндри.

ИЗУЧУВАЊЕ НА ФИЗИЧКИТЕ ВЕЛИЧИНИ

Пред воведувањето на наставната програма од Кембриџ, наставниот предмет физика по прв пат се изучуваше во осмо одделение и тогаш учениците се сретнуваа со сите седум физички величини и нивните мерни единици. Од нив должина, маса, време и температура се изучуваат во предметот математика. Исто во математика се изучуваат и мерките за плоштина и волумен. Но, во новата наставна програма по предметот физика не се предвидени наставни содржини во кои би се изучувале физичките величини и

нивните мерни единици, веројатно сметајќи на фактот што тие се изучуваат во рамките на предметот математика уште од нижите одделенија.

Како наставници кои ги предавале и двете наставни програми во текот на изминатите наставни години, може да го споредиме нивото на знаења и вештини поврзани со физичките величини, нивните мерни единици, како и претворањето на мерните единици. Факт е дека претворањето на мерните единици за секој ученик, можеби и за секој човек е предизвик и со „празнини“ кои треба да се пополнат. Во поглед на разбирањето на физичките величини како и нивното претворање, со новата наставна програма која опфаќа нивно изучување во предметот математика во повеќе наврати (одделенија) и од поедноставно кон посложено, може слободно да се констатира дека е на повисоко ниво од порано.

Учениците од осмо одделение во голема мера го совладале тоа, што не беше случај порано. Но, сепак, потребно е да се работи на разбирањето на концептите и начините на размислување за овие недостатоци да се елиминираат уште од основно образование.

За опишување и изучување на својствата на материјата од која е изградена природата и особеностите на појавите што се случуваат во неа дефинираме физички величини. Физичките величини ги изразуваме во соодветна единица мерка (пример масата во килограми, времето во секунди, силата во њутни итн.). На XI генерална конференција за мерки и тегови, одржана во 1960 година во Париз, е усвоен Меѓународен систем на единици (SI) кој е базиран на седум основни единици (Табела 1).

ТАБЕЛА 1. Основни физички величини и единици во Меѓународен систем (SI)

Величина	Симбол на величина	Единица	Симбол на единица
Должина	l	метар	m
Маса	m	килограм	kg
Време	t	секунда	s
Температура	T	келвин	K
Јачина на електрична струја	I	ампер	A
Јачина на светлина	J	кандела	cd
Количество на супстанција	ν	мол	mol

Од искуство, најголем проблем кај учениците се јавува при разбирање на величините плоштина и волумен, а од друга страна, пак, тие величини се потребни при дефинирање на други величини во физиката (пример: притисок, густина, количество електричество, магнетна индукција,...). Тука ќе направиме анализа и претпоставка за причините на таквата појава (тренд).

Плоштина

Поимот плоштина го условува формирањето на многу основни поими во физиката, како што се притисок, напон, флуks и коефициенти на дифузија и пренос на топлина. Тој лежи во основата на сите размислувања во кои се применуваат односите, придружени на геометриското скалирање. Освен тоа, поимот плоштина е од суштинско значење за објаснување на промена на брзината како плоштина на површината којашто е опфатена со кривата на зависноста на забрзувањето од времето и временската оска, за објаснување на промената на положбата како плоштина на површината којашто е опфатена со кривата на зависноста на брзината од времето и временската оска, за дефинирање на работа и импулсот на сила итн. Доколку го прашате ученикот како се добива нумеричка-

та вредност за плоштината или „големината на површината“, многу од нив, доколку имаат некаков одговор, тој би бил „должината по ширината“. Ако пак нацртате неправилна фигура без дефинирана должина и ширина и побарате да се пресмета нумеричката вредност на плоштината на фигурата, ќе добиете слаб одговор на поставеното прашање. Учениците кои даваат вакви одговори немаат претходно оформена јасна дефиниција за поимот „плоштина“.

За да се надмине овој проблем треба на учениците во предметот математика, во основно образование, кога се предава за плоштина (Слика 1.) да им се вклучат поголем број вежби за селекција на површини со единична плоштина, поставување на координатна мрежа на дадена фигура и пресметување плоштина на единичните површини во рамките на фигурата [15]. На овој начин учениците ќе може да образложат како се доаѓа до готовата формула на која што тие се повикуваат при пресметување плоштина.

202 **3** Конструирај квадратен дециметар, подели го на квадратни центиметри и обој го како на цртежов.

- Колку cm^2 има во 1 dm^2 ?
- Која плоштина е поголема: 1 m^2 или 100 dm^2 ?

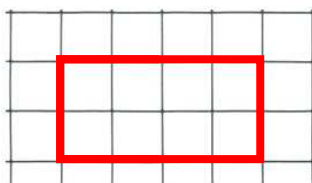
4 Кој мерен број треба да стои на местото на * за да биде точно:

$1 \text{ m}^2 = * \text{ dm}^2$	$1 \text{ dm}^2 = * \text{ cm}^2$
$1 \text{ m}^2 = * \text{ cm}^2$	$1 \text{ dm}^2 = * \text{ mm}^2$
$1 \text{ m}^2 = * \text{ mm}^2$	$1 \text{ cm}^2 = * \text{ mm}^2$

Да зайомнам! Секоја мерка за плоштина е 100 пати помала од мерката што е непосредно поголема од неа.

СЛИКА 1. Разбирање на поимот плоштина.

За да пресметаме плоштина треба да ја одредиме големината на површината (областа) зафатена (заградена) од една 2Д-форма. Плоштина мериме во квадратни единици, затоа најдобро е да го искористиме овој факт за учениците да ја разберат плоштината на 2Д-формите со помош на квадратната мрежа, односно пребројување на бројот на единични квадратчиња што ја покриваат површината, односно се опфатени со 2Д-формата.



СЛИКА 2. Плоштина на под во форма на правоаголник со страни 4m и 2m.

Оттука учениците го носат заклучокот дека плоштината е должина \cdot ширина (Слика 2).

Пример 1. Колку квадратни плочки со страна 25cm се потребни за да се поплочи подот во бањата со димензии 2,5m и 3m?

Задачата може да се реши на два начини. При решавање на задачата учениците треба да водат сметка и за мерните единици.

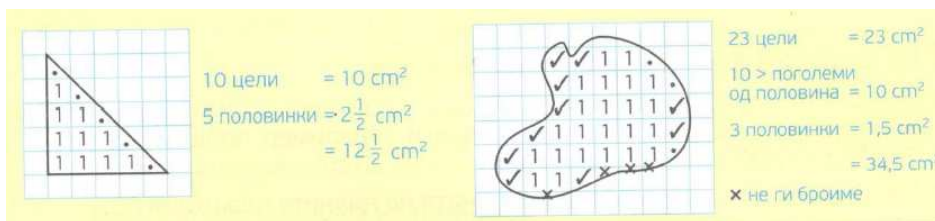
I начин: Учениците мора да одредат колку плочки може да се сместат на подот во должина, потоа колку плочки може да се сместат во ширина, на крај се множат добиените броеви за да се добие вкупниот број плочки.

II начин: Се одредува плоштината на плочката, потоа плоштината на подот и на крај број на плочки = плошина на под : плошина на плочка.

Учениците кои го користат I начин подобро го сфатиле поимот плошина, а тие што го користат II начин механички користат само формула без размислување и расудување што значи тоа.

Проблемот настанува ако 2Д-формата не е правилна, односно не опфаќа цели квадратчиња (Слика 3). Во тој случај правиме проценување на плоштината на следниов начин [9]

1. ги броиме целите квадратчиња,
 2. ги броиме половинките и ги комбинираме во цели
 3. ги броиме деловите поголеми од половинки како цели
 4. не ги броиме деловите помали од половина
- За да ја добиеме плоштината ги собираме деловите добиени во 1, 2 и 3.



СЛИКАЗ. Плошина на неправилна форма.

На овој начин со помош на квадратна мрежа исцртана на паус хартија може да се проценува плоштината од географските карти на држави, езера и сл.

Волумен

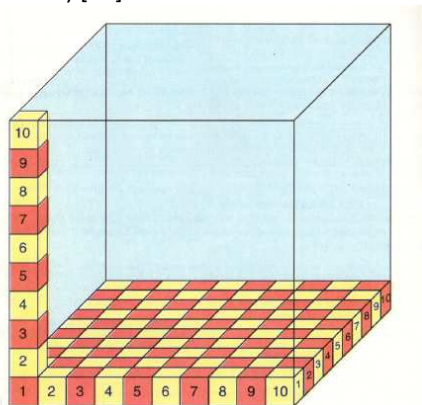
Учениците ги имаат истите потешкотии со поимот волумен, какви што имаат со плоштината. Тие веднаш се фаќаат за формулите, без да имаат изградено операционална дефиниција за поимот. Како резултат на тоа, дел од учениците не прават разлика меѓу плошина и волумен, ги употребуваат двата збора без внимание, како метафори за големина.

Откако операционалната дефиниција за плошина ќе биде внимателно развиена и утврдена со конкретно искуство на броење единечни површини, тогаш операционалната дефиниција за волумен може да биде извлечена уште полесно. Аналогијата со плоштината се согледува поподготвено, а броењето на единични волумени се прифаќа побрзо.

Волумен се мери на 3Д форми. За да измериме волумен всушност треба да одредиме колку единични коцки може да ставиме во една поголема коцка или квадар.

Пример1. За да објасниме зошто 1dm³ има 1 000 cm³ треба да одредиме прво колку коцки со волумен 1 cm³ може да наредиме една до друга по работ на коцката со волумен 1 dm³, потоа колку такви редови ни се потребни за да се покрие основата на

коцката од 1 dm^3 и на крај во висина колку такви нивоа (слоеви) ни требаат за да се исполни коцката од 1 dm^3 (Слика 4) [15].



СЛИКА 4. Разбирање на поимот волумен.

Пример 2. Чичко Аднан става мали кутии со димензии 9cm, 6cm и 4cm во голем контејнер кој има димензии 0,45m, 30cm и 3,6dm. Колку вкупно кутии може да се сместат во контејнерот? [10]

Задачата може да се реши на два начини. При решавање на задачата учениците треба да водат сметка за мерните единици.

I начин: Мора учениците да одредат колку кутии може да се сместат во контејнерот во должина, потоа колку кутии може да се сместат во ширина, на крај колку нивоа (слоеви) со кутии собира во контејнерот во висина. Се множат добиените броеви за да се добие вкупниот број кутии.

II начин: Се одредува волуменот на малата кутија, потоа волуменот на големиот контејнер и го делиме волуменот на големиот контејнер со волуменот на малата кутија.

Учениците кои го користат I начин подобро го сфатиле поимот волумен, а тие што го користат II начин механички користат само формула без размислување и расудување што значи тоа.

Друг пример за примена и разбирање на поимот волумен може да биде

Пример 3. При мерење на училницата во која учиме 28 ученици добивме дека нашата училница има должина 8,3m; ширина 7,05m и висина 3,3m. Ако за еден ученик треба 7 m^3 простор, дали во училницата може да учиме сите ученици?

ЗАКЛУЧОК

Во овој труд анализиравме корелација меѓу наставните предмети математика и физика во основно образование, во делот на физичките величини и мерните единици, бидејќи тие се основата на природните науки и нивното познавање е значајно и неопходно.

Порано кога мерењето се изучуваше само во шесто одделение, а во физиката од осмо одделение, знаењата стекнати на часовите по математика слободно може да речеме дека кај најголем број ученици беа целосно заборавени, а на часовите по физика се обработуваа физичките величини и нивните мерни единици во посебна тема. Учениците тешко ги совладуваа содржините и стекнатото знаење беше површно и помалку трајно. Со воведувањето на Кембриџ наставните програми темата Мерење е застапена по предме-

тот математика во секоја учебна година, со што учениците добиваат продлабочени знаења кои ги користат и на часовите по физика.

Со квалитетна корелација меѓу предметите математика и физика на учениците ќе им биде полесно да го обопштат и применат своето знаење и да увидат дека тоа што се учи на часовите по математика, како што најчесто мислат дека не им е потребно, е применливо не само во физика туку и во другите природни науки каде многу содржини нема да може да ги усвојат ако ги немаат математичките знаења.

Квалитетното образование не се состои од научени факти и формули, симболи и дефиниции, туку од квалитативно поврзување на стекнатите знаења од сите наставни предмети, развиени вештини за користење на наученото и изградени ставови за нови ситуации и околности. За тоа да се постигне, најдобро е колку може повеќе да се бара и нагласува на сите часови врската помеѓу наставните предмети. Така, на пример ќе се поврзуваат, дополнуваат и синтетизираат знаењата со што ќе се прави целосна слика за величините и нивната примена во секојдневниот живот, посериозно ќе се сфаќа потребата од математичките знаења и поврзаноста на математиката со сите природни науки, а не само со физиката.

ЛИТЕРАТУРА

1. Закон за основно образование, Службен весник на Република Македонија, бр. 65/2017. <http://www.slvesnik.com.mk/Issues/4b95972c6c054366b7c0d95697f0c7e3.pdf> (29.1.2018).
2. Поповски К., Современи сфаќања за проверувањето и оценувањето на постигањата на учениците, Скопје: МИС, 1996, стр. 55-67.
3. Целакоски Н., Дидактика на математиката, *Нумерус*, Скопје, 1993.
4. Андреев М., Процесът на обучението-Дидактика, София: Универзитетско издателство „Св. Климент Охридски“, 1996, стр. 245-266.
5. Chiu, M., Guo, C. and Treagust, D., Assessing students' conceptual understanding in science: An introduction about a national project in Taiwan, *International Journal of Science Education*, **29** (4), (2007), pp. 379-390.
6. Chehlarova T., Sendova E, Enhancing the art of problem posing in a dynamic 3D computer environment, *Зборник на трудови од IV конгрес на математичарите на Македонија*, 2008, стр. 19-28.
7. White T., Gunstone R., Probing understanding. Philadelphia, PA: The Falmer Press, 1992.
8. Петковски Љ., Мицевски В., Физика за I година на реформираното гимназиско образование, Просветно дело АД Скопје, 2002.
9. Математика за шесто одделение, Арс Ламина – публикации, Скопје 2018.
10. Математика за осмо одделение, Арс Ламина – публикации, Скопје 2016.
11. Физика за деветто одделение, ArberiaDesign, Тетово 2016.
12. Почување општа физика, Арнолд Б.Аронс, Просветно дело, Скопје, 2010
13. Физика за седмо одделение, Просветно дело, Скопје, 1998
14. Наставна програма за физика за осмо и деветто одделение, деветгодишно основно образование, Биро за развој на образованието, Скопје, 2016
15. Ј. Стефановски, Н. Целакоски Математика за шесто одделение деветгодишно образование
16. Наставните програми за математика од прво до деветто одделение, Биро за развој на образованието, Скопје

„Паметни“ венецијанерки

Валентина Степановска-Андонова¹, Михаил Јанакиевски², Андреј Јовановски³,
Христијан Николовски⁴

¹ОУ „Даме Груев“ - Битола, РС Македонија
^{2,3,4}ученици во ОУ „Даме Груев“ - Битола, РС Македонија

Апстракт. Ефикасното искористување на енергијата е клуч (решение) за успешно решавање на многу проблеми од еколошки аспект: глобално затоплување, ефект на стаклена градина и огромни климатски промени што допрва следуваат.

Со оглед на тоа дека најдобриот извор на енергија се наоѓа на 8 минути од Земјата-решивме со конкретни знаења од полето на физиката преку внесување на нови технологии да пробаме да си го олесниме животот. Бидејќи скоро секоја установа од јавен карактер користи венецијанерки смисливме начин како да направиме „паметни“ венецијанерки со соодветна надградба на веќе постоечките. Тоа ќе се состои во пред сè искористување на сончевата енергија преку поставување на соларни ќелии од надворешната страна на венецијанерките, кои преку соларните батерии би ја складирале и претворале во електрична енергија. Од внатрешната страна, пак, се поставуваат ЛЕД-диодии, кои електричната енергија би ја претворале во светлинска енергија, потребна за внатрешно осветлување на домот. Исто така целта е да се добие и електрична енергија за напојување на некои електронски уреди што користат помал напон како: мобилен телефон, таблет и сл. Всушност, цел на нашиот проект-иновација е да бидеме пријателски настроени спрема животната средина и пред се да ги намалиме сметките за потрошена електрична енергија.

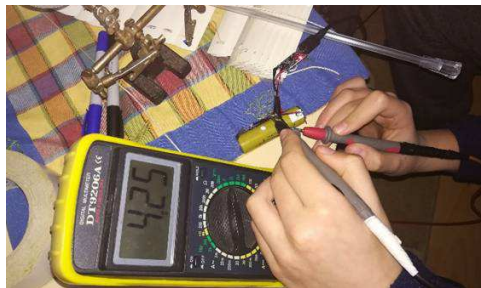
Клучни зборови: ефикасно искористување на енергијата, „паметни“ венецијанерки, соларни ќелии, претворање на енергијата.

ВОВЕД

Со оглед на тоа што овој проект-иновација е финална придобивка од воннаставната активност по предметот физика-при неговата изработка се исполнети целите на наставните програми за соодветната возраст, како што се: потврдување на законот за зачувување на енергијата, умешност при формирање на електричен струен круг и добро познавање на функцијата на секој од елементите вклучени во него, што се ЛЕД-диодии и нивна функција, способност за толкување на Омовиот закон, теоретско и практично појаснување на промените на напонот и јачината на струјата при сериското и паралелното врзување во струјниот круг, како и поттикнување на способност и желба за понатамошни и попродабочени истражувања, формирање на висок степен на индивидуалност, но во рамките на тимската работа, конкретна примена на теоријата во практиката, како и развивање на претприемачки, презентерски и комуникациски вештини. Со реализација на овој проект се става и акцент на практичното имплементирање на одредени сознанија како: лемење, умешност при сериско и паралелно поврзување на соларните ќелии, принцип на празнење и полнење на литиумските батерии и слично.



СЛИКА 1.
Спојување на електронските компоненти со лемење



СЛИКА 2.
Мерење на добиениот напон

ИДЕЈА И СОДРЖИНА НА ПРОЕКТОТ

Земајќи го предвид фактот дека нашиот град високо котираше како еден од најзагадените градови во Европа, добивме идеја со која рационално ќе ги искористиме придобивките од алтернативниот извор на енергија-Сонцето. Со тоа активно ќе бидеме вклучени во заштитата на околината, но и би помогнале, гледано од финансиски аспект, со што сметките за потрошена електрична енергија би ги намалиле за 10-15 %.

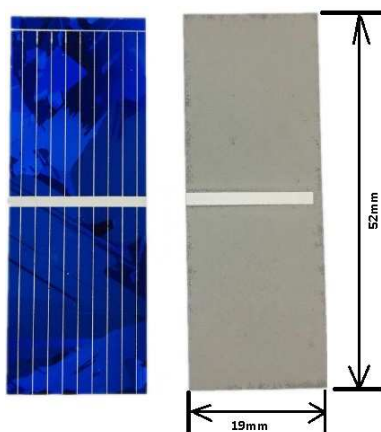
Всушност, хипотезата која притоа ќе ја потврдиме е: „Дали осветлувањето што ќе го даваат „паметните“ венецијанерки ќе ги задоволува минималните нормативи за соодветниот тип на примена?“

Тоа ќе го имплементираме преку постоечките венецијанер-завеси кои ќе бидат носители на соларните ќелии од страната на прозорецот-сончевата страна, па заедно со системот за претворање и складирање на енергија, на истите тие завеси ќе бидат монтирани ЛЕД диоди за осветлување на внатрешната страна т. е. просторијата, со што ќе формираат еден покомплексен фотоволтаичен систем. Исто така целта е да се добие и електрична енергија за напојување на други електронски уреди со помош на соодветен претворувач на нивниот потребен напон.

Инаку за реализација на нашиот проект потребни се следните материјали:



СЛИКА 3. Венецијанер-завеса



СЛИКА 4. Соларни ќелии



СЛИКА 5. Проводни ленти



СЛИКА 6. ЛЕД лента

- проводници
- приклучници
- алат и останат материјал за прицврстување и поврзување
- материјали за лепење



СЛИКА 7. Литиумски батерии



СЛИКА 8.

Контролер за полнење на батерии со двојна повратна функција за потрошувач



СЛИКА 9.

Далечински уред за вклучување на осветлувањето (со IR и WiFi комуникација)

Ние во овој проект ќе избереме соларни ќелии со димензии 52x19 mm со еднонасочен напон од 0,5 V и струја од 0,3 A, контролери за влезен напон 5 V и струја 1 A (од соларните ќелии), li-Ion литиумски батерии со напон од 3,7 V и капацитет од 2000 mAh, инфрацрвен IR далечински управувач со контролер за овој напон и можност за комуникација преку WiFi 2,4 GHz, b/g/n (носечка радиофреквенција, проток на податоци) на мобилен телефон/таблет и ЛЕД светлосна лента за работен напон од 5V.

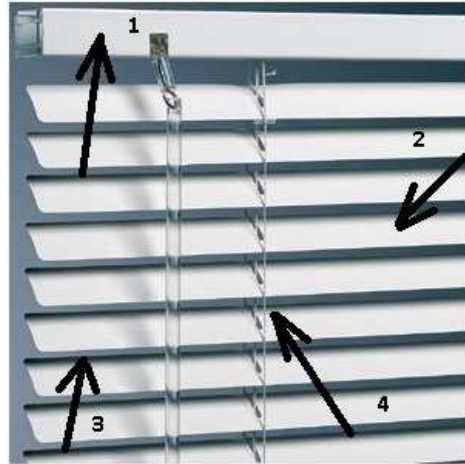
Прва фаза од проектот е спојувањето на соларните ќелии со лемење. Контактите на соларната ќелија се по средината во означената линија и тоа од горната страна едната електрода, а од долната страна другата електрода. За да се добие бараниот еднонасочен напон од 5V, потребно е меѓусебно да поврземе 10 ќелии од по 0,5 V сериски позитивниот пол од едната ќелија (електродата од едната страна) со негативниот пол на следната ќелија (електродата од другата страна) и се така до 10-тата, од која ќе го земеме на пр. + (позитивниот пол), а од првата – (негативниот пол). Во овој случај струјата низ 10-те сериски поврзани ќелии ќе остане 0,3 A, а напонот ќе се собери од десетте ќелии и тоа $0,5\text{ V}+0,5\text{ V}+\dots+0,5\text{ V}=5\text{ V}$ ($U_1+U_2+\dots+U_{10}=U$). Во овој случај добиваме фотоволтаичен панел (PV) кој ќе генерира под дејство на светлината еднонасочен напон од 5 V и излезна струја од 0,3 A.

Вака споените PV ќелии ќе се залепат на страната на венецијанер-лентите која гледа нанадвор (накај сонцето), а проводниците кои ќе ги спојуваат ќе се движат по конците-вертикално од едната страна на завесата нагоре и ќе завршат во горниот дел каде е механизмот за вртење (ротација) на лентите споени на контролерите за полнење на батериите.

Контролерите за полнење на батериите се со карактеристики: влезен напон од 5 V и максимална струја од 1 A. За да ја добиеме оваа струја, потребно е да споиме паралелно 3 вакви PV панели (со по 10 PV ќелии), каде при оваа врска заедничкиот напон ќе им биде 5 V, а збирната струја од трите ќе биде $0,3\text{ A}+0,3\text{ A}+0,3\text{ A}=0,9\text{ A}$ ($I_1+I_2+I_3=I$), што ќе биде доволно за еден ваков контролер. Улогата на контролерот е да обезбеди контролирано напојување за полнење на батеријата и тоа за влезен напон од 5 V, треба на излезните контакти ВАТ да даде напон на полнење од 3,7 V до 4,2 V потребен за да ја наполни батеријата која е со номинален напон од 3,7 V [затоа напонот за полнење на батеријата секогаш треба да биде поголем од нормалниот напон на батеријата $4,2\text{ V}>3,7\text{ V}$, бидејќи струјата протекнува од точките со повисок потенцијал (напон) кон точките со понизок потенцијал (напон)] и така батеријата ќе се полни се дури не се изедначат напоните – излезниот од контролерот со напонот на батеријата. И оваа контрола ја прави овој контролер. На контактите од контролерот означени со OУТ ќе се приклучи уредот за далечинско вклучување на осветлувањето, кое пак е приклучено на излезните приклучници од овој уред за вклучување. На излезот од контролерот за напојување на ЛЕД лентата за осветлување, може да се приклучи и USB конектор (5 V/1 A) кој би се користел за полнење на мобилен уред, мобилна (пренослива) батерија или во случајот било каков потрошувач кој го користи овој еднонасочен напон и оваа струја.

Лед лентите ќе се залепат на внатрешната страна од венецијанер-лентите, а проводниците ќе се движат по другата вертикала по конците нагоре, накај уредот за далечинско вклучување, што ќе се наоѓа најгоре во просторот со механизмот за вртење на лентите.

1. Простор за механизмот за вртење на венецијанер-лентите;
2. Горна страна на венецијанер-лентите каде ќе бидат PV ќелиите;
3. Долна страна на венецијанер-лентите каде ќе биде залепена ЛЕД лентата и
4. Конци-вертикали по кои ќе се прицврстуваат проводниците нагоре од PV панелите кон просторот за механизам од едната страна на завесата и проводниците за напојување на ЛЕД лентите од просторот за механизам кон ЛЕД-лентите.



СЛИКА 10. Елементи за надградба на венецијанер завесата

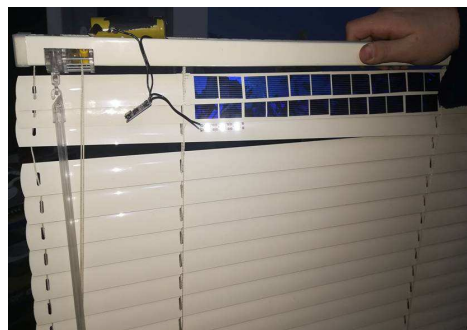
Напоменуваме дека целиот овој систем може да се премоделира за друг излезен еднонасочен напон, каде што распоредот и поврзувањето на PV ќелиите, типот на контролерите за полнење и бројот и начинот на поврзување на батериите ќе биде различен од посочениот. На пример, за да се добие излезен напон кон потрошувач од 12 V, треба да се спојат 36 PV ќелии од по 0,5 V сериски $36 \times 0,5 \text{ V} = 18 \text{ V}$. Контролерот за полнење ќе го има овој влезен напон, а на излезниот напон за полнење од 12 V до 14,4 V ќе биде приклучена батерија/акумулатор со напон од 12 V, за да може истиот да се наполни. Исто така постојат и уреди наречени инвертори кои влезниот еднонасочен напон од 12 V го претвораат/трансформираат во 220 V наизменичен напон, при што на него можат да се приклучат уреди што работат на наизменичен напон, зависно од потребната излезна струја.

За да се добие елементарниот систем за еден контролер треба да се употребат $3 \times 10 = 30$ ќелии, а бидејќи ќе употребиме вкупно 3 контролери со 3 батерии, потребни се 90 PV ќелии.

Секој OUT (+ -) излез од контролерите ќе биде споен и тоа (+) позитивниот контакт од секој заедно и (-) негативниот контакт од секој заедно во по една линија која ќе се приклучи на уредот за далечинско вклучување на осветлувањето. Осветлувањето е предвидено да биде со ЛЕД лента која ќе работи на овој еднонасочен напон од 5 V (има вакви ЛЕД ленти и за други еднонасочни напони).



СЛИКА 11. Стандардна венецијанерка



СЛИКА 12. „Паметна“ венецијанерка

ЗАКЛУЧОК

Нашата иновација има предности од типот: користење на бесплатна сончева енергија, немање трошоци за инсталирање на напојувачка мрежа од страна на електроенергетските компании, мобилност на системот (лесно преместување на друга локација), заштита на животната околина и преадаптација на системот. Со овие „паметни“ венецијанерки би можеле да се опремаат: болници, аеродроми, други јавни установи, а секако да најдат соодветно место во секој дом. Заради ова финалниот производ би можел да се изработува во индустријата со подобрување на неговите механички карактеристики, се надеваме на што поширока, односно сеопшта употреба во секојдневието со двојна намена.

Придобивките од овој проект можат да се користат за подобрување на социоекономски и еколошки момент. Тоа може да биде реализирано преку правење на КИТ комплет со соодветни неопходни делови потребни за надградба на венецијанерките и детално упатство за составување, инсталирање и пуштање во работа на системот за искористување на сончевата енергија преку претворање во електрична со акумулирање во батерии, како и повратно претворање на складираната електрична енергија во светлинска преку ЛЕД-осветлување. Значи, даваме идеја за самовработување и развивање на бизнис. Вториот момент е намалување на искористувањето на електрична енергија создадена со согорување на тврди и течни горива, а со тоа и намалување на емисијата на штетни честички и CO₂ во воздухот.

И за крај - со имплементација на иновацијата најважно од сè ни е да бидеме пример и поттик за други ученици-иноватори, кои би имале мисија и визија да ја подобрат средината во училиштето со внесување на нови технологии.

ЛИТЕРАТУРА

1. <https://www.britannica.com/technology/solar-cell>;
2. <https://www.sciencedirect.com/topics/materials-science/solar-cell>;
3. <https://www.solar-electric.com/learning-center/solar-charge-controller-basics.html>;
4. <http://www.energymatters.com.au/components/solar-regulator-controllers/>;
5. <https://www.electronics.howstuffworks.com/everyday-tech/lithium-ion-battery.htm>;
6. <http://www.theconversation.com/how-do-lithium-ion-batteries-work-99164>;
7. <https://techterms.com/definition/led>;
8. https://www.energystar.gov/products/lightning_fans/light_bulbs/learn_about_led_bulbs;
9. <https://www.blinds-hut.co.uk/blogs/venetian-blinds-buying-guide/i-want-to-know-everything-about-venetian-blinds>;
10. <https://www.standardpro.com/lighting-educational-institutions/>;
11. <https://www.lighting.philips.com/main/systems/system-areas/education>.

Нови образовни парадигми во напредното математичко образование: можности, предизвици, ограничувања

Невена Серафимова¹

¹Воена академија „Ген. Михаило Апостолски“, Скопје, Македонија

Апстракт. Во модерното општество, барањата за различни компетенции, меѓу кои и математички, се сè поголеми. Актуелните методи и начини на учење честопати треба да ја земат предвид потребата од итност, дистрибуираност, или флексибилност. Современата технологија значително ги промени можностите за учење, во споредба со оние од пред две или три децении. Училищата веќе не мора да биде пасивна и статична: постојат бројни начини за ангажирање на студентите, нивна поголема активност и поттикнување на меѓусебната соработка. Употребата на нетрадиционалните медиуми досега се покажала како успешна во сите нивоа на образование, овозможувајќи им на студентите со различен степен на подготвеност да работат на исто ниво, истовремено зајакнувајќи ги и нивните дигитални вештини. Во ваквото современо образовно опкружување, секоја дисциплина, па така и математиката, треба да го најде своето место..

Клучни зборови: математика, учење, дигитални технологии, стратегии, конективизам.

ВОВЕД

Ако запрашаме *Што е математиката?*, најверојатно ќе добиеме голем број различни одговори од кои ниту еден нема да биде сеопфатен. Еден математичар вообичаено ќе споменува теореми, својства и методи за истражување на вештачките математички објекти. За учениците во основните и средните училишта, тоа се формули, равенки и пресметки кои треба да го дадат одговорот на некој алгебарски или геометриски проблем. Неретко ќе се чуе одговор дека математиката е нешто што е тешко разбирливо, и без кое нормалниот човечки живот може сосема успешно да се одвива и да се развива. Вистината е дека математиката е најмоќниот инструмент кој човекот воопшто го има развиено, со цел да го истражува светот околу себе. Но, истовремено, за жал, таа се изучува на таков начин, што студентите тешко можат ова да го воочат. Тие учат разни методи за решавање на дадените проблеми, без да сфатат зошто овие методи функционираат и најчесто, не развиваат интуитивно разбирање за поимите коишто им се претставени, ниту пак ја гледаат нивната врска со реалноста.

Еден од начините да ја сфатиме математиката, е како специјален јазик кој е развиен заради генерирање на објективно знаење [1]. Примарната цел на тој јазик е утврдување на апсолутно точното значење на зборовите кои се користат со цел да се постигне совршена семантичка прецизност во изразувањето, независно од говорниот јазик со кој се служиме во секојдневието. Следниот чекор во градењето на совршениот математички систем на знаење е утврдување на аксиомите, кои прецизно го дефинираат човековото интуитивно поимање на одредени поими како множество, број, еднаквост, бесконечност, растојание, точка, права. Вака прецизно дефинираните поими (за што биле потребни стотици, па и илјадници години), натаму се користат за утврдување на нови поими и релации, на исто така недвосмислен начин.

Значи, математичкиот јазик е конструкт кој се користи за генерирање на ново, изведено знаење. Но, не е на одмет да потсетиме дека секој оној кој ќе се одважи да в^нурне во овој таинствен простор, фасциниран од новостекнатите моќи, треба да биде свесен за ограниченоста на утврдениот пристап. Причината за ова е пред сè во ограничената дескриптивна, но и аргументативна моќ на математичкиот јазик, која е и послаба од дескриптивната – имено, можно е да се формираат тврдења чијашто точност, согласно Геделовата *некомплетност*, не може да биде утврдена. Од друга страна пак, без користење на соодветни математички модели (како што е на пример веројатноста), повеќето нематематички дисциплини меѓу кои психологијата, медицината, економијата, ќе имаат сериозни проблеми да нè убедат дека нивните резултати не се само нечие експертско мислење, туку кореспондираат со реалноста.

Природата и значењето на математиката е она што треба да ни укаже на промените кои се потребни во пристапот на нејзиното изучување, со цел таа да биде достапна и попростапна за сите. Барањата за разни видови компетенции, меѓу кои и математички, во модерното општество се сè поголеми. Ова неизоставно води до поголем обем и растечка комплексност на материјата која се изучува во рамки на различните дисциплини. Натому, разноликоста и големината на денешната студентска популација наметнува потреба за применување на разновидни наставни техники, во различни услови. Додека барањата на образовните стандарди се исти за сите студенти, нивните способности, нивото на знаење и брзината со која ја совладуваат материјата е различна. Така, за некои од нив е предизвик да се совлада дури и елементарното ниво, додека други се подготвени да ја изучуваат математиката ефикасно и темелно. Што се однесува до недостатокот од интерес, па дури и одбивноста кон изучување на математиката, тие неретко се должат и на недостатокот од мотивација за изучување на математичките содржини, со убедување дека на крајот од краиштата, се бескорисни.

Постојат и други предизвици кои произлегуваат од современите образовни барања, а се поврзани со временскиот и факторот на растојание. Актуелните концепти на учење честопати треба да ја земат предвид потребата од итност, дистрибуираност, или флексибилност. Иако овие потреби не се нови, нивното значење денес се чини дека е многу поголемо. Оттука, потребна е организација на образовниот процес која ќе ги земе предвид разликите помеѓу студентите и ќе создаде оптимални услови за ефективно учење. За среќа, зголемувањето на овие потреби оди напоредно со зголемените можности на нив да биде успешно одговорено.

ОД СТАРОТО ВО НОВОТО ВРЕМЕ

Како и за многуте други дисциплини, почетоците на знаењето и учењето во математиката се провлекуваат низ времето, тесно поврзани со самата човекова природа. Според Bernard Duvillié, човекот може дури и да биде квалификуван како Homo Mathematicus, со оглед на тоа што математичкото наследство се акумулирало во човекото општество од самиот негов почеток, па сè до денес [2].

Ставот дека изучување на математиката треба да се потпре на својството на модуларност, кое го карактеризира и самиот процес на учење, може да се смета за општо прифатен. Модуларниот дизајн на математичкиот курс започнува со едноставни поими и методи, кои се применуваат во дефинирани ограничени услови, за понатаму да се усовршуваат и надградуваат постапно кон покомлексни задачи и проблеми. Ваквиот пристап е практично неограничен, во смисла дека може да се одвива сè додека постои желба, мотив и интерес, но секогаш согласно на можностите.

Денес, технологијата овозможува релативизирање на значењето кое класичниот простор - време го има во процесот на учење. Се наоѓаме во виртуелен простор, во кој една од клучните парадигми е *електронското учење* (Е - учење) кое овозможува поинакво мерење на флексибилноста, растојанието и пристапноста на учењето од аспект на време и подготвеност. Овој нов систем е јасно поврзан со таканареченото *телематско образование*, односно со третата генерација модели на учење на далечина за кои е карактеристично *мешаното (блендирано) учење* (В - учење, англ. *blended learning*) [3]. Со појавата на интернетот, класичното учење лице-во-лице полека му го отстапува местото на *онлајн учењето*, кое не само што го зајакнува влијанието на аудиовизуелните медиуми, туку придонесува и за развој на софтвер кој овозможува градење на онлајн курсеви. На таков начин, со помош на компјутерите и глобалното вмрежување, традиционалниот модел на интеракција *лице-во-лице* денес може да се одвива и помеѓу оддалечени локации.

Современата технологија значително ги промени можностите за учење, во споредба со оние од пред дваесеттина години. Интерактивните медиуми, системите за управување со учењето, мрежните алатки од генерациите 2.0 и 3.0, овозможуваат дополнување, па дури и замена на традиционалните учебни алатки од минатото. Училищата не мора веќе да биде пасивна и статична, бидејќи постојат бројни начини за ангажирање на студентите, нивна поголема активност и поттикнување на меѓусебната соработка. Нетрадиционалните медиуми досега се покажале како успешни во сите нивоа на образование, овозможувајќи им на студентите со различен степен на подготвеност да работат на исто ниво, истовремено зајакнувајќи ги и нивните дигиталните вештини.

Во ваквото современо образовно опкружување, секоја дисциплина, па така и математиката, треба да го најде своето место. Притоа, не се работи за судир помеѓу таканареченото 'традиционално' образование и новите начини на учење, туку пред сè за историски, еволутивен континуум кој тежнее да се материјализира и да ја оствари својата улога.

Нови образовни парадигми

Главниот предизвик за инструкторите по математика во повисоките степени на образование, соочени со честопати преовладувачкиот негативен став на студентите, лежи во недоволната ефективност во остварување на поставените цели. Ова делумно се должи на несоодветното предискуство на студентите во изучување на математиката, кое во крајна линија резултира со одредена мешавина на суштинска математичка неписменост и личен анимозитет кон областа. Последично, во една ваква ситуација, традиционалниот бихевиористичко – когнитивен пристап кон математичкото учење не може да даде задоволителен резултат. Сепак, можностите за изнајдување на нови начини за надминување на овој проблем се поткрепени од брзиот напредок во сферата на дигиталните технологии, чија сеprisутност наметнува нови стандарди во секој домен, па така и во концептите и методите на учење.

Размислувајќи за некои од стереотипите во традиционалните методологии кои се користат при изучување на математиката, се доаѓа до желбата но и потреба за менување на пристапот и стратегиите на учење, со цел постигнување на бараната ефикасност. Главна карактеристика на подобрените пристапи треба да биде зголемената флексибилност, односно поседување на *конективистички* фокус, што неминовно води до проширување на доменот на образовни активности. Притоа, целта е да се остварат,

целосно или барем во одреден дел, сè поприсутните барања (парадигми) на модерните образовни модели:

- учење по потреба (отворено, флексибилно);
- навремено учење (достапност на ресурси);
- интегриран систем од информации и алатки (виртуелен простор);
- трансфер на знаења (комуникација и соработка);
- континуирана обука и размена на искуства меѓу наставниците/ инструктори.

Конективизмот е своевидна надградба на конструктивистичкиот пристап кон учењето, каде ученикот/студентот е набљудувач, трагач по информации, иницијатор и соработник, додека наставникот/инструктор е оној кој го организира и олеснува процесот. Појавата на конективистичката теорија во учењето, во која централна улога имаат релациите и мрежите, е директно поврзана со преплавеноста на секојдневното човеково битисување од модерните технологии. Сименс (George Siemens) го нарекува конективизмот *теорија на учење за дигиталната ера*, чија суштинска карактеристика е создавање и одржување на врските, односно вмреженоста на поединците со другите луѓе (човечки ресурси) и изворите на податоци (нечовечки ресурси) [4]. Во центарот на новосоздадената виртуелна мрежа не е ниту бихевиористичкото *знам дека* ниту когнитивистичкото *знам како*, туку новото *знам каде*. Знаењето се зголемува многу брзо во општество кое е преплавано од дигитални информации, поради што познавањето на начинот каде и како да се најде информацијата, станува суштинско.

Моќта на технологијата

Според видот на активности кои ги опфаќаат, дигиталните ресурси за учење спаѓаат во една од три категории: пренос на содржини, ангажирање и фидбек, и оценување. Тие може да бидат употребени за презентирање или за поддршка при процесирање на избраните содржини, притоа користејќи неколку медиумски елементи: текст, слика, видео и звук, со цел да им се помогне на студентите да развијат ментална претстава. Мултимедиумскиот пристап е особено важен за оние кои учат поефикасно при комбинирање на зборови и слики, отколку само од зборови. Ако постои и значајна интеракција со мултимедиумската информација, таа полесно ќе може да биде впишана во долгорочната меморија [5].

Когнитивистичката теорија го објаснува начинот на кој Интернет технологиите можат да се користат во процесот на учењето. Развојот на онлајн обука и учење на математиката во системот на Е-учење, го следи развојот на Интернетот, односно виртуелното мрежно поврзување. Примарната улога на Интернетот е овозможување на интерактивна комуникација, односно можност за корисниците да добиваат и да даваат информации, да соработуваат, да имаат пристап кон различни бази на податоци, и сето тоа да биде остварливо во реално време. Притоа, во Интернет просторот секој има можност да го сподели своето знаење со широк круг на учесници кои се наоѓаат на разни страни од светот, што претставува дополнителна вредност на учењето кое се одвива онлајн. Меѓу останатите додадени вредности на употребата на новите технологии во процесот на учење, може да се набројат:

- подобрени можности за систематизација и организација на материјалот;
- поголема достапност на извори на претходно знаење, за студенти од различни научни дисциплини;
- поголемо познавање и искористеност на новите технологии;

- пренос на дел од знаењето во нови димензии, кои се достапни во класичното образование;
- зајакнување на истражувачката компонента на учењето (барање на стратегии);
- зајакнување на практичната компонента на учењето (цртање и скицирање, симулации, тестови);
- зајакнување на способноста за изразување на прецизен начин и со тоа, подобрување на начините на комуникација;
- зголемена слобода во изборот на теми и олеснето кретење на непотребните делови од *спиралниот курикулум*, кој е карактеристичен во изучувањето на математиката;
- подобрена интердисциплинарна видливост на математиката.

Меѓу бројните онлајн ресурси спаѓаат мрежните пребарувачи, електронската пошта, онлајн форуми за дискусија, социјалните мрежи, YouTube, и многу други алатки кои овозможуваат учење и размена на информации. За илустрација, овде накратко ќе се задржиме на еден од, во моментот, најпопуларните производи на онлајн – учењето, таканаречени *отворени курсеви* (анг. OCW - OpenCourseWare), бесплатни содржини кои се јавно достапни преку Интернет мрежата и кои овозможуваат во кое било време да се стекне, дополни или обнови веќе стекнатото знаење. Овие јавно објавени материјали можат да бидат само во текстуална форма, но можат по потреба да се надополнат и со линкови кои вклучуваат презентации, видеа, аплети итн. Одовде понатаму се развиваат таканаречените *масивни отворени онлајн курсеви* (анг. MOOC - Massive Open Online Course) кои нудат бесплатна регистрација (отворени), за неограничен број на учесници (масивни) и пристап преку мрежа (онлајн), додека традиционалните материјали се надополнети со видео предавања, задачи и квизови, форуми за дискусија и слично.

Платформите кои го овозможуваат масивниот отворен тип на курсеви и стануваат особено популарни од 2012 година наваму, главно се делат во две групи: cMOOC и xMOOC. Првиот тип ја негува конективистичката филозофија во учењето која подразбира дека материјалот треба да е агрегиран (наместо преселектиран), преуредлив, пренаменлив и пренослив (достапен при идни надградувања) [6]. Наставниот дизајн во cMOOC тежнее да ги поврзува учениците, да ги поттикнува на соработка, размена на знаења и на развивање на заеднички проекти. Од друга страна, пристапот на xMOOC курсевите е повеќе традиционален, заснован на бихевиористичките теории, насочен кон комплетирање на курсот и добивање на сертификат за одреден степен на познавање на конкретната проблематика. Фокусот овде е на скалабилноста, а силабусот (наставната програма) е јасно дефиниран, вообичаено претставен низ снимени предавања и проблеми за самостојно тестирање. Во некои случаи, добивањето на сертификат, како и на дополнителни материјали и асистенција се можни само при плаќање на одреден износ од страна на корисникот.

Несомнена е користа и привлечноста за сите заинтересирани од организирање на вакви достапни, мултимедиумски, интерактивни едукативни содржини овозможени од MOOC платформите. Сепак, иако денес нивото на учеството во онлајн курсеви е релативно високо, процентот на нивно комплетирање останува сè уште низок, а недостасува и подлабока анализа на пазарната вредност на сертификатот којшто се добива по успешното завршување на зададените обврски.

СТРАТЕГИИ ЗА СОВРЕМЕНОТО МАТЕМАТИЧКО ОБРАЗОВАНИЕ

Дебатата помеѓу традиционалистите наспроти реформистите во математичкото образование (таканаречени 'математички војни'), е производ на разликите помеѓу поборниците на конструктивистичкиот пристап од една, и на бихевиоралниот и когнитивниот пристап од друга страна. Главното верување во конструктивизмот е дека знаењето не може да биде пренесено, туку треба да биде плод на умствен напор кој е произлезен од искусвено учење. Информацијата може да се пренесе, но нејзината трансформација во знаење е внатрешен процес на откривање на врските помеѓу новите информации, и личното сфаќање и претстава за реалноста.

Кога на студентот не му е јасно што се бара од него, тој лесно ќе ја потцени или прецени комплексноста на материјата која е предмет на изучување и ќе ја занемари поврзаноста со претходно стекнатите вештини и знаења (математички или други). Таквиот студент ниту знае што всушност *не знае*, што потенцијално ќе се преслика во натамошен слабо организиран пристап кон презентираниот материјал и ресурси. Извесното отсуство на успех дополнително ќе ја загрози веќе ослабената самодоверба, што само ги подгрева негативните емоции на беспомошност, посраменост и неверување. Сето ова имплицира дека во долгата битка за знаење, потребно е да се влезе добро вооружен и со однапред осмислени стратегии.

Аверзијата кон математиката, која во повисоките степени на образование е честа кај студентите од други дисциплини, е претежно поврзана со неможноста да се согледа длабочината на проблемот и следствено, да се развијат ефективни стратегии за негово надминување. Дури и кога постои можност да се побара и да се добие надворешен увид во настанатиот проблем, тоа најчесто е блокирано од внатрешни бариери како што се некритичност, негативни ставови и стереотипи. Наставникот/ инструктор кој се соочува со аверзивно однесување, треба да има предвид дека тоа не мора да е нужно лична карактерна особина на студентот, туку може да е резултат на реактивно однесување, произлезено од претходни искуства. Поради тоа, ефективните стратегии кои можат да се применат во вакви услови треба да излезат од вообичаената рамка на изучување на математиката, а начинот на којшто ова ќе биде направено треба да зависи од обемот, природата и изворот на постоечките бариери.

Во настојувањето да се направат суштински промени, постојат неколку пристапи (ќе ги наречеме стратегии), кои може да се применат со цел да се избегне однапред хендикепираната стартна позиција. Овде ќе наведеме неколку основни, со напомена дека ваквите 'листи' не треба да се сметаат за апсолутни, а уште помалку за конечни, но дека се сепак посоодветни за напредни модели на учење, како што е конструктивистичкиот кој претходно го дискутиравме.

1. Поголемо внимание на основните математички поими. Основните поими се столбовите на секој модел или теорија. Во математиката, неопходно е не само подобро сфаќање на веќе постоечките, туку и по потреба развивање на нови, не нужно аксиоматски поими, со што ќе се зајакне главната улога на математиката како инструмент во истражувањата. Наместо трошење на фокусот и енергијата на меморизирање на факти, тие ќе се насочат кон проверка на веродостојноста на тврдењата декларирани како знаење, како и мерата и условите под кои истите треба да бидат сериозно сфатени.

2. Прво примери, потоа апстракција. Функционален модел, а не дефиниции и теореми е производот по кој се трага. Конкретните примери можат да ја разбудат

интуицијата во врска со својствата на истражуваните објекти. Апстрактната теорија која потоа доаѓа, природно ќе ја следи оваа интуиција, претворајќи ја во формален поим.

3. Фокус на алгоритмот, наместо на вежбањето долги пресметки. Студентите треба најпрво да се запознаат со проблемите, а дури потоа со методите кои се користат за нивно решавање. Може да се побара од нив, самите да се обидат да изнајдат начин за решавање на проблемот, па дури потоа да се открие и дискутира методот кој се применува. На таков начин, тие ќе можат полесно да го препознаат тој проблем или неговите варијации кога повторно ќе го сретнат и притоа, да ја одберат вистинската процедура за негово решавање, препуштајќи им ги гломазните пресметки на автоматизираните сметачи. Воедно, ова ја зајакнува способноста на поединецот за интерпретирање на проблемот на недвосмислен начин, комуницирајќи ги своите размислувања на јазикот на математиката.

4. Вештини на точна аргументација. Во математиката, аргументирањето е процес на откривање на математичката вистина, низ дискурс кој е заснован на логичките закони. Користиме докази и контрапримери, за да ги убедиме останатите дека некое тврдење е точно или неточно. Усовршувањето на овие процедури, при соодветно знаење и информации, ќе го придвижи математичкиот авторитет и владеење од наставникот и учебникот, кон ученикот/ студентот и неговиот комуникациски круг.

5. Обезбедување на потребното време за совладување на материјата. Математиката е една од науките кај кои е потребен голем број на итеративни навраќања на одредена тема, за да може да се постигне подлабоко сфаќање на нештата. Но, ова не може да биде реализирано во рамки на класичната настава, кога постојат временски и материјални ограничувања. Онлајн ресурсите за поддршка, кои би биле достапни и надвор од часовите, можат да бидат од голема корист за надминување на проблемот. Материјата треба да биде групирана во мали порции кои можат да бидат природно усвоени, на разбирлив јазик, со регуларна можност за проверка на она што е разбрано.

6. Обезбедување на соодветна поддршка за наставниците. Иако сè повеќе наставници ја прифаќаат потребата од вградување на современите методи и содржини во образовниот процес, промените адресираат голем број прашања и комплексни потреби на кои е тешко индивидуално да се одговори. Оттука, може да биде од голема помош доколку се разменуваат позитивни искуства, успешни методи и применети решенија. Ова може да се организира низ обуки, менторства, совети, упатства и слично.

ЗАКЛУЧОК

Денес, технологијата го има заземено едно од клучните места во процесите на учење, обезбедувајќи нови алатки за единствен, современ образовен пристап. Како и секоја нова идеја или теорија, таа заслужува внимателно испитување на можностите кои ги нуди за поуспешно учење. Традиционалните теории на бихевиоризам, когнитивизам и конструктивизам, секоја на свој начин, придонесуваат во дизајнирањето на онлајн материјалите согласно личните видувања за тоа како настанува учењето - бихевиористичките стратегии се сконцентрирани на фактите и она што е потребно за да се разберат концептите, когнитивните стратегии се фокусирани на начините за успешно применување на процесот на учење, додека конструктивистичките стратегии се насочени кон реалноста, т.е. кон создавање на можности за примена на она што е презентирano. Конективизмот, пак, во овој контекст, треба да послужи како водич за прилагодување на постоечките теории за нивна примена во глобализираниот вмрежен свет, но не и како самостојна теорија [7]. Тој може да се примени во одредени области на знаењето, но не

е универзален – потребата од инструкторство и менторство, односно внесување на елементот на пракса и искуство, не е надмината.

Конективистичкиот пристап кон процесот на учење ја нуди потребната разновидност, овозможувајќи им на новите генерации да соработуваат во потрагата по решенија на сè поголемиот број на прашања. Што се однесува до математиката, таа не претставува обична нумеричка писменост (како што е вообичаеното, широко прифатено мислење). Нејзината специфичност во однос на другите науки е во тоа што е заснована на фундаментален формализам и конвенции. Во напредните нивоа, не може да се очекува дека овие фундаментални знаења ќе бидат на располагање со цел 'надополнување на пропуштеното' - тоа е како кога некој што добил задача да напише роман, допрва да треба да ја учи азбуката и основните граматички правила. Но истовремено, колку и да ги сметаме овие фундаментални потреби (познавањето на броеви, аритметички операции, дефиниции, процедури и правила) за суштински, не треба да ги сметаме за прости или базични, знаејќи дека човештвото потрошило милениуми за да ги открие и формализира. Нема разумност во очекувањето дека еден студент ќе може наеднаш самостојно да ги открие во некоја фаза од своето образование (согласно некаква конструктивистичка агенда развиена во рамки на курсевите), исто како што нема голема полза ниту од нивното папагалско повторување, кога веќе еднаш биле 'научени'.

Дигиталната ера е веќе тука, а со неа и сите погодности кои ги нуди. Ресурсите се на дофат, нивниот број постојано расте а ограничувањата се сè помалубројни. Содржините може, согласно потребите, да се класифицираат по широчина, длабочина и комплексност. Може да се збогатуваат со илустрации, примери и апликации, и сето тоа може да биде направено на нагледен и пристапен начин. Може да се откриваат врските со минатото и да се прават проекции за иднината. Математиката може да стане еден од омилените предмети, ако пристапот кон нејзиното изучување е правилен.

Во оваа смисла, прашањето не е дали е дојдено времето на еволуција во математичкото образование, туку дали сме за тоа подготвени, дали имаме соодветни стратегии и какви ресурси имаме на располагање за спроведување на успешно математичко образование.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hromkovič, J. Homo Informaticus – Why Computer Science Fundamentals are an Unavoidable Part of Human Culture and How to Teach Them. Olympiads in Informatics, Vol. 10, 2016 IOI, Vilnius University. DOI: 10.15388/loi.2016.07, 2016, pp. 99–109.
2. Duvillié, B. Sur les traces de l'Homo mathematicus. Les mathématiques avant Euclide. Mésopotamie, Egypte, Grèce. Paris: Ellipses, 1999.
3. Álvarez, D., Moreno, D., Orduna, P., Pascual, V., San Vicent, F. J. Maths: from distance to e-learning. International Journal of Interactive Multimedia and Artificial Intelligence 3(4):5-12, 2015.
4. Siemens, G. Connectivism: A Learning Theory for the Digital Age, 2004.
5. Eady, M. J., Lockyer, L. Tools for learning: technology and teaching strategies. Learning to Teach in the Primary School, Queensland University of Technology, Australia, 2013.
6. Altınpulluk, H., Kesim, M. The Evolution of Moocs and a Clarification of Terminology Through Literature Review. Proceedings of the European Distance and E-Learning Network 2016 Annual Conference Budapest, 14-17 June, 2016.
7. Ally, M. Foundations for educational theory for online learning. In T. Anderson (Eds.), The theory and practice of online learning, Edmonton, AB: Athabasca University Press, 2007, pp. 15-44.

Математика од основно образование до факултет- дали сме ланец или посебни алки?

Елена Котевска¹, Соња Чаламани², Петар Соколки³, Мажанна Северин-Кузмановска⁴,

^{1,2} *Технички Факултет, Битола, Република Македонија*

³ *Природно-математички факултет, Скопје, Република Македонија*

⁴ *Педагошки Факултет, Битола, Република Македонија*

Апстракт. Математичкото образование на младите како никое друго се надградува постепено, почнувајќи од предучилишната возраст преку основното, средното до високото образование, па и потоа. Пирамидата на математички поими и идеи постепено се конструира и најважно е таа да има стабилна основа, но и соодветно надградување. Меѓутоа, при секое наредно скалило, се воочуваат пропусти кај учениците од претходното скалило. Општ впечаток е дека ние, наставниот кадар, не делуваме како ланец, туку како посебни алки во ланецот. Во овој труд ќе предочиме дел од проблемите со кои сме се соочиле при нашите обиди да ја надградиме математичката пирамида во високото образование. Целта на овој труд е преку илустрирачки примери да алармираме за проблемите, но и преку давање на конкретни насоки за делување во иднина да се обидеме истите заеднички да ги решиме.

Клучни зборови: математичко образование, настава, проблеми.

ВОВЕД

Значењето на математиката во денешната информатичка ера е неспорно и е препознаено од страна на сите развиени земји. Тие вложуваат многу напори и средства во зголемувањето на математичката писменост на своето младо население. Тоа се гледа со сеприсутното истакнување на значењето на таканаречените STEM (наука, технологија, инженерство, математика) вештини од страна на сите релевантни фактори во планирањето, креирањето и спроведувањето на нивните научно-образовни политики.

И во нашата земја во текот на изминатите години постои засилена тенденција за унапредување на математичкото образование и соодветно се спроведуваат низа на реформи и реорганизации на наставата по математика. И покрај сите напори, сепак недостасува очекуваниот подем и се чини како да постојат низа пропусти во математичкото образование. Најчестите пропусти се воочуваат при премин од еден во друг степен на образование (од основното во средното и од средното кон високото образование). Имено, впечатокот на секој нареден наставник по математика е дека претходниот наставник недоволно ги подготвил учениците со соодветните математички знаења и вештини. Наставниците во средното образование воочуваат низа пропусти кај своите ученици по наставните содржини кои требало да бидат усвоени во основното образование, а ние во високото образование ги воочуваме пропустите и од двата претходни степени на образование.

Факторите и причините кои придонесуваат кон оваа ситуација се повеќеслојни, наталожени со години наназад и се испреплетуваат меѓу себе, почнувајќи од проблеми кои потекнуваат од носителите на одлуки, наставни програми и планови, преку

проблеми кај наставниот кадар, па се до проблеми поврзани со самите ученици/студенти. Како и секогаш кога во некој процес е вклучен човечкиот фактор, секако дека не можат да се занемарат и разни општествени, социјални и економски фактори кои доведуваат до одредена ситуација.

НАШИ СОГЛЕДУВАЊА ЗА МОЖНИТЕ ПРОБЛЕМИ

Ако сакаме да направиме анализа на можните проблеми, мора да се осврнеме на сите фактори кои влијаат на процесот на математичко образование. Тоа се: образовните политики, наставните програми, наставниците и учениците.

До почетокот на средното образование, секој ученик изучува исти математички содржини. Разликата во стекнатите знаења кај различни ученици, по предметот математика, зависи од повеќе фактори меѓу кои: способностите, организираноста, мотивацијата и работните навики на ученикот, залагањето на наставникот (пристапот, креативноста и пожртвуваноста), но и од односот на родителите и средината кон учењето на природните науки. Во овој дел од образованието, не може да ги вклучуваме наставните програми и учебниците како фактор за разликите во стекнатите знаења и вештини, затоа што сите ученици учат по исти наставни програми.

Кога зборуваме пак за разликите во усвоените знаења и вештини по математика во делот на средното образование, мора како фактор да ги сметаме и наставните програми, затоа што надоградувањето на знаењата по математика во средното образование, директно зависи од тоа во какво средно училиште ученикот одбрал да го продолжи образованието.

Авторите на овој труд работат претежно со студенти од техничките и природните науки и затоа се задржуваме само на анализа на знаењата на учениците кои своето средно образование го стекнале во стручните технички училишта или во гимназија. Генерален впечаток е дека студентите кои доаѓаат од гимназиското образование се со поголеми знаења од студентите кои доаѓаат од средните технички училишта. Тоа можеби се должи на фактот што неделниот фонд на часови во гимназиите и во стручните училишта се разликува. Во средните стручни технички училишта и во гимназиите, фондот на неделни часови по математика во прва и втора година е 3 часа, при што и наставните содржини се поклопуваат. Но, во трета и четврта година, фондот во гимназиите останува 3, а во техничките училишта се намалува на 2, со тоа што учениците имаат можност за уште 2 изборни часа по математика. [7,8]

Во продолжение ќе се обидеме да направиме анализа на причините за проблемите кои се јавуваат кај секој фактор поодделно.

Наставни програми: Проблемот на бројни реформи во образованието

Сведоци сме на многу реформи во основното и средното образование, воведени без претходна сериозна анализа и консултација со сите релевантни фактори. Освен тоа, реформите често се спроведуваа во отсуството на соодветни подготовки на наставниот кадар, наставните помагала и на учениците. Тоа очекувано доведе до нецелосна адаптација кон промените и како резултат добиваме ученици и студенти кои имаат незанемарливи пропусти во стекнатите математички знаења и вештини. За иронијата да е поголема, сите реформи се воведуваа со иста цел: подобрување на квалитетот на наставата и знаењата на учениците.

Што се однесува до високото образование, направените реформи се јавуваат и како проблем во надоградувањето на математичката пирамида, но и како дијагноза за пропустите во основните математички знаења и вештини.

Од една страна, појавата на приватните факултети и зголемениот интерес за студирање на истите, како и тенденцијата на скратување на часовите по математика на поголем дел од државните технички факултети (со цел да се привлечат што поголем број на студенти) се чини ги покажаа во вистинско светло горливите проблеми во математичкото образование. Општиот став е дека најголемиот број од потенцијалните студенти имаат ниско ниво на математичко образование и следствено не можат да одговорат на предизвиците кои ги претставува високото образование во делот на техничките и природните науки. Дел од таквите државни факултети посегнаа по осиромашување на наставните содржини и намалување на фондот на неделни часови по математика, со убедување дека ниското ниво на математичка писменост е директна причина за избегнувањето на факултетите со (повеќе) задолжителни предмети по математика, од страна на потенцијалните студенти. Приватните факултети пак, каде успешноста на запишувањето и студирањето директно зависи од висината на цената која ја плаќа студентот, за брзо време станаа популарно прибежиште на студентите кои ја избегнуваа математиката. Така се направи еден маѓепсан круг од кој тешко се наоѓа излез. Само за потсетување, сакаме да напоменеме дека во минатото не постоеше факултет во земјава во кој задолжително не се изучуваше предметот Виша математика.

Од друга страна, споменатото намалување на фондот на часови по математика на дел од државните факултети, не одеше секогаш правопрпорционално со намалувањето и на наставните содржини. Така што, денес сме во ситуација да мораме истиот материјал по предметите од математика, да го предаваме во помал број на часови, и тоа на студенти кои покажуваат сериозни пропусти во основните математички знаења. Освен тоа, со измените во наставните програми, цената која ја плаќаат студентите е пропуштање на многу важни теми од математиката, што резултира со недоволна подготвеност на студентите за прифаќање на апстрактните поими и нивно препознавање во останатите предмети. Затоа, честопати сме на удар на критика од колегите во понатамошните студиски години, дека студентите не се подготвени да ги пратат нивните предмети. Сепак, таквата критиката не е ниту конструктивна, ниту е од реална корист за студентите. Тука едноставно се работи за прекин во ланецот на математичкото образование. На пример, имаме ситуација во која студент на машинство изучува теорија на флуиди, без никогаш во животот да не се сретнал со поимот „функција од повеќе променливи“ или „парцијален извод“.

Како пример за скратување на математичките предмети ќе ги посочиме примерите на Техничкиот и Педагошкиот факултет во Битола.

Во периодот 1996-1998 година на Техничкиот факултет во Битола на сите отсеци имало по 4 задолжителни едносеместрални предмети по математика, и тоа: Математика 1 со неделен фонд од 4+4 часа, Математика 2 со неделен фонд од 2+2 часа и Математика 3 и 4 со неделен фонд од 3+3 часа, [1]. Таквата состојба се задржала се до воведувањето на ЕКТ системот кога на Електротехничкиот отсек останале предметите Математика 1, 2 и 3 со неделен фонд од 4+3 часа (при што Математика 3 и Математика 4 се споиле во еден предмет), додека на Машинскиот отсек останале предметите Математика 1 и 2 со намален неделен фонд од 3+2 часа. Слична или иста ситуација е на сите останати отсеци, [2,3,4].

Во периодот 1995-2008 година на Педагошкиот факултет во Битола, се изучувале два двосеместрални предмети: Математика 1 со неделен фонд од 2+1 часа и Математика 2

со неделен фонд од 1+1 час, [5]. Денес на Педагошкиот факултет во Битола предметот Математика се изучува само во еден семестар, со неделен фонд од 3+1 часа, [6].

Проблеми со кои се соочуваат директните учесници во наставниот процес

Проблемите со неспретното воведување на реформи се рефлектираат, како што споменавме и погоре, и при самото изведување на наставата. Во оваа смисла, можеби со најголеми проблеми се сретнуваат наставниците во основното образование, кои како што веќе заклучивме, се клучен фактор во стекнувањето на основите на математичкото знаење. Сигурни сме дека не е лесно да се менуваат и адаптираат наставните планови при толку чести и избрзани реформи. Исто така, наследуваат ученици што учеле по една програма, а сега треба да учат по нова програма. На тој начин, се случуваат бројни пропусти во знаењата и вештините, за кои наставниците воопшто немаат вина. Исто така треба да се напомене, дека погоре споменатите скратувања на математичките предмети на Педагошките факултети (веруваме дека е тоа случај секаде), со сигурност придонесуваат кон намалување на капацитетот на идните наставници во одделенската настава по математика. Тоа секако дека се рефлектира и во нивната секојдневна работа и не придонесува за подобрување на квалитетот на наставата.

Проблеми од сличен карактер има и во средното образование. Професорите во средно образование наследуваат ученици кои изучувале наставни содржини кои се резултат на две реформирани наставни програми, при нереструктурирана наставната програма за средно од 2001 година. Како резултат на тоа, прекинат е природниот ланец на математички знаења кои ги поседуваат учениците. Тоа предизвикува сериозно намалување на квалитетот на наставата по математика и претставува проблем за наставниците при спроведувањето на истата.

Сепак, најголема штета е направена кај самите ученици, посебно кај оние кои планираат да го продолжат своето образование на факултети на кои математиката се смета за основен предмет. Дополнително, кај нив влијаат и општествено-социјалните моменти, поврзани со отсекогаш присутната тенденција кај адолесцентите кон брзи и добри резултати, без вложување на поголем напор. Тоа се постигнува со одење на популарно нареченото „спремање“ по математика, честопати кај некомпетентни лица, кои пак профитираат на сметка на целокупната состојба во математичкото образование.

Во врска со проблемите во факултетското образование по математика, би сакале да посочиме дека при нашата секојдневна работа со студентите воочуваме проблеми од различна природа. Низ годините, сведоци сме дека поновите генерации имаат генерално послаба општа писменост која најмногу се манифестира преку неможноста на студентите да се изразат, да разберат или да формулираат малку посложени математички искази или тврдења. Освен општата писменост, недостасува и математичка писменост, манифестирана преку слабата математичка прецизност, намалената јасност и немањето способност за математичка строгост. Како професори, исправени сме пред предизвикот да мораме, на крајно елементарен начин, да предаваме сложени математички концепти, како и да го адаптираме нивото на сложеност на задачите кои ги даваме на испит, кон ниското ниво на општа и математичка писменост. Дури и при барање за обично репродуцирање на основни правила или теореми, студентите имаат потешкотии да одговорат на задачите.

Од нашето досегашно искуство и работа на различни факултети, можеме да изведеме генерален заклучок дека стекнатите знаења и вештини по математика на голем дел од нашите студенти, не се на задоволително ниво за тие да можат успешно да

ја следат наставата по математика. Тоа особено се забележува при изучувањето на предметот Математика 1 (поранешна Виша математика 1, предмет во прва година, прв семестар), затоа што голем дел од наставните содржини се повторуваат од средното образование, а сепак голем дел од студентите не можат навремено да ги совладаат.

Во следниот дел, ќе ги претставиме најчестите грешки кои сме ги забележале кај студентите кои имаат поголеми пропусти во математичкото образование. Некои од грешките се такви што понекогаш и ние запаѓаме во состојба на апатија и потполна збунетост од каде да почнеме со пополнување на празнините.

Типични пропусти во математичкото образование кај нашите студенти

Едни од најчесто забележаните грешки кои ги прават нашите студенти е во начинот на средување на алгебарски изрази.

① $\begin{cases} x = \cos t + t \cdot \sin t \\ y = \sin t - t \cdot \cos t \end{cases} \quad t \in [0, \pi]$

$L = \int_0^\pi \sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2} dt$ ✓

$\dot{x} = (\cos t + t \cdot \sin t)' = -\sin t + (t' \cdot \sin t + t \cdot \cos t) = -\sin t + \sin t + t \cdot \cos t = t \cdot \cos t$

$\dot{y} = (\sin t - t \cdot \cos t)' = \cos t - (t' \cdot \cos t + t \cdot (-\sin t)) = \cos t - \cos t + t \cdot \sin t = t \cdot \sin t$

$(\dot{x})^2 = (t \cdot \cos t)^2 = t^2 \cdot \cos^2 t$ ✓

$(\dot{y})^2 = (t \cdot \sin t)^2 = t^2 \cdot \sin^2 t$

$L = \int_0^\pi \sqrt{t^2 \cos^2 t + t^2 \sin^2 t} dt = \int_0^\pi \sqrt{t^2 (\cos^2 t + \sin^2 t)} dt = \int_0^\pi t \cdot 1 dt = \frac{1}{2} t^2 \Big|_0^\pi = \frac{1}{2} \pi^2$

5. a) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2+7}} = \frac{t = x^2+7}{dt = 2x dx / 2x^2} = \frac{dt}{2x^2} = \frac{dt}{2(t-7)}$

$= \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+7}} \cdot \frac{dt}{2x^2} = \int \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^{-1/2} dt = \frac{1}{2} \cdot 2 t^{1/2} + C = \sqrt{t} + C = \sqrt{x^2+7} + C$

СИКА 1: Лево: Извадок од Писмен испит по Математика 2.
Десно: Извадок од Писмен испит по Математика 1

На Слика 1 дадени се примери од решавани задачи од испити по Математика 1 и Математика 2 на Технички факултет-Битола. На сликата лево од студентот се барало да пресмета должина на лак на крива. Од приложеното се гледа дека студентот го совладал материјалот за должина на лак на крива, затоа што ја знае формулата и знае правилно да

$\frac{1}{x(x-2)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+2}$

$I = I_1 + I_2 + I_3$

$I_1 = \int \frac{-4}{x} dx = -4 \ln|x|$

$I_2 = \int \frac{8}{x-2} dx = \frac{8}{-2} \int \frac{1}{x} dx = -4 \ln|x-2|$

$I_3 = \int \frac{8}{x+2} dx = \frac{8}{2} \int \frac{1}{x} dx = 4 \ln|x+2|$

1. $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$

a) $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = \frac{1+\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} = \frac{1+\sqrt{x}}{1-x}$

$= \frac{1}{1-x} + \frac{\sqrt{x}}{1-x}$

$= \frac{1}{1-x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$= \frac{1}{1-x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

СИКА 2: Извадоци од Писмени испити по Математика 1.

да ја примени, а и точно ги пресметува изводите. Значи, материјалот кој што бил предвиден за часовите по Математика 2, го совладал успешно. Но, кога треба да го среди изразот за да го пресмета интегралот, тој го применува најпопуларното „правило“ за кретење под знак на корен: $\sqrt{a^2+b^2} = a+b$. На Слика 1 и Слика 2 имаме слични ситуации, но сега по предметот Математика 1. Студентот очигледно знае да решава неопределен интеграл со метод на замена (Слика 1, десно) и знае како се решава интеграл со примена на неопределени коефициенти (Слика 2, лево), но инвентивниот начин на кој „извлекува“ константи пред интеграл, го спречуваат да го заврши пресметувањето на точен начин.

$$f(x) = \ln(\sqrt{1+e^x} - 1) - \ln(\sqrt{1+e^x} + 1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+e^x} - 1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1+e^x}} - \frac{1}{\sqrt{1+e^x} + 1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1+e^x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2(\sqrt{1+e^x} - 1)\sqrt{1+e^x}} - \frac{1}{2(\sqrt{1+e^x} + 1)\sqrt{1+e^x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+e^x}}$$

СЛИКА 3: Извадоци од Писмени испити по Математика 1

Слика 3 илустрира исто така крајно чуден начин на „кретење“ на делови од даден алгебарски израз. Слично, од двата прикази на Слика 4, се гледа дека студентот при полагање на предметот Математика 1, се подготвил соодветно и научил како се наоѓа извод од количник и извод од сложена функција, но задачата не може да ја дореша затоа што или нема или има научно погрешни методи за средување на алгебарски изрази.

$$f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$f'(x) = \frac{(\cos x - \sin x) \cdot (\sin x - \cos x) - (\sin x + \cos x) \cdot (\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cos x \cos x - \sin x \cos x - \sin x \cos x - \sin x \sin x - \cos x \cos x - \cos x \sin x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x - 2\sin x \cos x - \cos^2 x - \sin^2 x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2\sin x \cos x - 2\sin^2 x - 2\cos^2 x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2\sin x \cos x - 2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2\sin x \cos x - 2}{(\sin x - \cos x)^2}$$

СЛИКА 4: Извадоци од Писмени испити по Математика 1

Задачите во сите случаи остануваат недорешени, а професорот останува збунет како да ја оцени работата на студентот, кој патем бил редовен на настава, ги решавал сите домашни задачи, а изработил и семинарска работа?

Јасно е дека главната цел на задачите кои му се задавани на студентот во текот на семестарот, била увежбување на методите за решавање изводи, интегрални и нивна примена, а не средување на алгебарски изрази. Овде би сакале да споменеме и дел од останатите популарни „правила“ кои сме забележале дека студентите ги користат:

$$\frac{a+x}{a} = x, \quad \sqrt{a^2} = \pm\sqrt{a}, \quad (a+b)^2 = a^2 + b^2, \quad \sin x = \sin \cdot x, \quad \frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Се разбира дека при прегледувањето на задачите за домашна работа или при секојдневната работа со студентите, професорот честопати ја согледува ситуацијата со ваквите пропусти и многу често навремено и соодветно реагира (давајќи задачи за увежбување на деловите каде студентот има пропусти), но студентите се жалат дека немаат секогаш време (или волја) да ги сработуваат тие „специјални вежби“ и брзо губат мотивација за да продолжат со работа. Друг проблем е тоа што некои „правила“ се чини дека се толку силно врежани во главите кај голем дел од студентите, што и покрај тоа што секојдневно ги потсетуваме и алармираме на таквите пропусти, продолжуваат масовно да ги прават истите грешки. Се чини дека што и да направиме, не е доволно за да се постигнат посакуваните резултати. Конечно, се прашуваме дали ваквите студенти треба да полагаат Математика 1 и Математика 2, се додека не си ги пополнат сите „дупки“ во знаењето?! Или треба да положат со најниска оценка и покрај тоа што ги совладале содржините предвидени по предметот?! Притоа, од голема важност е да се напомене дека во сите случаи се работи за интелигентни млади луѓе, со способност брзо да усвојуваат нови знаења, но со многу слаба мотивираност за работа по математика, како и со многу ниско ниво на самодоверба кога се работи за сопствените математички знаења и вештини. Исто така, важно е да се напомене дека како по правило, голем дел од ваквите студенти покажуваат многу мала спремност за самостојно увежбување на задачи. Би се рекло дека се типови на ученици за кои е потребно да се вложи додатен напор од страна на наставникот, за да се подигне нивото на заинтересираност за вежбање задачи.

ЗАКЛУЧОЦИ И ПРЕПОРАКИ

Од погоре изнесените согледувања, природно се наметнуваат неколку заклучоци. За почеток, го имаме одговорот на поставеното прашање во насловот на трудот. За жал, одговорот е потврден. Навистина се чини дека скалилата во математичкото образование не се надоврзани како ланец, туку повеќе се однесуваат како посебни алки. Освен тоа, наш впечаток е дека и покрај силните напори на општеството во целина за унапредување на математичкото образование, ние сме сведоци на се помали математички знаења и вештини кај учениците/студентите. Притоа, секој нареден наставник по математика (или сродните науки), вината за недоволното математичко предзнаење на учениците/студентите ја префрла на претходните наставници. Тука нема исклучоци и сите сме свесни за таа појава. Честопати во неврзан разговор се шегуваме дека на крај излегува дека највиновни се наставниците до четврто (или по ново до петто) одделение. И така, секој наставник се чувствува оставен сам на себе, како знае и умее да изнајде решение, да ги исполни „дупките“ во предзнаењата на учениците. Но, неретко сме

сведоци и на потполна резигнираност или дури и незаинтересираност на наставниците за своите ученици. Едноставно, тоа може да се случува затоа што некои наставници немаат ни идеја од каде да почнат со пополнување на празнините, а некогаш можеби имаат чувство дека никому не му е ни грижа за тоа, се додека наставата се одржува редовно и формално според наставната програма и план, а оценките се позитивни. Но, сепак мора да се вложуваат максимални напори од страна на наставниците за всадување на љубов кон математиката и стекнување на работни навики за увежбување на вештините, кај децата уште од најмала возраст. Како што веќе споменавме, улогата на наставникот е особено важна во одделенската настава и е клучен фактор во поставувањето на здрави основи на математичкото образование. Ако се постигнат овие цели, тогаш на сите следни степени на образование ќе има многу помалку проблеми за решавање и „дупки“ во знаењето за пополнување.

Наше силно уверување е дека решенијата на проблемите треба да произлегуваат оддолу нагоре, а не во обратен правец-како досега. Сигурни сме дека со зголемување на комуникацијата помеѓу наставниот кадар од сите нивоа на математичкото образование, како и на комуникацијата со надлежните институции, полека но сигурно, посебните алки ќе си го најдат своето место во ланецот. Во оваа смисла, сметаме дека најголемо влијание и улога може да одигра СММ, како здружение кое ги обединува сите наставници по математика. Затоа, им предлагаме на раководните органи на СММ, да направи напори за осмислување на содржини со кои би се активирале членовите на здружението, посебно на локално ниво. Тоа би ја развило меѓусебната соработка и комуникација помеѓу наставниот кадар кој работи со познати групи на ученици. На тој начин, проблемите ќе може да се локализираат појасно и точно ќе се знае каде треба да се делува и на кој начин. Сметаме дека на така ќе се надмине јазот што го чувствуваме меѓу нас и наместо меѓусебно да се обвинуваме, заеднички ќе се обидуваме да обмислуваме и да предлагаме кај законодавецот соодветни решенија за нашите проблеми.

ЛИТЕРАТУРА

1. Информатор на Технички Факултет Битола, јуни 1996-1998
2. Информатор на Технички Факултет Битола, април 2006
3. Информатор на Технички Факултет Битола, јуни 2012
4. Информатор на Технички Факултет Битола, јуни 2017
5. Елаборат на студиската програма Наставник во одделенска настава, 1995
6. Елаборат на студиската програма Наставник во одделенска настава, 2008/2012/2016
7. https://www.bro.gov.mk/%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8/?idcat=16&customposttype=documents_category
8. https://www.bro.gov.mk/%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8/?idcat=13&customposttype=documents_category

ETWINNING проекти во наставата и воннаставните активности во основните училишта

Аида Петровска¹, Биљана Васик²

¹ООУ Димитар Миладинов, Скопје, Македонија

²11 Октомври, Скопје, Македонија

Апстракт. Со овој труд ќе ви го доближиме методот на проектната настава како алтернатива на класичното предавање, која избобилува со активни методи во кои учениците креираат проблеми, истражуваат, ги решаваат, сами учат и стекнуваат вештини за современото живеење. Тој метод ќе го опишеме преку низа примери кои сме ги примениле на нашите часови. На крај ќе дадеме сликовит пример за примена на проектните активности во кој повеќе наставни дисциплини се интегрирани и се во корелација едни со други. Проектите се од различни области, од уметноста до природните науки, а со нивната примена се минимизира различноста на луѓето и културите. Со eTwinning проектите ги избришавме границите на државите, јазичните и културните бариери помеѓу народите. Стегнавме многу пријатели од Европа, разменивме многу искуства од животот. Тоа што го искреиравме и изработивме во училиницата стана видливо за сите деца во Европа и во светот. Учевме едни од други, се здобивме со практични знаења, вештини и отвореност за нови идеи и поголема самодоверба. За нас се значајни и искуствата на другите до кои можеме лесно да дојдеме, сите нудиме оригинални решенија за ист проблем..

Клучни зборови: eTwinning, проектна настава, учење, поучување

ВОВЕД

Што претставува eTwinning проект?

eTwinning проект е интернет проект (често се опишува како виртуелен проект иако реално постои) кој се реализира со користење на Информатичко - комуникациска технологија (ИКТ), во процес на комуникација и колаборација помеѓу училиштата од цела Европа каде се разменуваат идеи и искуства како и можност за создавање нови пристапи во наставата.

Денес сите наставници и ученици имаат можност за учество во образовните eTwinning проекти преку кои професионално се развиваат и стекнуваат нови знаења од повеќе области со нагласок на примена на ИКТ.

Училишните партнерства се долгорочни, а проектите се најчесто со траење од една или повеќе учебни години.

eTwinning како платформа е лесна за употреба. Две или повеќе училишта од различни земји формираат партнерство, за да работат заедно на проекти и да разменат идеи и искуства. Комуникацијата се спроведува преку Интернет и со користење на ИКТ алатки. Притоа се создаваат партнерски мрежи помеѓу две или повеќе училишта, се дизајнираат нови методи на работа и им се дава можност на учениците и наставниците од Европа да научат повеќе за културниот и социјалниот живот на другите во Европа. Се создаваат врски помеѓу наставните програми и се запознаваат со различни образовни системи.

Во eTwinning проект може да се вклучи во целото училиште или поединец наставник со тим од ученици. Се наоѓа партнер училиште, се изготвува план за работа, се споделуваат идеи, се делат обврските, се закажуваат средбите и се започнува со остварувањето на зацртаните цели.

eTwinning проектот започнува со партнерски договор, со кој претставниците на училиштата изразуваат желба за започнувањето на соработката. Во тој договор се запишуваат задачите и активностите кои што ќе се реализираат во рамките на проектот.

При планирањето на проектот партнерите настојуваат да работат усогласено со националната наставна програма и плановите за училишен развој кои предвидуваат задолжителна примена на ИКТ.

eTwinning партнерствата се регистрираат на европскиот Интернет портал eTwinning (www.etwinning.net). Интернет порталот презентира виртуелни инструменти и алатки за наоѓање партнери (пребарувачот „TwinFinder“) и содржи упатства и идеи за остварувањето на партнерски иницијативи и активности. Откако учесниците ќе се регистрираат за партнерството, тие добиваат пристап до широк спектар алатки и материјали за поддршка. Поддршката на eTwinning се состои од мрежа на агенции. На национално ниво дејноста се администрира од Национален сервис за поддршка (НСП), кој што е во непрекинат контакт со Централниот сервис за поддршка (ЦСП) во Брисел.

Интернет порталот eTwinning (www.etwinning.net) е повеќејазична платформа за eTwinning активностите.

ETWINNING ПРОЕКТИ ВО НАСТАВАТА

Што е учење преку проекти? [3] “Метод со којшто учениците истражуваат сложени прашања или проблеми од реалниот живот поврзани со содржините од наставната програма со помош на постапки за решавање проблеми и користење различни извори на учење и материјали со цел да се постигне финален продукт.”

eTwinning проектите поради своето времетраење овозможуваат континуиран процес, при што наставниците прават критички осврт на сопствената работа и превземаат чекори за да ја подобрат. Всушност, напоредно со проектот се извршува и акциско истражување кое може да биде колаборативно, при што наставниците заеднички ги планираат активностите и ги споредуваат добиените резултати.

Учениците од различни држави можат да работат на исти или на различни задачи од другите, а потоа да си ги сменат задачите за да можат да си ги споредуваат резултатите. Ова е доста корисно затоа што се развиваат и други вештини, како што се: комуникација, презентативност, соработка, слушање и сослушување. Наставниците на учениците им овозможуваат директни искуства и ја поттикнуваат рефлексивната, односно критичкиот осврт, кој има за цел продлабочување на знаења, развивање вештини и вредности.

Често се употребува метод за оценување на учениците од страна на соучениците за да се подобри разбирањето на целите што треба да ги постигнат, да се подобри учењето и да се поттикнат критичкото мислење и комуникациските вештини. Преку eTwinning проектните активности ученикот доаѓа до откритија и прави експерименти од прва рака, наместо да слуша или да чита за нечији други искуства. Овој начин на работа ги мотивира учениците да учат од интерес, љубопитност, уживање или од задоволство поврзано со учењето. Се развива и критичко самопроценување со цел да се согледа ефективност на сопствените одлуки и акции. Учениците учат индивидуално или заедно, користејќи материјали и извори за учење за да најдат информации, независно од наставникот. Проектните активности имаат поголем нагласок на вештините како што се: усно изразување, јазична и нумеричка писменост, критичко размислување, разни начини за

размислување, препознавање и преиспитување; решавање непредвидливи ситуации; анализирање, синтетизирање и евалвација, вештини на планирање и раководење, учење за тоа како се учи, прилагодување на знаењето во нови ситуации, вештини за меѓукултурна комуникација, способност за комуникација, информатички, медиумски, технолошки вештини и друго.

1. Пример на завршен eTwinning проект: Меѓународен ден на бројот ПИ – Pi day

Овој проект го избравме како пример иако е поставен од математичари, но е совршен за имплементација и во наставата по физика затоа што решаваме задачи и проблеми, а самиот ден е со неверојатна симболика.

Меѓународниот ден на бројот пи - 14 март е ден на на смртта на Стивен Хокинг и роденденот на Алберт Ајнштајн.

Стивен Хокинг почина на 14.3.2018, во 76. година од животот, а на 14.3.1879 е роден Алберт Ајнштајн, која не напушти исто така во 76 година од животот. Начинот на пишување на датумот во САД се разликува од оној кој се применува во речиси сите други земји. Тие го пишуваат прво месецот, па денот и на крајот годината. Така 14. март се пишува како 3.14. Поради тоа тој ден е посветен на бројот пи, еден од најмистериозните броеви во математиката, чија вредност се заокружува на 3,14, иако има бескрајна низа на цифри.

Момент во текот на денот, кој е особено значаен е во 1 час и 59 минути (или наутро или попладне), бидејќи тогаш бројот π е зададен со пет децимални места и изгледа вака: 3,14 1 59.

Денот на бројот пи се два празника, се слават измеѓу математичарите ширум светот, и се одбележува важноста на бројот пи (π).

Конгресот на САД донел необврзувачка одлука со која 14 март 2009 се прогласува за Интернационален ден на бројот π . Со ова им се предлага на училиштата да го одбележат денот на овој број.

Денот на апроксимацијата на бројот пи – во земјите како Македонија каде датумот се запишува во формат ден-месец вообичаено како ден на бројот π се одбележува 22 јули, односно 22/7.

Како се приклучив во овој проект?

Проектот е од меѓународен карактер, така што поканата ми ја испратија колеги од Србија и од Босна и Херцеговина. Тие беа основачи и главни носители на проектот.

Во поканата беше наведено[4] име на проектот, колку ќе трае, што ќе работиме, со која цел е организацијата, кои се активностите, која методологија ќе се користи, како ќе комуницираме, кои се клучните средби, како и каде ќе ги евидентираме резултатите од проектот и како ќе го вреднуваме. По поставувањето на Твин Спејс сите учесници (51 наставник од 5 земји), дадовме предлози и проектните страници го добија денешниов изглед.

Твин Спејс (TwinSpace) [2] - Безбедна колаборативна платформа за училишта (наставници и ученици) за проекти. Твин Спејс нуди приватност за секој проект и е достапен веднаш откако проектот ќе се одобри од НСП (национална служба за поддршка).

Проектот заврши со повеќе страници, изобилува со многу активности, средби, фотографии, проблеми, совети, решенија, квизови, книги, постери и презентации.

Страници на проектот:

1. Учесници во проектот – страна на која се претставуваме, закачивме фотографии и напишавме по збор два за себе.

2. Каде се наоѓаме – страница со карта на која внесуваме локации од нашите училишта,

3. Лого проекта – страна на која се случил натпревар во креации каде бираме најдобро лого со гласање,

4. Бројот ПИ низ историја – Изработуваме постери и презентации ,

5. Бријот ПИ насекаде околу нас – редување книги во библиотека, правење нараквици, сликање маици и др.

Креативно Пи

6. Плакати и карикатури – цртежи и стрипови од бројот ПИ, карикатури од Ајнштајн,

7. Песни и приказни за ПИ – доказ дека можат и јазичарите да се вклучат во проектот, пишуваме за ПИ,

8. Филмови – Од собраните материјали правевме видеоклипчиња,

9. Квизови – одговараме на прашања и задачи на тема ПИ и Ајнштајн,

10. ПИ пазл – користевме апликации за правење едноставни и сложени сложувалки,

11. Гео Гебра – Средношколците ни ја презентираа апликацијата гео гебра,

ПИ и ИКТ

12. Натпревари – меморирање на бројот ПИ, во што поголем број на цифри.

13. Пи родендени – пронаоѓаме свои родендени како низи од цифри на бројот ПИ
<http://www.mypiday.com/>

14. Експериментален ПИ – практично одредуваме ПИ - меревме обем или периметар на круг (должината на кружницата) и пречник или дијаметар на една кружница (тоа е отсечка чии крајни точки лежат на кружницата, а која минува низ центарот на кружницата) и ги делевме добиените вредности.

15. Роденден на Ајнштајн – Јадевме пите и пици, заеднички појадок со многу училишта, во исто време и си го честитавме денот.

16. Роденденски честитки – Пишување и праќање честитки по повод Денот ПИ и роденденот на Ајнштајн, претходно се поделивме кој на кого да испраќа за сите да добиеме честитки по реална пошта. Тоа беше посебно чувство.

17. Видео конференции и заеднички работилници – преку твинспејс, месинџер или скајп, работевме заедно и едни на други си сиркавме во училницата, се советувавме и критикувавме.

18. Работилници – презентации на одржани работилници или држење заеднички работилници .

19. Парк на знаење – посета на Парк на знаење во регионален центар Ниш,

20. Математички предизвик за средношколци – Средношколците решаваа задачи со бројот ПИ,

21. Математички предизвик за основци – основците и нивните задачи со бројот ПИ,

22. Сорботка – Помош и совети при решавање на задачи и проблеми, предлагање на експериментални задачи и слично.

23. Веб алатки во проектот – сите учесници можеа да ги користат сите бесплатни алатки, советувавме која алатка е попрактична и полесна за употреба и за размена на материјали и сорботка,

24. Евалуација на проектот – Ученици и наставници пишуваа за добрите и лошите страни на проектот и што би смениле ако продолжи да трае или се обнови за догодина,

25. Дисеминација на проектот – Дисеминацијата помина доста бурно со разни написи по весници и портали, гостувања по телевизии, учества во други натпревари, прослави во училиштата и пишувања во училишните веб страни.

26. Нагледен час – на 14 март математичарите одржаа отворени часови на кои преку скајп учествувавме сите.

Го издвоив овој проект од многу наградени проекти поради неговата несекојдневна енергија, многу шарени профили на наставници, од уметници до математичари и сите имавме интересна работа. Викендите ги користевме за дружби и договори за наредната седмица со полна шоља чај или кафе.

2. Пример на завршен eTwinning проект: STEM Always Everywhere (Стем секогаш насекаде)



СЛИКА 1. Мапа и знамиња на земји учеснички

Целта на овој eTwinning проект беше да се развијат креативни вештини при решавање проблеми со иновативни пристапи и да го проширime и да го збогатime светот на имагинацијата каде работевме тимски, 36 наставници од 16 земји од Европа. Се обидовме и успеавме да привлечеме внимание од многу ученици.

STEM (Science, Technology, Engineering and Math) е образование во основното училиште кое се состои од познавања на основните математички принципи, природните науки, способност за употреба на информациска и комуникациска технологија, писменост, вештини за странски јазик, иновативно и критичко размислување за решавање проблеми, тимско работење и др. Користејќи иновативни алатки и методи, имаме за цел да постигнеме позитивен развој. Сметам дека успеавме.

Како претходниот така и овој проект изобилуваше со многу страници. Секое училиште во склоп на проектот имаше и своја страница за водење на дневник за активностите. На самиот старт се постави дисеминација на проектот, така да секоја активност навремено ја објавувавме и ја промовиравме на facebook група со име на проектот, на самата веб страна, во разни списанија, а често имавме и вебинари.

Проектот започна во септември 2018, а заврши во јуни 2019. Поканата на партнерите во проектот (промоција на партнерите, училиштата и градовите со подготовка на постери и логоа и со создавање на групи на фејсбук за комуникацијата) се одржа во септември.

Веднаш организиравме распоред за работа со цел да се организира настан секој месец. Активностите беа организирани на лесен и едноставен начин, а се спроведуваа во соработка и со други училишта. За секоја училишна манифестација се создаваа ученички групи за пристап до блогови, материјали и фејсбук групи од затворен

карактер. Активностите ги снимавме како фотографии, видеа и презентации. Проектот се спроведе и заврши во согласност со етичките правила и во соработка.

Имавме голема полза од овој проект затоа што со добрата организирана работа работевме на проектните задачи, а воедно се подготвувавме и за Школо за Млади физичари и Ноември месец на науката.

ETWINNING ПРОЕКТИ ВО ВОННАСТАВНИТЕ АКТИВНОСТИ

Според прирачникот “Образование за праведно општество” издаден од Центар за образовни иницијативи Step by Step се наведува дека: [1] “Воннаставни активности претставуваат различни активности кои овозможуваат на учениците своето слободно време да го поминуваат организирано, работејќи тоа што ги интересира, релаксирано, забавно, а при тоа им се овозможува да се здобијат со нови знаења и вештини, дружејќи се со своите врсници.“

Како во наставните, така и во воннаставните активности кои претставуваат интегрално и мошне значајно подрачје во севкупната воспитно - образовна дејност на училиштето, eTwinning проектите имаат големо значење. Преку нив се согледуваат ученичките активности како и постигнатите воспитно - образовни резултати. Задачите на слободните ученички активности се: поттикнување и негување на детската љубопитност, вештини и способности при креативно искажување, истрајност, комуникативност, а eTwinning овозможува планирано и документирано да се исполнат истите задачи, да се негува доследност и истрајност во извршувањето на ученичките обврски и да се создадат навика кај учениците за правилно и рационално користење на слободното време.

Значајни примери на завршени eTwinning проекти кои се случуваат како воннаставни проектни активности:

„ЗДРАВЈЕ ЗА СИТЕ“

Во eTwinning проектите е важно што мотивацијата кај сите учесници е висока, постои дух на пријателство и натпревар. Ќе изложиме еден пример на реален eTwinning проект кој го реализиравме со своите ученици во месец април 2019 година. Проектот е започнат во 2017 година со седиште во Верона, Италија и вклучува 4000 училишта од седум држави. Разгледувајќи ги целите и пропозициите на проектот ни се роди идеја за учество во проектот како просоцијална активност за одбележување на Денот на здравјето на 7 Април со перформанс во Градскиот трговски центар.

Цели на настанот:

Децата се охрабруваат да ги покажат своите добри страни кон заедницата, наклонетост да понудат помош и да направат интеракција со околината. Да бидат поттикнати на емпатичност и да се роди чувството на задоволство и исполнетост кога човек помага на други луѓе.

Опис на активността:

Настанот беше замислен како перформанс на јавен простор во ГТЦ, на платото пред детската продавница „БЕНЕТОН“. Во настанот беа вклучени учениците од II 1 одделение од ООУ “11 Октомври”, родителите, одд. наставници на паралелката-Билјана Васиќ и Ивана Јанковска и случајни минувачи.

Целта на перформансот беше да се актуелизира и одбележи – Денот на здравјето и значењето на здравствената заштита на населението. Посебно беше важно што учениците играа улоги на здравствени работници, доктори, медицински сестри и

терапевти. Играјќи ги тие улоги, во реален простор и време, учениците се соживеаја со нив и ги практикуваа врз случајни минувачи кои со задоволство се ставаа во улоги на пациенти и придонесоа да се создаде позитивна атмосфера во која сите уживаа. Учениците делеа совети за одржување на здравјето, здрава храна, грижа за постарите луѓе.

Просоцијално однесување во локалната заедница:

Оваа активност беше забележана како добро организиран настан и остави позитивен впечаток кај менаџерите, вработените во ГТЦ и посетителите, а учениците го почувствуваа задоволството при давање помош на други луѓе.

"LIGHT SCOUTS" - „СВЕТЛИНСКИ ИЗВИДНИЦИ“

Проектот траеше три месеци и го покри периодот кога по наставната програма ја изучуваме темата "Светлина", што значи го работевме како наставна, а во голем дел и како воннаставна активност. Во проектните активности учествуваа 6 наставници од 5 европски земји со своите ученици.

Учениците имаа можност да истражуваат светлински појави, а сознанијата да ги претстават на разни начини, од постери до демонстрации. Како другите проекти и овој започна со запознавање на учесниците, претставување на условите во кои работиме, технолошката опременост, планирањето на активностите, експерименталната работа, изработка на книги, презентации, постери, квизови, игри, а на конечната активност беа добиени повратни информации со впечатоци и мислења за материјалите поставени во Twinspace проектот. Многу научивме едни од други споделувајќи искуства и идеи. Се договоривме за идна соработка, со нови генерации и идеи. Во склоп на проектните активности го изведовме и Ератостеновиот експеримент:

ЕРАТОСТЕН ОД СКОПЈЕ ОД ООУ “ДИМИТАР МИЛАДИНОВ”

Ератостен е прв кој успеал да ја пресмета обиколката на Земјата и тоа со приближно точен резултат.

Нашиот експеримент го изведовме точно на соларно пладне, кога Сонцето беше во нај оддалечена точка од Земјата.

Измеривме сенка на вертикален стап долг 100 cm. Потоа ја одредивме оддалеченоста на нашето училиште од Екваторот за време на пролетната рамнодневница. Сончевите зраци нормално паѓаат на Екваторот, а на вертикално поставениот стап на Екваторот нема сенка. Тоа е нашиот Асуан (Сиена), а Скопје овојпат е Александрија. Соларното пладне го одредивме со Local to Solar Time Converter за одредување на соларно пладне, за што доволно е да се наведе географската ширина и точното локално време.

Нашето училиште ООУ “Димитар Миладинов” се наоѓа на 21.4348° северна географска ширина и соларно пладне е во 11 : 34 : 16 часот.

Должината на сенката ја меревме на 21. март во три последователни години, 2016, 2017 и 2018 година. Средната вредност од 5 мерења изнесуваше 93,5 cm, што одговара на агол од 42° помеѓу стапот со должина од 100 cm и хипотенузата на правоаголен триаголник чии катети се сенката и стапот. Овој агол е еднаков на агол “ α ” кој го сече лакот на меридијанот во точките екватор и нашето училиште. Растојанието од Скопје до екваторот го одредивме со Google Earth и изнесува приближно 4666,13 km, ова растојание го проверивме и со географска карта на светот во размер 1 : 80000000 и добивме сличен резултат.

НАША ПРЕСМЕТКА:

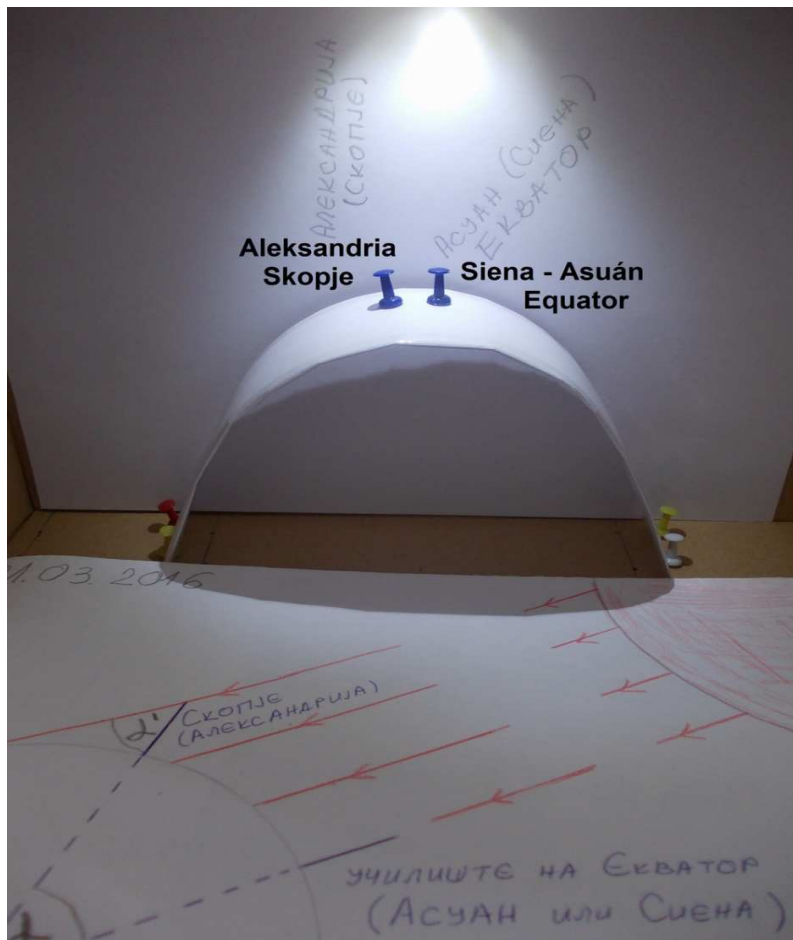
$360^\circ : 42^\circ = 8.5714285$

$8.5714285 \times 4666,13 \text{ km} = 39995,399 \text{ km}$

За споредба:

Обиколка на Земјата: 40075,16 km (екваторска),

40008,00 km (меридијанска).



СЛИКА 2. Ученички модел

ЛИТЕРАТУРА

1. VODIČ KROZ VANNASTAVNE AKTIVNOSTI- Izdavač: Centar za obrazovne inicijative Step by Step BiH – grupa autora
2. Корисни термини: <https://www.etwinning.mk/index.php/korisni-termini.html>
3. ПРИРАЧНИК ЗА НАСТАВНИЦИТЕ ВО ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ- НАСТАВА И УЧЕЊЕ НА 21-ОТ ВЕК, Автори: Д-р Кит Прентон, Снежана Јанкуловска, РЕР- USAID, Скопје, 2009
4. Како да испланирате добар проект: <http://www.etwinning.mk/index.php/kako-da-isplanirate-dobar-proekt.html>

GOOGLE приложения в обучението по информационни технологии

Иван Петков

Средно училище „Свети свети Кирил и Методиј“, Пловдив, Българија

Абстракт. Представен е експеримент, свързан с използването на Google приложения в обучението по информационни технологии, съчетаващ изобразително изкуство и информационни технологии. Целите на експеримента са формиране на конкурентна образователна среда и повишаване ефективността на общуване между участниците, чрез организирането и провеждането на училищен онлайн конкурс на тема „Карикатура“, със средствата на Google за образованието.

Ключови думи: общуване, онлайн конкурс, информационни технологии, Google приложения.

УВОД

Информационните технологии се развиват особено динамично и с право заемат значителното място в учебно-възпитателния процес. Обучението по информационни технологии е насочено към изграждане на дигиталната грамотност на учениците. Учителите са отговорни не само за формиране на знания и умения у учениците, но и за изграждане на способността учениците да изразяват тези знания в различни среди. Социалните компетентности също заемат важно място в обучението. В резултат споделянето, обменът и общуването в учебната дейност се постигат по-бързо, лесно и безпроблемно [2].

В България учебният предмет Информационни технологии е въведен през 1994 г. Днес той се изучава като общообразователна подготовка по 1 час седмично (общо 34 часа годишно) в прогимназиален етап на обучение (V – VII клас), по 1 час седмично (общо 36 часа годишно) в първи гимназиален етап на обучение (VIII – X клас). „Компютърно моделиране“ се изучава по 1 час седмично (общо 32 часа годишно в III клас и общо 34 часа годишно в IV клас) в начален етап на обучение (I – IV клас). В обучението основно се изучават приложни програми за компютърна текстообработка, електронни таблици, презентации, графични редактори и други. Нова тенденция е използването на облакови технологии.

GOOGLE ПРИЛОЖЕНИЯ ЗА ОБРАЗОВАНИЕТО

Google за образованието включва основни приложения, които могат да подпомогнат общуването и организирането на информация. Приложенията позволяват учители и ученици да работят заедно в екип. Това улеснява общуването в и извън класната стая.

Google за образованието предоставя възможност за използване на:

- Електронна поща (Gmail) – чат с възможност за текст, видео или гласова комуникация.
- Диск (Drive) – място за съхранение и споделяне на файлове, с възможност да се създават документи, таблици, форми и презентации за учебния процес.

- Формуляри (Forms) – за създаване на различни анкети, тестове, домашни работи, а получената информация се събира и обработва автоматично в таблици и диаграми.
- Групи (Groups) – създаване и участие в онлайн форуми и мейл-базирани групи. Изпращане на съобщения до определен кръг от хора, чрез един електронен адрес (само ученици, само родители и други).
- Календар (Calendar) – бързо и лесно организиране на времето, срещи, събития, учебни часове и използването на класните стаи.
- Сайтове (Sites) – лесно създаване и публикуване на уеб страници.
- Класна стая (Classroom) – дава възможност на учителите да поддържат организирано много на брой класове и/или паралелки. Да споделят учебни ресурси, да получават незабавна обратна връзка, да изпращат задания за домашна работа и да създават тестове.

Google за образованието предоставя и други приложения, които могат да бъдат функционално допълвани с различни добавки, в зависимост от конкретната потребност.

Всички посочени приложения са безплатни, единствено условие за използването им е създаването на профил в Google [7].

В настоящия доклад е представен вариант на използването на Google приложения при организацията и реализацията на училищен онлайн конкурс.

ЗАЩО ОНЛАЙН КОНКУРС?

Обучението е процес, който подготвя ученика за реализация в определен бъдещ момент. За насърчаването на самостоятелната дейност, инициатива и творческа интерпретация от учениците се търсят нови идеи и разработват различни дидактически решения [10]. Подходяща практика в тази връзка е участието в онлайн конкурс. Той е възможност за осъществяването на връзка между обучението и практиката и за преодоляване на усещането на учениците за засилено теоретизиране на обучението по информационни технологии.

За участия в онлайн конкурси от една страна се изисква овладяване на учебното съдържание и прилагането му на практика, а от друга страна, участието е в реално време и в познатата на учениците виртуална среда, поставени са в конкурентна среда с класиране и обявяване на резултата от участието им [6].

На квалификационни курсове учителите по математика и информационни технологии се запознават с някои онлайн състезания и конкурси, както и с методика за подготовка на учениците за успешно участие в тях [5, 8-9].

В педагогическата ми практика от две години насам използвам онлайн конкурсите, обявени от Тонедико (<http://tonediko.com>) [4]. Учениците ми редовно и с желание участват в тях. В периодите, когато няма обявен подобен конкурс или темата му не е подходяща за интегриране в учебното съдържание, организирам вътрешен конкурс в отделен клас или между паралелките в училище (V-XII клас).

Предизвикателства пред мен бяха детайлното проучване на наличните конкурси, нуждите и интересите на учениците, обвързването на тематиката на съответния онлайн конкурс със заложените в Държавните образователни стандарти теми и постигането на специфичните цели на обучението по информационни технологии, подготовката на условията и управлението на дейностите на учениците [1, 3].

За пълно удовлетворяване желанието на учениците ми създадох конкурса „Карикатура“.

Мотивите ми за избор на темата на конкурс са:

- Учениците обичат да бџдат поставјани в конкурентна среда;
- С участието в онлайн конкурси участниците прилагат на практика знанијата си от обучението по Информационни технологии;
- Карикатурата обвџрзва емоционално участващите и развива креативноста им, творчество и асоциации с приказни и анимационни герои.
- Темата предлага възможност за интердисциплинарни врџзки.

ЕТАПИ НА РЕАЛИЗАЦИЈА И АНАЛИЗ НА ПОСТИГНАТИТЕ РЕЗУЛТАТИ

Онлайн конкурсът „Карикатура“ се изразява в създаването на авторска карикатура, чрез използването на графичен редактор. Изискваните файлови формати са: jpg, jpeg, png, gif, с размер не по-голям от 10 МВ.

Конкурсът обхвања 59 ученика от Средно училище „Свети свети Кирил и Методий“, гр. Пловдив. Участниците, с превес на момичета (51%) над момчета (49%), са от прогимназиален и гимназиален етап на обучение. Участниците от гимназиален етап са насочени музика, изобразително изкуство, хореография и хуманитарни науки. За част от тях изобразителното изкуство е от учебните предмети, към които проявяват интерес.

Най-активни бяха учениците на възраст между 11 и 14 години (69%). По-голямата част от проектите бяха реализирани в час (76%), а останалите – вкъщи. По-голямата част от учениците участваха с един проект (83%), по два проекта – 16%, по три – 1% от учениците.

Един ученик разработва своя проект вкъщи с помощта на графичен таблет (специализирано периферно устройство, което позволява да се рисуват с ръка по същия начин, както се рисува върху лист хартия). Останалите използват познати приложни програми изучавани по Информационни технологии, притежаващи инструменти за рисуване (Paint, Paint 3D, GIMP, Adobe Photoshop, Picasa, CorelDraw, Google Draw и други).

Общо реализираните проекти на ученици от V до XII клас в училищния онлайн конкурс „Карикатура“ са 76.

След задаването на темата учениците с ентузиазъм си споделяха идеи и мнения. Проучиха наличните карикатури в интернет. Последва обсъждане под формата на дискусия за оформяне на собствена идея и образ за карикатура. Процесът бе подпомогнат от мен, чрез насочване към литературни източници (например типичният български герой от народните приказки Хитър Петър). Подходящо е да се използва и мозъчна атака за събирането на идеи, като се отговори на следните въпроси: Какво е предназначението на карикатурите? Какво е характерно за карикатурите? Какво прави една карикатура различна от рисунка? и т.н.

Следващ етап бе създаване на изображение с помощта на някой от познатите на учениците графични редактори, чрез използване на инструменти за рисуване със свободна ръка, за изчертаване на готови фигури и запълване с цвят. Работата започна в час и продължи вкъщи.

При създаването на изображението учениците прилагаха на практика умения за: редактиране в графичен редактор, например изрязване на части от изображение, премахване на ненужен фон, запълване на контурно изображение с цвят, завъртане на определен градус, получаване на огледален образ, прилагане на различни филтри и ефекти, промяна на контраст, осветеност, разделителна способност и други; експортиране на готовото изображение в някой от посочените в конкурса файлови формати; при необходимост – намаляване на големината на файла, в съответствие с изискването на конкурса.

За изработване на проекта (без ползване на готов ресурс) бяха необходими към 20-30 минути, в зависимост от сложността му и наличния инструментариум, предлагащ приложния софтуер.

Следваше регистрацията, включваща и прикачване на файл. Времето за регистрацията и прикачване на готов файл в онлайн конкурс „Карикатура“ отне само 1-2 минути.

Регистрацията се извърши чрез Google формуляр, публикуван в страницата на конкурса <https://sites.google.com/view/schoolcartoon>, създадена специално за целта с Google Sites, а готовият продукт се съхрани в Google Drive. Формулярът включваше въпроси с кратък отговор (за имената на участника), падащо меню (за избор на клас, училище и град), поле за отметка (за деклариране на авторска разработка), качване на файл (за прикачване на готовата карикатура), ограничен до прикачването на графични файлови формати и размер на файла не по-голям от 10 MB и бутон „Изпращане“ (за регистрацията в конкурса).

За определяне на наградите се предостави възможност за гласуване, чрез изработен Google формуляр, споделен като задание в Google класна стая и публикуван на страницата на конкурса.

Учениците имаха право да гласуват веднъж (поради което се изискваше влизане с личен профил в Google). Авторите на карикатурите останаха анонимни до обявяване на резултата от гласуването.

Скалата за гласуване бе от 0 (не ми харесва) до 5 (харесва ми).

По време на гласуването за регистрираните проекти (в час/вкъщи) учениците споделяха различни мнения и препоръки, свързани с попълването на формулярите за регистрацията и гласуване, графичното оформление и съчетаването на различни елементи. Споделяха и емоциите. Това се случваше в час или споделено в Google Classroom. За да се насърчи споделянето между учениците в час е използвана играта „Микрофон“. При нея е позволено да говори само човекът който държи микрофонът, а останалите трябва да го слушат, след което той подава микрофона на следващия желаещ да говори. За постигането на целта са подходящи и игрите: „Най-вълнуващото нещо“, при която учителят задава модела на упражнението – „Най-впечатляващо за мен по време на гласуването бе...“, а всички ученици отговарят последователно; „Обратна връзка“, при която всеки ученик написва на отделен лист три неща които най-много са му харесали и три които не са му харесали, а учителят ги обобщава.

Чрез анкета придружаващата формуляра за гласуване учениците споделиха, че: „Не са изпитали затруднения при регистрацията си за участие в конкурса и последвалото гласуване.“; „Най-лесно се гласува само с „Да“ или „Не“.“; „Скалата за гласуване трябва да е от 1 до 3 („Не ми харесва“, „Харесва ми“, „Много ми харесва“), а в час изразиха своите впечатления, емоции и препоръки: „Вижте, тази карикатура е много яка.“; „Това е моята карикатура, да гласувате с 5 за нея. Чувате ли?“; „Тези карикатури нямат край... Кой ли ще спечели?“.

Резултатите бяха оповестени в същия сайт (Фигура 1) и в галерията му бяха публикувани всички карикатури с оповестените имена на авторите им. В отделна секция са изложени спечелилите конкурса карикатури.



ФИГУРА 1. Наградени ученически проекти на тема „Карикатура“

След провеждането на конкурса исползвахме направените карикатури при:

- Создавање на компјутерна презентација, сврзана со илустрирање на прочетени приказки, содржачка изображения на приказни герои. За целта учениците вмќваат и форматираат изображения во компјутерна презентација.
- Создавање на текстов документ, содржач графично изображение на карикатура, создадена во графичен редактор. За целта учениците форматираат изображението директно на текстот и страницата на соодветниот документ.
- Работа со облачни услуги за екипна работа врху опш документ, содржач графични изображения на карикатури. За целта учениците создаваат опш документ во Google Drive и го споделят со останалите членове на екипа, подбират соодобна текст, вмќваат своите проекти и форматираат документот.
- Создавање на интегриран документ, сврзан со изучавано литературно произведение, содржач текст, таблица, дијаграма и изображения.
- Споделувањето на готовиот проект, изразување на мислења и препорки и објаснување со соученици. За целта учениците презентираат своите проекти пред соучениците си, изразат своето мислење и исправаат препорките си за соодобрување на презентираниот проект. Од една страна се развива критичност на мислењето им, а од друга се обогатјуваат умелностите им за објаснување.

Исползувањето на Google приложения (Forms, Classroom, Drive и Sites) како средство за реализирање на училищен онлайн конкурс е соодобно, зашто те се инструменти за образованието и се лесни за исползување и споделување. Улеснуваат комуникацијата, презентираат ефективна обратна врска и презентираат исчерпателна статистика.

ПРЕПОРКИ КЪМ УЧИТЕЛИТЕ

Google приложенията можат да се исползуваат во учебниот процес при разработувањето на електронни уроци, во процесот на објаснување, за создавање на задания, въпроси, тестове, споделување на файлове, хиперврски, подпомагаат организирање на работата во клас во одделни модули, секции и теми.

Соодобно е објаснувањето на училишниот онлайн конкурс „Карикатура“ со изучаваното учебно содржачие да се исползува во учебно-взпитателниот процес по темите:

V клас: Создавање и обработка на графично изображение; Компјутерна презентација.

VI клас: Компјутерна текстообработка; Работа со графични изображения; Компјутерна презентација.

VII клас: Компјутерна текстообработка; Компјутерна презентација; Работа по проект.

VIII клас: Компјутърни мрежи и услуги; Създаване и публикуване на информация в интернет; Работа по проект.

IX клас: Работа по проект.

X клас: Обработка на информацията и комуникация; Създаване на съдържание.

XI и XII клас: Работа по проект.

Една от препоръките за бъдещето на онлайн конкурса „Карикатура“ е да се разшири възрастовият обхват на учениците с включването на децата от начален етап (I-IV клас). Освен това е подходящо да се организират и проведат бинарни уроци. В случая с онлайн конкурса „Карикатура“ може да се направи продължение с бинарен урок, при съчетаване на информационни технологии с изобразително изкуство или български език и литература.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Използването на онлайн конкурси в часовете по информационни технологии съдейства за развитие на уменията на учениците за работа с информационно-комуникационна техника и технологии, разширява условията за извършване на експерименти, мотивира за учебна дейност, подобрява уменията на учениците за общуване.

Използването на Google приложенията в обучението по информационни технологии неминуемо води до обогатяването на дигиталните компетентности на учениците и повишаване на увереността и самочувствието им, като това се постига по интересен, достъпен и стимулиращ начин.

Резултатът е частично подкрепен от проект „Изследване на концептуалното знание и наличието на грешни представи в часовете по математика и природни науки“ между БАН И АНИСМ и от Национална научна програма „Информационни и комуникационни технологии за единен цифров пазар в науката, образованието и сигурността (ИКТвНОС)“, финансирана от МОН.

ЛИТЕРАТУРА

1. НАРЕДБА № 5 от 30.11.2015г. за общообразователната подготовка. (в сила от 08.12.2015 г.), МОН. Обн. – ДВ, бр. 95 от 08. 12. 2015 г., стр. 80-83.
2. Петков И., За общуването и изследователския подход в часовете по ИТ. В: Чехларова Т., Сендова Е. (редактори), Добри практики в образованието по математика и ИТ за развиване на ключови компетентности, София, Макрос, 2015, с. 55-60
3. Учебни програми за V-XII клас по Информационни технологии – МОН.
<https://www.mon.bg/bg/28> (29.07.2019)
4. Чехларова Н., Онлайн конкурс „Розетка“ за развитие на дигиталната компетентност. Педагогически форум, бр. 3, 2016 г., DOI: 10.15547/PF.2015.058
5. Чехларова Т., Подготовка на учители за внедряване на изследователския подход в училищното образование по математика. Макрос, 2017, с. 140.
6. Чехларова Т., И. Петков. Онлайн конкурси в обучението по информационни технологии. Педагогически форум, бр. 1, 2018 г. DOI: 10.15547/PF.2018.003 <http://www.dipku-sz.net/izdanie/475/onlayn-konkursi-v-obuchenieto-po-informacionni-tehnologii>

7. Google for Education: Teacher Center. <https://teachercenter.withgoogle.com/>. (29.07.2019)
8. Kenderov P., Powering Knowledge Versus Pouring Facts. In: Kaiser G., Forgasz H., Graven M., Kuzniak A., Simmt E., Xu B. (eds) Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2018, pp 289-306
9. Kenderov P., Chehlarova T., Extending The Class Of Mathematical Problems Solvable In School Serdica J. Computing 9, 2015, No. 3–4, 191–206 Serdica Journal of Computing Bulgarian Academy of Sciences Institute of Mathematics and Informatics.
10. Yoshinov, R, O. Iliev, The structural way for binding a learning material with personal preferences of learners. Труды СПИИРАН, 2018. Issue 5(60). ISSN 2078-9181 (print), ISSN 2078-9599 (online)

GOOGLE applications in the information technology training

Ivan Petkov

St. St. Cyril and Methodius, Secondary School, Plovdiv, Bulgaria

Abstract. An experiment involving the use of Google applications in the information technology training, combining art and information technology is presented. The objectives of the experiment are to create a competitive educational environment and to increase the effectiveness of communication between the participants by organizing and conducting a school online competition on „Cartoons“ with Google for education.

Keywords: communication, online competition, information technology, Google applications.

Инверзијата како геометриска трансформација

Мејдин Салији

Основна и нижа средња школа Планјане, Призрен, Косово

Апстракт. Поимот на класи на геометриски трансформации не е ограничен само на конструктивните проблеми, туку влијае на скоро се во геометријата. Во трудот ќе стане збор за специјалниот тип на трансформација, инверзија на рамнина во однос на кружница, која понекогаш ја нарекуваме и кружна симетрија, бидејќи апроксимативно го претставува односот помеѓу оригиналот и сликата, како и симетријата во однос на кружно огледало.

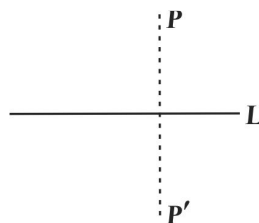
Клучни зборови: Точка, кружница, права, симетрала, трансформација, инверзија, симетрија, конструкција.

ВОВЕД

Конструктивните проблеми отсекогаш биле најомилениот предмет во геометријата. Користејќи само линијар и шестар, може да се извршат голем број на конструкции. Традиционалното ограничување на конструкции со линијар и шестар потекнува од античко време, иако Грците не се двоумеле да употребат и други инструменти. Некои проблеми, на пример дуплирање на коцка, можат да се решат ако се употреби линијар од видот на прав агол. Исто така е лесно да се измислат и други инструменти, различни од шестарот, со помош на кои може да се цртаат елипси, хиперболи и други посложени криви и чија употреба го проширува доменот на конструктивни фигури.

Моќта на разбирањето на геометријата што е овозможена со геометриските трансформации не е ограничена само на конструктивните проблеми, туку влијае на скоро се во геометријата. Овде, ќе се задржиме на еден специјален тип на трансформација на рамнината, инверзија (во однос на кружница), која претставува обопштување на „обичната“ симетрија во однос на права т.е. осната симетрија. Ќе дадеме и неколку примери како инверзијата се применува при конструктивни задачи користејќи само шестар.

Под трансформација, или пресликување на рамнината во самата себе, подразбираме правило со кое на секоја точка P од рамнината и доделуваме друга точка P' , која се вика слика на точката P при таа трансформација; точката P се нарекува оригинал на точката P' . Едноставен пример на таква трансформација на рамнината е симетријата во однос на дадена права L како во огледало: точката P од едната страна на правата L има слика P' која е од другата страна на L , така што L е симетрала на отсечката PP' , Слика 1. Трансформациите на рамнината може некои точки да ги остават фиксни, во случајот на осната симетрија, такви се сите точки на правата L .



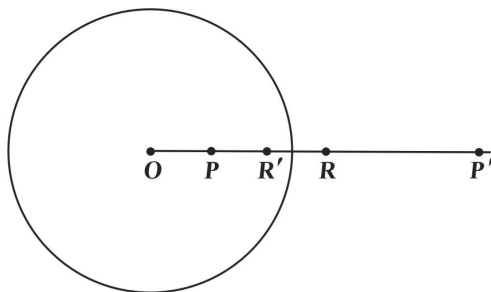
СИКА 1. Осно симетрични точки во однос на правата L

Друг пример на трансформации на рамнината се ротациите околу неподвижна точка O , транслациите, кои секоја точка ја движат за растојание d во даден правец (таквите трансформации немаат неподвижни точки) и општо, сите движења во рамнината, кои можат да се сфатат како композиција од ротација и транслација.

Специјална класа на трансформации кои нас не интересираат се инверзиите во однос на кружница (тие понекогаш се нарекуваат и кружни симетрии, бидејќи апроксимативно претставуваат однос помеѓу оригиналот и сликата како при рефлексива во однос на кружно огледало). Во фиксирана рамнина, нека C е дадена кружница со центар O (центар на инверзија), со радиус r . Слика на точката P се дефинира како точка P' која припаѓа на правата OP , и се наоѓа на истата страна на точката O како и P , така што

$$\overline{OP} \cdot \overline{OP'} = r^2. \quad (1)$$

За точките P и P' велите дека се инверзни во однос на C , Слика 2. Од оваа дефиниција, следува дека ако P' е инверзна точка на точката P , тогаш и P е инверзна на P' , [6].



СЛИКА 2. Инверзија на точки во однос на кружница

Инверзијата ја менува внатрешноста и надворешноста на кругот C , бидејќи ако $\overline{OP} < r$, тогаш $\overline{OP'} > r$, додека за $\overline{OP} > r$ имаме $\overline{OP'} < r$. Единствените точки кои остануваат неподвижни при инверзија се точките кои припаѓаат на кружницата C .

Правилото (1) не дефинира слика за центарот O . Јасно е дека кога точката P се приближува до O , нејзината слика P' се повеќе се оддалечува. Поради тоа, често се вели дека слика на точката O , при инверзија е точка во бесконечност. Ваквата трансформација на рамнината е биекција: секоја точка од рамнината има една и само една слика, а таа е слика на една и само една точка, [1]. Оваа особина ја имаат сите споменати трансформации.

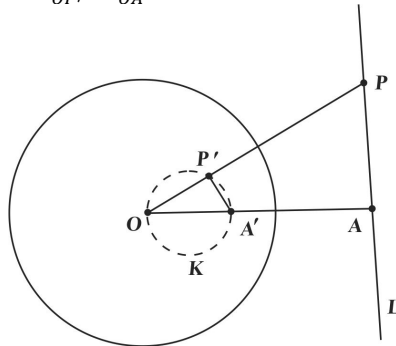
Својства на инверзија

Најважното својство на инверзија е дека правите и кружниците ги трансформира во прави и кружници. Попрецизно, ќе докажеме дека при инверзија со центар O :

- Права која минува низ O се пресликува во истата права,
- Права која не минува низ O се пресликува во кружница која минува низ O ,
- Кружница која минува низ O се пресликува во права на која не лежи O ,
- Кружница која не минува низ O се пресликува во кружница на која не лежи O .

Тврдењето (a) е очигледно, бидејќи според дефиницијата на инверзија, која било точка од правата низ O се пресликува во некоја друга точка од таа права, така што правата, иако точките се менуваат, се трансформира во самата себе.

За да се докаже тврдењето (b), да повлечеме нормала од точката O на правата L , Слика 3. Нека A е нивната пресечна точка и нека A' е инверзијата на точката A . Да означиме произволна точка P на правата L и нека P' е нејзината инверзија. Бидејќи $\overline{OA} \cdot \overline{OA'} = \overline{OP} \cdot \overline{OP'} = r^2$, имаме $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OP'}} = \frac{\overline{OP}}{\overline{OA}}$.



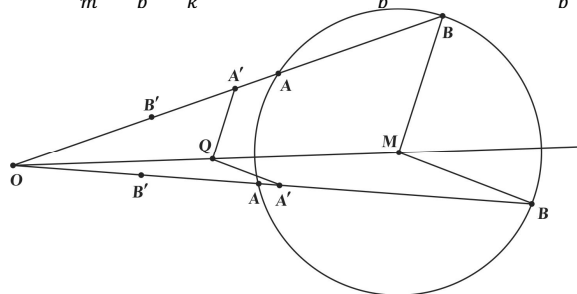
СЛИКА 3. Инверзија на правата L во однос на кружница

Според тоа, триаголниците $OP'A'$ и OAP се слични и аголот $OP'A'$ е прав [4-5]. Од елементарната геометрија следува дека P' лежи на кружница K чиј дијаметар е OA' , така што таа кружница е сликата при инверзија на правата L . Со ова го докажавме тврдењето (b). Тврдењето (c) веднаш следува од фактот дека ако K е инверзија за L , тогаш и L е инверзија за K .

Останува уште да го докажеме тврдењето (d). Нека K е произволна кружница, на која не лежи точката O , со центар M и радиус k . За да ја добиеме нејзината слика, ќе повлечеме права низ O , која ја сече K во точките A и B и ќе одредиме како сликите A' , B' се менуваат кога правата O ја сече K во сите можни случаи, Слика 4. Да ги означиме растојанијата OA , OB , OA' , OB' , OM соодветно со a , b , a' , b' , m , и нека t е должината на тангентната отсечката од O на кружницата K . Имаме $aa' = bb' = r^2$, по дефиниција на инверзија и $ab = t^2$ според елементарно својство на кружницата - степен на точката O во однос на K . Ако ги поделиме двете равенства, добиваме

$$\frac{a'}{b} = \frac{b'}{a} = \frac{r^2}{t^2} = c^2$$

каде c^2 е константа која зависи само од r и t , и е иста за сите положби на точките A и B . Низ A' повлекуваме права паралелна на правата BM , која ја сече OM во точката Q . Нека $\overline{OQ} = q$ и $\overline{A'Q} = p$. Тогаш $\frac{q}{m} = \frac{a'}{b} = \frac{p}{k}$, а оттука $q = \frac{ma'}{b} = mc^2$, $p = \frac{ka'}{b} = kc^2$.



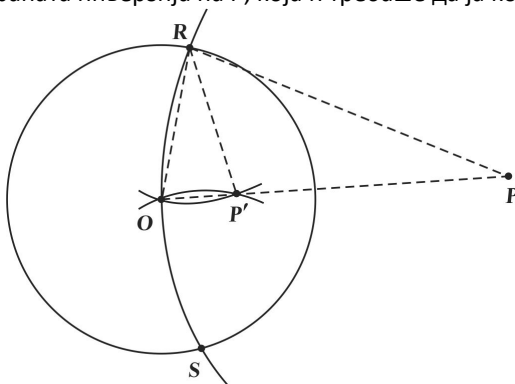
СЛИКА 4. Инверзија на кружница која не минува низ центарот на инверзија

Тоа значи дека за сите положби на точките А и В, Q секогаш ќе биде иста точка на ОМ, растојанието $A'Q$ секогаш ќе има иста вредност. Слично, $B'Q = p$, бидејќи важи $\frac{a'}{b} = \frac{b'}{a}$. Според тоа, сликите на сите точки А, В кои припаѓаат на кружницата K се точки на еднакво растојание од Q, т.е. на растојание p . Со други зборови, слика на кружницата K е кружница. Со ова го докажавме и (d).

Геометриска конструкција на инверзни точки

Точката P' која е инверзна на дадена точка P во однос на кружница C , може геометриски да се конструира користејќи само шестар. Да го разгледаме прво случајот кога е дадена точка надвор од кружницата на инверзија C . Да опишеме кружен лак, чиј центар е точката P , радиус OP и кој ја сече C во точките R и S . Земајќи ги овие две точки за центар, опишуваме лаци со радиус r кои се сечат во O и во точката P' која припаѓа на правата OP . За рамнокраките триаголници ORP и ORP' , важи $\angle ORP = \angle POR = \angle OP'R$, па тие триаголници се слични и според тоа $\frac{OP}{OR} = \frac{OR}{OP'}$, и оттука $OP \cdot OP' = r^2$.

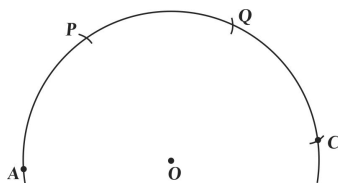
Според тоа, P' е бараната инверзија на P , која и требаше да ја конструираме.



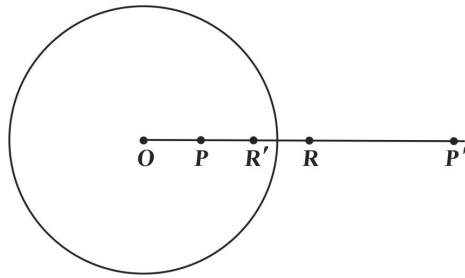
СЛИКА 5. Инверзна точка на надворешна точка на кружницата на инверзија, само со шестар

Ако дадена точка P лежи во кругот C важи истата конструкција и доказ, под услов кружницата со радиус OP и центар P да ја сече C во две точки. Ако тоа не е случај, новиот проблем го сведуваме на претходниот на начинот што е опишан подолу.

Најпрво да забележиме дека со користење само на шестар можеме да ја најдеме точката C на права низ дадените точки A и O , така што $\overline{AO} = \overline{OC}$. За да го направиме тоа, ќе нацртаме кружница со центар во точката O и радиус $r = \overline{AO}$ и ги означуваме на кружницата, тргнувајќи од A , точки P, Q, C така што $\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QC} = r$, Слика 6. Тогаш C е бараната точка, што се гледа од фактот дека триаголниците AOP, POQ, QOC се рамнострани, па аголот меѓу OA и OC е 180° и уште $\overline{OC} = \overline{OQ} = \overline{AO}$. Повторувајќи ја оваа постапка можеме лесно да ја продложиме AO произволен број пати.



СЛИКА 6. Двојно зголемување на дадена отсечка, само со шестар



СЛИКА 7. Инверзна точка на внатрешна точка на кружницата на инверзија

Сега можеме да направиме последователни преноси на растојанието OP со шестар се додека не ја добиеме точката R , надвор од кругот. Сега да одредиме точка R' која е инверзија на точката R со помош на горе опишаната конструкција. Тогаш

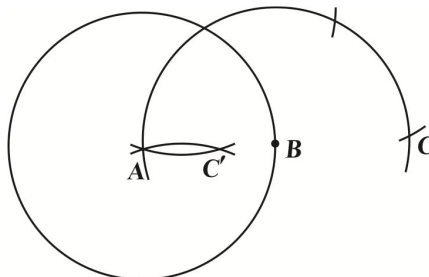
$$r^2 = \overline{OR'} \cdot \overline{OR} = \overline{OR'} \cdot (n\overline{OP}) = (n\overline{OR'}) \cdot \overline{OP}.$$

Според тоа, точката P' за која $\overline{OP'} = n\overline{OR'}$, е бараната инверзија, Слика 7.

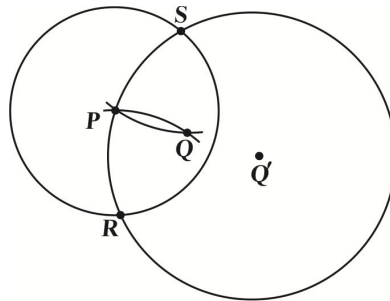
Да забележиме дека должината на отсечката AQ (или на отсечката PC) е $r\sqrt{3}$, па ако кружницата има радиус единица, без употреба на линијар, сме конструирале должина $\sqrt{3}$.

Одредување на средина на отсечка и центар на кружница само со помош на шестар

Со оглед на тоа дека можеме да најдеме инверзија на точка, користејќи само шестар, сега можеме да изведеме неколку интересни конструкции. На пример, да го разгледаме проблемот со одредување на средина на дадена отсечка AB , користејќи само шестар (правите линии не смеат да се цртаат). Еве го решението: ќе нацртаме кружница со центар во B и радиус AB и ќе обележиме три лаци со радиус AB , тргнувајќи од A , [2]. Крајната точка ќе биде C која ќе биде на правата AB , така што $\overline{AB} = \overline{BC}$. Сега, да нацртаме кружница со центар A и радиус AB и нека C' е инверзијата на точката C во однос на таа кружница, Слика 8.



СЛИКА 8. Одредување на средина на отсечка само со шестар



СЛИКА 9. Одредување на центар на дадена кружница

Тогаш,

$$\overline{AC'} \cdot \overline{AC} = \overline{AB}^2$$

$$\overline{AC'} \cdot 2\overline{AB} = \overline{AB}^2$$

$$2\overline{AC'} = \overline{AB}.$$

Значи, точката С' е средина на отсечката АВ.

Уште една конструкција која може да се изврши само со помош на шестар е одредување на центар на даден кружница. Нека избереме произволна точка Р на кружницата и конструираме кружница со центар во Р, така што го сече дадениот круг во две точки R и S. Конструираме кружни лаци чии центри се R и S со радиуси $\overline{RP} = \overline{SP}$, кои се сечат во точка Q. Споредувајќи со Слика 5, можеме да забележиме дека непознатиот центар Q' е инверзијата на точката Q во однос на кружницата со центар Р, така што Q' може да се конструира само со помош на шестар.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. S. M. Coxeter, Introduction to Geometry, Wiley, 1969.
2. H. S. M. Coxeter, S.L. Greitzer, Geometry Revisited, Toronto - New York, 1967.
3. J. L. Coolidge, A History of Geometrical Methods, Oxford: Clarendon Press, 1940.
4. J. M. Thomas, Theory of Equations, New York, McGraww-Hill, 1938.
5. K. Y. Li, Inversion, Mathematical Excalibur, Vol. 9., No. 2, May-July 2004.
6. Математика за осмо одделение, А.Зејнулаху, Пеќ 2006.

Пајак на делители

Адријана Тодорова¹

¹ООУ „Петар Мусев“, Богданци, Р.С.Македонија

Апстракт. Трудот претставува опис на работилница - час по математика на која се обработува поимот делител на број односно парови делители на даден број, кои помножени го даваат дадениот број. За обработка на дадената наставна содржина предвидени се наставни ливчиња кои се изработени во Geogebra, видео лекција и практично изработување на „пајак“ на делители. Реализацијата на часот е во текот на првото тримесечие од шесто одделение и освен образовните цели има за цел подобро запознавање на учениците и наставникот. Преку планираната практична активност, во која се изработува пајак на чии нозе има парови од делители на даден број, се повторува поимот делител, се увежбува операцијата делење на природни броеви, се вежба фината моторика кај учениците како и работењето во групи. Активноста може да се прошири за совладување на поимот заеднички делители и најголем заеднички делител. Работните листови кои се изработени во Geogebra, претставуваат игра во кои се поместуваат броевите и се носат на соодветни места и може да се искористат во воведниот или завршниот дел од часот. Доколку на некои од учениците не им е совладан поимот делител, може да се искористи кратка видео лекција во која се појаснува истиот.

Клучни зборови: делител, парови на делители, заеднички делители.

ВОВЕД

За учениците преминот во шесто одделение претставува голема промена и пристапот на наставникот како и односот наставник - ученик е многу важен во идната соработка и постигнувањата на учениците. За цел подобро запознавање на наставникот со учениците потребно е тој процес на запознавање и спријателување да помине на начин кој е близок до учениците, а сепак наставникот да не го наруши својот авторитет. Учениците во шесто одделение со свои единаесет години се уште на возраст кога играта е дел од нивниот живот. Таа претставува природен начин на кој детето го спознава светот. Според тоа наставата во која има елементи на игра е еден од најдобрите начини за да се стекне меѓусебна доверба. Тогаш кога детето е релаксирано и сконцентрирано на активноста, која за него е игра и поразлична од решавањето на задачи во тетратка, наставникот се запознава со одредени негови карактерни и интелектуални карактеристики, што претставува важен елемент во понатамошниот наставен процес. Токму заради таа цел ја избрав активноста Пајак на делители која претставува вид на математичка игра и ја реализирав со учениците од шесто одделение во учебната 2018/2019 година.

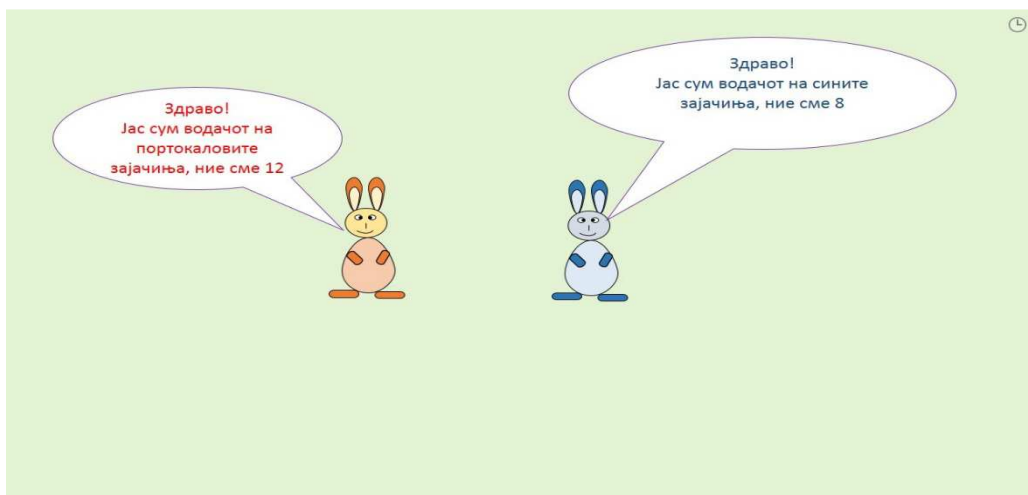
ОПИС НА АКТИВНОСТА

Активноста се сосостои од два дела:

- Решавање на наставен лист изработен во Geogebra [1],
- Практична изработка на „пајак“.

Видео лекција Зајаци и кафези

Пред почетокот на часот за да се предизвика љубопитност кај учениците, а и како помош за учениците при повторување на поимот делител, предвидена е кратката видео лекција, насловена како Зајаци и кафези [2]. Видео лекцијата е анимиран приказ на задачата: „ Во колку кафези можат да се сместат 8 сини и 12 портокалови зајачиња, така што во секој кафез да бидат подеднакво распределени и двата вида зајачиња“. Воведот во лекцијата е прикажан на **Слика 1** и **Слика 2**.

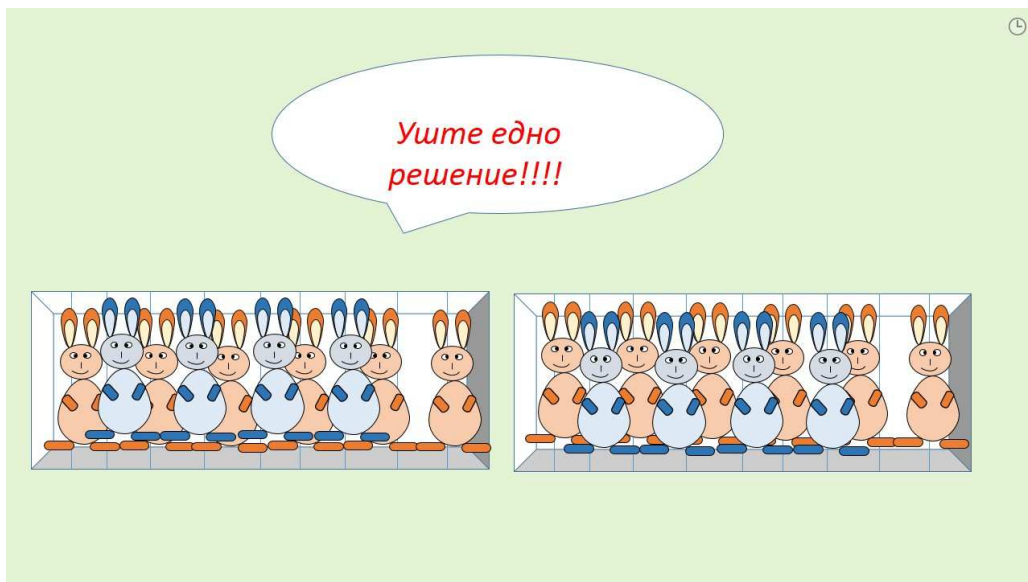


СЛИКА 1. Вовед во видео лекцијата Зајаци и кафези _1



СЛИКА 2. Вовед во видео лекцијата Зајаци и кафези _2

Видеото е кратко и е наменето за деца од помала возраст кога им се воведуваат поимите делител и заеднички делители. Едно од решенијата е прикажано на **Слика 3**.



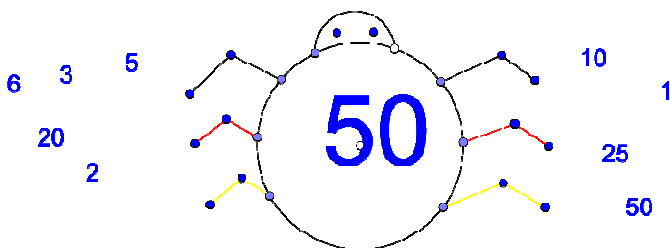
СЛИКА 3. Едно од решенијата на задачата во видео лекцијата

Наставен лист Пајак на делители

Наставниот лист Пајак на делители, кој е достапен и како онлајн ресурс [2] е прикажан на Слика 4.

ПАЈАК НА ДЕЛИТЕЛИ

На нозете на пајакот ставете ги соодветните броеви делители на 50 (со повлекување) така што на еден пар нозе на пајакот (ист пар нозе се обоени со иста боја), да бидат оној пар делители коишто помножени го даваат бројот 50.



СЛИКА 4.. Работен лист Пајак на делители

Дадени се измешани броевите кои се делители на дадениот број, но и такви кои не се. Бројот е напишан во телото на пајакот. Ученикот треба да ги помести броевите на соодветното место, така што на пар нозе обоени со иста боја да стои пар на делители на дадениот број. Активноста е погодна за воведниот дел од часот за учениците да видат како изгледа пајакот и да ја разберат целта на задачата. Решавањето на наставниот лист може да биде индивидуално или во парови. Наставниот лист може да се искористи и за крај на активноста со тоа што учениците би направиле свој пајак, односно би го смениле бројот на кој треба да му се барат делители, а со тоа би ги смениле и понудените броеви на делители.

Изработка на Пајак на делители

Практичната изработка се состои во цртање на телото на пајакот на хартија и исекување на истото. Телото е составна фигура од два полукруга и еден правоаголник. Учениците добиваат број на кој треба да му бидат барани паровите делители, а делителите ги запишуваат на ливчиња кои ги сечат во форма на геометриски слики. Истите потоа ги лепат на телото, а повештите и ги дошиваат. Како незадолжителна задача на учениците им е зададено да запишат ист пар на делители на ист вид на геометриска слика. Овој дел од задачата за наставникот претставува вид на дијагностички тест бидејќи увидува кои се познавањата на учениците за геометриски слики и нивни својства.

РЕАЛИЗИРАНИ ЦЕЛИ

Активноста, како идеја, е понудена во Наставната програма по математика за шесто одделение [4], во Недела 5, Час 1. Наставни цели кои се реализирани преку активноста согласно наставната програма по математика за шесто одделение [4] се следниве:

- Разложува двоцифрен број на множители.
- Одредува заеднички содржатели
- Ги знае и ги применува признаците за деливост со 2, 4, 5, 10, 25 и 100.
- Дели двоцифрен со едноцифрен број, вклучувајќи и делење со остаток
- Дели трицифрени броеви со едноцифрени, вклучувајќи и делење со остаток, и дели трицифрени броеви со двоцифрени броеви (без остаток).
- Препознава и класифицира различни видови многуаголници.

Освен наставните цели постигнати се и следниве:

- Развивање способност за тимско работење
- Развивање на креативното мислење кај учениците
- Развивање на логичкото мислење кај учениците
- Развивање на фината моторика.

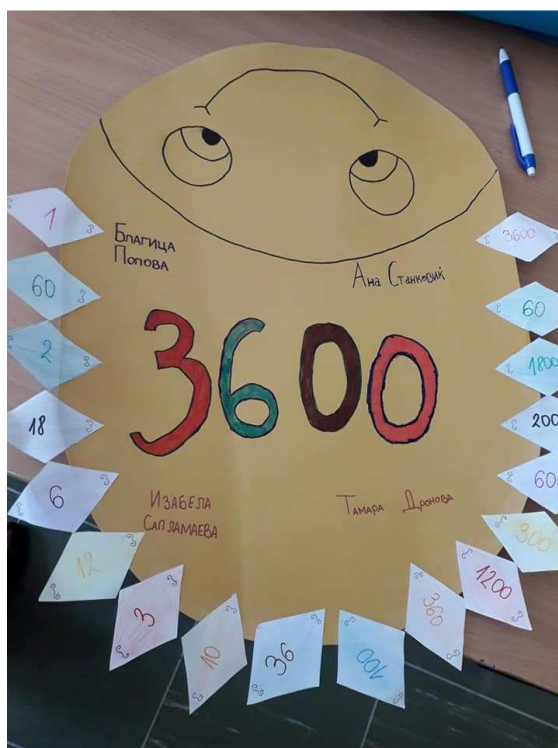
Некои од изработките на учениците се прикажани на Слика 5, Слика 6 и Слика 7.



СЛИКА 5. Конечен продукт 1



СЛИКА 6. Конечен продукт 2



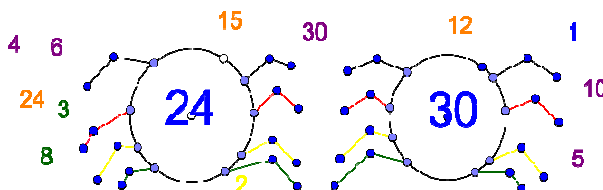
СЛИКА 7. Конечен продукт 3

ДОПОЛНИТЕЛНИ АКТИВНОСТИ

Доколку учениците ја завршат предвидената активност и исходот од реализацијата соодветствува на поставените цели, учениците може да одредуваат заеднички делители преку споредување на делителите кои ги запишале на нозете на пајакот. Така доаѓаат до поимот заеднички делител за два броја. Наставен лист кој соодветствува на следнава активност е прикажан на Слика 5, а е достапен и како онлајн ресурс [5] и се решава со поместување на броевите на соодветните места.

ПАРОВИ НА ПАЈАЦИ НА ДЕЛИТЕЛИ

На нозете на пајациите ставете ги соодветните броеви-делители на бројот, така што на еден пар нозе на пајакот (ист пар нозе се обоени со иста боја), да бидат оној пар делители коишто помножени го даваат бројот, при што заедничките делители да бидат еднаш ставени.



СЛИКА 8. Конечен продукт 4

ЗАКЛУЧОК

Активноста заради самиот наслов кај учениците предизвика интерес и љубопитност. Учениците со задоволство ја извршија задачата, при што ја постигнав целта која првенствено си ја поставив, да ги запознаам подобро учениците со некои нивни карактерни особини, нивните вештина за тимско работење, како и дел од нивните знаења за делител, познавањето на делењето како операција, како и познавањето на геометриските слики и нивните карактеристики.

Сметам дека оваа активност и слични неа за децата од прво до шесто одделение се од голема важност и ја развиват „монотонијата“ на часовите по математика.

ЛИТЕРАТУРА

1. Geogebra, <https://www.geogebra.org/classic?lang=en>
2. Адријана Тодорова, Видео лекција за делители-Зајаци и кафези <https://www.youtube.com/watch?v=WTlvfudg5xl>
3. Адријана Тодорова, Наставен лист Пајак од делители <https://www.geogebra.org/m/JS8CpXzd>
4. Наставна програма по математика за шесто одделение, Министерство за образование и наука бр.12-3963/1, https://www.bro.gov.mk/wp-content/uploads/2018/02/Nastavna_programa-Matematika-VI_odd-mkd.pdf (26.02.2015).
5. Адријана Тодорова, Наставен лист Парови на пајаци од делители <https://www.geogebra.org/m/iBPqhc2g>

Корелација на математичките поими со содржините од другите наставни предмети

Димче Грнчаровски¹
Светлана Грнчаровска²

¹ООУ „Александар Здравковски“, Јегуновце, РС Македонија

² Педагошки факултет, Универзитет во Тетово, Тетово, РС Македонија

Апстракт. Трајните функционални знаења и вештини што ученикот ги стекнува во своето деветгодишно образование се можни доколку во активната настава се прави меѓупредметна корелација на математиката со другите науки. Холистичкиот приод во планирањето на наставните цели, исходи и содржини, нивната временска усогласеност и подготвеноста за соработка на наставниците од различни предмети, се од клучна важност учениците да го разберат светот како систем од поврзани појави и настани со одредена закономерност. Решавањето на проблемски ситуации во реалниот живот бара основни познавања на математиката и нејзина примена во сите сфери на човековото постоење. Еден ист поим може различно да се дефинира во наставните програми по предмети, но неговата суштина е иста, а објаснувањето на јазикот на математиката е универзално применлив. Во овој труд се дадени неколку примери на интегративен пристап на поими од предметот математика во наставните содржини по другите предмети.

Клучни зборови: меѓупредметна корелација, функционални знаења, наставни програми, интеграција.

ВОВЕД

Математиката е основа на сите науки, таа е неопходна алатка за развој на природните науки како физиката, хемијата, биологијата, се применува во различни технолошки дисциплини како инженерството, архитектурата, информатиката, уметностите, и претставува непроценлива помош во општествените науки како економијата, психологијата, социологијата.[1] Всушност математиката е присутна во сите сфери на човековото постоење, односно развојот на математиката значајно влијаел врз развојот на цивилизацијата воопшто.

ПОВРЗУВАЊЕ НА МАТЕМАТИЧКИТЕ СОДРЖИНИ СО ДРУГИТЕ ПРЕДМЕТИ

Секој наставник по математика во својата педагошка работа пронаоѓа начини како да ги мотивира учениците да го сакаат и учат предметот што го предава и да го одржува интересот за решавање математички проблеми. За таа цел потребно е да се интегрираат наставните содржини меѓу предметите и да постои реална примена на знаењата стекнати на таков начин. При изработката на годишните планирања на наставата по предмети, наставниците треба да имаат меѓусебна соработка за да предвидат содржини што можат да се поврзат, временски да се усогласат и да планираат заеднички проектни активности кои можат да бидат претставени пред пошироката публика.

Така на пример поврзувањето на математиката со предметот историја можно е да започне уште при изучувањето на старите цивилизации. Имено, наставникот преку раскажувачки стил да им соопшти на учениците дека уште пред 6000 години Сумерите го познавале декадниот систем, а Вавилонците го користеле системот со основа 60 што се користи и денес за мерење на времето и аглиите. Старите Египќани ја изучувале геометријата бидејќи им била потребна за мерење на земјиштето и градењето на пирамидите и храмовите и кога учениците во VI одделение ги препознаваат и именуваат пирамидите според основата, со давање на димензиите на страната 230 m и висината 147 m на Кеопсовата пирамида може да добијат претстава колкаво било достигнувањето во градежништвото во тоа време. Во прилог на ова е и фактот што уште од стара Кина е позната направата абакус суанпан за пресметување на аритметичките операции.

Изучувајќи за огромниот подем во науката и уметноста во античка Грција важно е да се споменат и математичарите од тоа време и нивните докази на теоремите без кои не може денес да почне изучувањето на елементарната математика. На пример Талес од Милет мерејќи ја висината на едно од седумте светски чуда Кеопсовата пирамида, врз основа на теоремата за пропорционални отсечки (кога должината на неговата сенка се совпаднала со неговата висина) ја пресметал висината на Кеопсовата пирамида. Исто така значаен е и Ератостен со постапката за одредување на прости, сложени броеви и бројот 1, наречена сито, со која приближно го одредува обемот на Земјата од 39 600 km со помош на два стапа, едниот забоден во Александрија, другиот во Сиена (Асуан) мерејќи го аголот на простирање на сончевите зраци. Денес со сателитско мерење утврдено е дека истиот изнесува 40 008 km. Понатаму Питагора со одговорот на прашањето: кога еден триаголник е правоаголен? и откривањето на ирационалните броеви, 13-те книги „Елементи“ на Евклид каде геометријата е научна дисциплина заснована на логички докази кои се користеле како главен учебник во многу училишта сè до втората половина на XX век[2], Архимед и пресметувањето на количникот на периметарот на кругот и дијаметарот како постојан број $22/7$ и Арапите кои освојувајќи ја Индија го преземаат декадниот (децималниот) систем користејќи десет симболи(цифри) со основа 10 и освојувајќи го Иберискиот полуостров во XII век го пренесуваат во Европа.

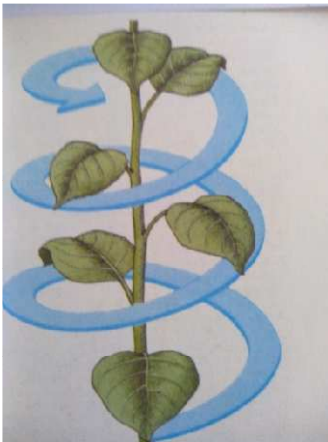
Во периодот на ренесансата значаен е Леонардо Фибоначи, во XVI век се откриени логаритмите од шкотскиот математичар Џон Непер, во XVII век треба да се споменат и француските математичари Франсоа Виет и Рене Декарт. Рене Декарт се смета за татко на аналитичката геометрија, за него постои анегдота дека воведувањето на буквите x и y за означување на оските на координатен систем е поради тоа што другите букви од печатарската преса биле зафатени.

За Исак Њутн учениците слушнале на час по физика изучувајќи ги неговите закони во механиката и оптиката, но тој е математичар и астроном и негово најпознато дело е „Математички принципи на филозофијата на природата“. За своите достигнувања во развојот на севкупната наука и филозофија, скромно ќе напише: „Ако сум гледал подалеку од другите, тоа е затоа што сум стоел на грбот на гигантите“, мислејќи на придонесот на претходните математичари. [3] Во XVIII век преку трудовите на Ојлер, Лаплас и Гаус се развива математичката анализа и статистиката како гранки на математиката, а современата математичка логика е развиена благодарение на делата на Џорџ Бул. На часовите по математика наставникот преку приказни и анегдоти за

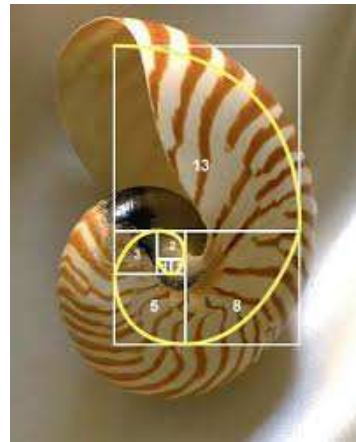
математичарите и епохата во која твореле може да ја направи математиката блиска и интересна за учениците.

Изреката на Питагора „Сè е број“ може да се поврзе со музиката, бидејќи тој и неговите ученици проучувајќи го музичкиот инструмент лира, откриле дека музичките интервали (тонови) се пропорционални на должината на жицата, двапати пократка жица дава за октава повисок тон и тоа може да се претстави како 2:1, ако се скрати жицата за една третина односот на тоновите во квинта е 3:2 и тон повисок за кварта ако се скрати за една четвртина како дробка 4:3. Тој верувал дека музиката ја оплеменува душата и ги развива квалитетите на човекот и за неговите ученици била задолжителен предмет.

Низата од дробки на италијанскиот математичар Фибоначи $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}...$ е застапена по предметот биологија, кај растенијата. Оваа низа конвергира кон ирационалниот број 1,61803... и е однос на две величини наречен златен пресек. каде бројот на спирали околу растението е именителот, а бројот на листови е броителот на дробката.



СЛИКА1. Фибоначиева низа кај растенијата



СЛИКА2. Графички приказ на низата на Фибоначи со цртање квадрати со дадените димензии кај школката Nautilus

Овој златен пресек е застапен и кај спиралите на школката, распоредот на семките на сончогледот, пропорциите на човековото тело и кај сите живи суштества.

Размножувањето на бактериите се одвива според математичка законитост со степенување на бројот 2 бидејќи една единка се дели на две идентични, симетријата како математички поим може нагледно да се покаже кај листовите на растенијата кои се осносиметрични, а кај животните се разликуваат асиметрични (амеби и сунѓери), сферичносиметрични (организми во форма на топка), радијално симетрични (медузи и морски ежови) и билатерално симетрични во кои спаѓа човекот. Кај морската ѕвезда учениците треба да утврдат ротациона симетрија од 5-ти ред.

Физиката и математиката како науки се тесно поврзани и во наставата по физика се користи математичко моделирање кое претставува пронаоѓање и тестирање на математички приказ за некој реален објект или процес. Одговорот на често поставуваното прашање од страна на учениците на часот по математика „Зошто ова го учиме?“ е во поврзување со многуте содржини во предметот физика, како на пример претворањето на мерните единици за должина, маса, време, плошина, волумен, дејството на сила како причина за движењата на телата со вектори, простирањето на светлината со паралелно и ортогонално проектирање, дисперзија на сончевата светлина со триаголна призма, физичките закони во кои едната величина е функција од другите запишани со формули.

Во наставата по хемија се изучуваат кристалите кои имаат форма на правилни полиедри како тетраедар, коцка, октаедар, додекаедар и икосаедар кои се математички поими. Најчесто кристалите на мразот имаат хексагонален облик на правилен шестаголник, учениците треба да знаат да пресметуваат состојки во процентни раствори, да претвораат со пропорции маса на супстанции во мол и број на честички.

Корелацијата на математиката со географијата во наставата е важна да разберат учениците дека големите истражувачи освојувајќи ги непознатите предели на земјата ги запишувале местата на карти со размер на кои земјата е поделена на напоредници и меридијани кои претставуваат замислени координатни оски. Исто така демографските движења на населението се поврзани со поимот за процент и претставување на податоците со дијаграм. Картите на кои има претставено изохипси се добиени со вертикални проекции на линиите кои настануваат со хоризонтални пресеци на релјефот распоредени на еднакви растојанија, одредување азимут меѓу две места со примена на компас, карта и агломер, одредувањето на координатите на некое место на карта според географската широчина и должина изразена во степени и минути. [4].

Информатиката не би постоела без развојот на математиката и нивната поврзаност е неопходна. Доколку учениците го знаат претворањето на број запишан во декаден систем во бинарен систем (со основа 2) и обратно, тогаш лесно ќе го сфатат функционирањето на електричните кола во сметачките машини во фаза вклучено-исклучено. Основите на програмирањето се тесно поврзани со математичките формули, равенки и неравенки, а применливоста на програмата Geogebra е огромна во изучувањето на геометриските поими од VI – IX одд. На Интернет постојат многу корисни апликации по математика (Math Tricks, Geometry, IQ and Aptitude Test Practice) кои можат да се инсталираат на мобилните телефони и да се користат во наставните цели за двата предмети со што се влијае на зголемувањето на компетенциите на учениците.

Иако изгледа дека математичките содржини неможе да имаат допирни точки со содржините на предметите по македонски јазик и странските јазици, сепак може да се најдат ситуации во кои со помош на мнемотехники¹ се соопштуваат математички

¹ постапки со кои се олеснува запомнувањето на некој вербален или симболички материјал во текот на учењето

правила или својства, во вид на стих како на пр. „Квадратот над хипотенузата, тоа го знае секое дете, е еднаков на збирот од квадратите над катетите двете”, или „Се сеќавам ко вчера ми кажа ти, плошина на круг е ер на квадрат по пи”. Исто така доколку е даден израз запишан со симболи да формираат текст кој логички ќе одговара на него. Понатака математички поими се среќаваат во крстозбори, организација на квизови во кои ќе има повеќе вербализација како и вежбање на прецизен и јасен говор при презентации на математички проекти. Во странските јазици може да се анализира биографијата на математичар од дадената земја.

Математиката во ликовното образование е застапена со содржините пропорции изучувајќи ги делата на скулпторите и архитектите во стара Грција. Со оптималните пропорции на човековото тело во ренесансата, во неговите цртежи, слики и скулптури најмногу експериментирал сликарот Леонардо да Винчи. Ставот, во кој рацете се раширени, а нозете се собрани може да се впише во квадрат, ставот при кој рацете и нозете се раширени, може да се впишат во круг[5]. За учениците е интересен експериментот во кој ќе ја измерат должината на широко раширените раце и ќе ја споредат со сопствената висина при што треба да се приближно еднакви. Исто така на часовите по ликовно образование често е застапен поимот на симетрични фигури и цртање на круг и правилни многуаголници.



СЛИКАЗ. Витрувиенски човек-скица на Леонардо да Винчи од 1490 год. во која се дадени пропорциите на човековото тело

Интегрирање на математички содржини на часовите по физичко образование има при пресметување на плоштините на спортските игралишта за фудбал, ракомет, кошарка и останатите спортови, понатаму при споредување на средните брзини на рекордите во трчање на 100 m во машка и женска конкуренција (на пример: У. Болт 9,58 секунди и Ф.Г.Џојнер 10,49 секунди) како и при споредување на плоштините и волумени на топката за фудбал и топчето за тенис.

ЗАКЛУЧОК

За успешна интеграција помеѓу наставните предмети потребно е поголемо интердисциплинарно знаење, креативност и ангажираност на наставникот. Значајна е и меѓусебната помош и соработка со другите наставници во креирањето на активности во вид на заеднички часови, проекти, практична работа и истражувања. Пречка за реализација на меѓупредметната корелација претставува временската неусогласеност на содржините што се поврзуваат во наставните планови и програми по предметите со наставните планови и програми по математика, но тоа не треба да ги обесхрабри наставниците да најдат начин, форми и стратегии за имплементирање на истите во наставата. Воспитно-образовниот процес не смее да се претвори во мешавина на добиени информации од изолирани области, туку треба да биде хармонична целина од поврзани различни знаења и вештини кои ученикот ќе се оспособи да ги применува овозможувајќи интелектуален напредок на себе, другите и пошироката заедница.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вилагра Р. Вилагра А., Основен атлас по математика, Просветно дело АД, Скопје, 2004 (стр.6).
2. Математика за осмо одделение, Арс Ламина – публикации, Скопје, 2016.
3. Stipanić E., Putevima razvitka matematike, Vuk Karadžić, Beograd, 1998
4. Ilustrovana enciklopedija, Nauka, Vuk karadžić, Beograd, 1983
5. https://mk.wikipedia.org/wiki/Витрувијански_човек

Критериуми за успех и зајакнување на самооценувањето во наставата по математика – до подобар квалитет во учењето во одделенска настава

Добринка Петровиќ¹, Соња Крстеска², Лили Јанковска³, Ивана Митевска⁴

^{1,2,3,4} ОУ Тодор Ангелевски, Битола, РС Македонија

Апстракт. Денес во училиштата се сретнуваме со фактот дека учениците не се доволно мотивирани за учење, особено оние ученици кои имаат послаб успех во постигнувањата. Со цел да се мотивираат учениците за учење, а со тоа да го подобрат својот став кон учењето, потребно е се доведат во ситуација каде сами би го оценувале своето знаење и би добивале информации за сопственото напредување. Но, за да се дојде до ова посакувано ниво, потребно е наставникот јасно да ги дефинира критериумите за успех на часот. Преку Студија на час направено е истражување каде наставниците работат во соработка. Се прават средби пред секој истражувачки час. Наставникот кој ќе ја реализира содржината, заедно со тимот од наставници ги дефинираат критериумите за успех и понатаму ја разработуваат структурата на часот, како и заедно ги набљудуваат учениците како учат. Учениците со почесто користење на самооценувањето ќе стануваат посамостојни, понезависни, посигурни и самостојни. Стануваат свесни како учат и тоа им помага да го подобрат учењето. Тоа се мал дел од заклучоците кои се добија од три истражувачки часови по математика во три одделенија прво, трето и петто, за тоа како учениците учат и како преку самооценување врз јасно поставени критериуми, заедно со наставникот проценуваат во кој обем ги исполнуваат тие критериуми.

Клучни зборови: Критериуми за успех, студија на час, самооценување

ВОВЕД

Планирањето на наставата започнува со некоја цел. Затоа може да се каже дека целта е поаѓалиште при планирање на наставниот процес. Често се поставува прашањето: Што значи цел? Целта е: “нешто кон кое се стреми човекот, што сака да го постигне, намера, точка во која се нишани, точка до која треба да се стигне” (Речник на македонски јазик, III, 1966, стр. 509).

Целите не постојат независно од луѓето. Тие се намери на одредена индивидуа или на некоја помала или поголема група луѓе. Целите може да бидат индивидуални (лични) и општествени (воспитно – образовни) цели, а тоа зависи: врз основа на чии мотиви се дефинираат и развиваат, чии потреби се задоволуваат и какви резултати се очекуваат. При планирањето на наставниот час наставникот треба да размислува на повеќе прашања. Едно од поважните прашања при планирањето на часот е „**Што треба да постигнам со учениците?**“ За да биде наставата ефективна наставникот треба да ги постигнува целите на наставниот час. За да се постигнат целите на наставниот час, потребно е тие да бидат доволно јасно и прецизно дефинирани бидејќи само така наставникот ќе може да ги согледа своите постапки за мотивирање на учениците, да

избере соодветни методи и форми за работа, техники и средства за нивно постигнување и да се следи и проверува нивната постигнатост. Оттука се добива одговор на прашањето **„Зошто се потребни критериуми за успех?“**

Критериумите за успех им кажуваат на учениците како тие ќе знаат дали ја постигнале целта на учење, односно им се дава јасна идеја на учениците за она што треба да се научи. Тогаш се воспоставува заемна комуникација меѓу наставникот и ученикот, не само наставникот да има очекувања од ученикот што треба да знае и да дава одговори, туку сега и ученикот ги разбира очекувањата на наставникот, знае што треба да знае, како резултат на тоа ученикот почнува да го оценува својот напредок, ги разбира оценувањата од наставникот и следно се очекува ученикот да ги поврзи новите знаења со претходните критериуми на успех.

Преку студија на наставен час се следеа истражувачки часови во прво, трето и петто одделение со тим на настаници колку поставените критериуми за успех, можат да го подобрат квалитетот на учењето поттикнувајќи ги учениците да се слушаат меѓу себе, да ги охрабруваат да поставуваат прашања и да бидат самите вклучени и одговорни за своето учење. Истражувачкиот час по математика беше одржан во месец февруари 2019 год., во III одделение. Наставната содржина за часот е *“Мешани броеви”*, преку која учениците се запознаа со мешани броеви, разбираат дека мешаните броеви се составени од цел број и дробка. За реализација на оваа наставна содржина од наставната програма по математика извршив претходна подготовка на потребните ресурси: апликации на овошје-јаболка исечени на половина, четвртина, цели, апликации-фигури и пици, картички каде запишуваат решение, плакат со истакнати критериуми за успех, плакат со истакнато толкување за сообраќајни светла, учебник, тетратки, наставни листови.

Целта на оваа студија беше како учениците врз основа на поставените критериуми за успех можат да се самооценуваат и колку поставените критериуми за успех може да го подобрат квалитетот на учењето и самооценување на својата работа, односно самооценување. Претходно беше извршен избор на тројца ученици за набљудување со различно ниво на знаења. Во текот на часот овие ученици беа набљудувани од страна на членовите на тимот од одделенска настава и психологот на училиштето. Тимот од одделенска настава за предметот математика одржа по три работни средби за секој истражувачки час во текот на II полугодие од учебната 2018/2019 год.

Најпрво собравме докази за учење и одржавме состанок за заедничко планирање на часот. После тој состанок имавме имавме и средба на тимот со советничката по математика каде го презентиравме заедничкиот план на часот. Од страна на советничката беа дадени некои насоки за подобрување на планот на наставен час. По набљудувањето на истражувачкиот час од страна на тимот, набљудувачите направија интервју со предходно избраните ученици А, Б и В со различно ниво на знаење.

Потоа тимот одржа работна средба на која се дискутираше за реализацијата на истражувачкиот час, учењето на сите учениците и на избраните ученици, и направи рефлексија од аспект на својата работа и што е тоа што ќе се промени во иднина во нивната училиница како место за истражување со цел за подобрување на наставниот процес.

ИСТОРИСКИ КОНТЕКСТ

Темата на оваа студија е “Броење и решавање на проблеми”, наставната содржина е “Мешани броеви” и часот се реализираше во 2 одд со 26 ученици.

Оваа тема е најзастапена во програмата по математика во III одделение со вкупно 80 часа, самиот тој факт укажува на тоа за сериозноста и тежината на самата тема. Како и потребата од разбирање и стекнување на знаења и вештини на учениците од оваа тема, т.е стекнување на математичка писменост рамна на букварското описменување на учениците во македонскиот јазик. Причината за избор на наставната содржина “Мешани броеви” беше според планирањето, но истовремено видов предизвик во наставната содржина, затоа што беше нешто сосема ново за учениците, каде дотогаш тие имаа знаења за дробките како дел од целото и именување на истите. А како мешан број сосема прв пат се сретнуваат и прв час, така да беше предизвик како ќе дојдат до сознание за тоа што е мешан број, како ќе го идентификуваат, препознаат мешаниот број, како и како ќе го претставуваат.

ЦЕЛИ НА УЧЕЊЕТО НА УЧЕНИКОТ

Целите на учењето на оваа содржина се:

- Разбира дека мешаните броеви се составени од цел број и дробка.
- Наоѓа мешани броеви со користење фигури.
- Запишува свој дијаграм за да прикаже мешан број.

Секако дека една наставна содржина не може да ги развие долгорочните цели кои се однесуваат за мешани броеви (препознава мешани броеви; споредува и подредува две или повеќе дробки со ист именител - половици, четвртини, третини, петтини, осмини или десетини); подредува дробки и мешани броеви на бројна низа), но секако дека понатаму ќе се развиваат и со останатите предвидени наставни содржини.

РЕАЛИЗАЦИЈА НА ЧАСОТ

Воведниот дел од часот наставникот го започнува со проблемска ситуација-математичка приказна:

„Мајката на Маре на училиште за ужинка секој ден и праќала јаболчиња. Маре денес во својата кутија за ужинка имаше 1 цело јаболко и $\frac{4}{4}$. Маре $\frac{3}{4}$ ги подели на своите другарки, а целото јаболко го изеде самата. Колку јаболка и пратила мајката на Маре за ужинка? Колку и останало?“

Учениците одговараат со свои размислувања, а посебно акцентот се става на учениците: А, Б и В. Учениците се прашувани од наставникот без да знаат дека се набљудувани, се поттикнуваат да одговараат и да ги образложуваат своите ставови и размислувања. Овде избрав индивидуална форма на работа зашто сакам да го слушнам размислувањето на учениците, како и поефективно набљудувачите на часот да може да следат и запишуваат одговорите од учениците.

На прашањето „Како ќе најдеме колку јаболчиња и пратила мајката на Маре“?, „Може ли тоа да го објасните“? Ученикот А веднаш одговара, образложува, објаснува дека мајката на Маре и дала 2 јаболка и дека едното го изела таа, а другото го подели на другарките и тоа точно кажува $\frac{3}{4}$, а $\frac{1}{4}$ кажува дека му останала. „Па мајката на Маре му

дала 2 јаболка, едното го изела сама, а другото го поделила и $\frac{1}{4}$ и остана“ Ученикот Б не е сигурна во одговорот кој го дава, размислува колку јаболка се изедени, и треба поттикнување, а потоа дава точни одговори, а ученикот В одговара исклучиво со поттикнување, не е сигурен во одговорот, често го менува и го повторува од случај А.

На прашањата Како може да се претстави? Со цртеж?.....Каде е $\frac{4}{4}$ (четвртатата четвртинка)? Што претпоставувате? Наставникот ги поттикнува да стигнат до целта Мешани броеви и да го запишат истиот, на било кој начин со дробка или цртеж, сеедно, само да го претстават, значи да имаат разбирање за мешан број (со оглед на тоа што немаат никакви предзнаења за мешани броеви и првпат се сретнуваат). Ученикот за случај А на прашањето „Како ќе запишеме колку јаболка и пратила мајката на Маре“? 1 цело и три четвртинки, веднаш доаѓа до целта и чита 1 цело јаболко и $\frac{3}{4}$, на прашањето Може ли со дробка да се запише? Како ќе го запишеме целото јаболко? Со оглед на тоа што на воведниот дел од часот доста добро е образложено ученикот А веднаш го претставува со дробка и со цртеж, додека ученикот Б и треба време и поттикнување за да дојди до претставување на мешаниот број, откако ќе добие доволно време и поттик, доаѓа самата до одговорот. Значи на некои ученици им треба повеќе време за да разберат, отколку на други. А ученикот за случај В не може самиот да дојде до целта, до претставување и запишување на мешаниот број, се потпира на одговорите на ученикот А и Б. Ваквата форма на работа индивидуална дава можност повратните информации од други ученици, да ги натераат учениците да го доведат во прашање нивното разбирање на темата. Образложението укажува на тоа дека "објаснувањето" е активност за чувство и дека повратните информации може да ги поттикнат учениците да го допрат нивното ниво на разбирање. Овие активности може да се набљудуваат и анализираат за време на лекцијата. Откако се стигна до целта, се претстави и запиша мешаниот број со дробка, цртеж $1\frac{3}{4}$, наставникот ја истакнува целта. **Овај број се вика мешан број и има 2 дела еден цел и дробка.**

Откако наставникот ја истакнува целта, ги истакнува критериумите на успех, на јазик кој го разбираат учениците и на видно место - табла, каде учениците постојано може да ги гледаат, а наставникот да се навраќа на нив повеќе пати.

- Можам да запишувам мешан број.
- Можам да запишам машан број од фигури.
- Можам да прикажам мешан број со цртање мој дијаграм.

Во главниот дел од часот наставникот преку интерактивна игра каде истакнува на магнетна табла апликации од пици или фигури, каде има цело и дробка, а учениците треба на картичка да напишат соодветно на фигурите мешан број од цело и дробка и да го подигнат високо, нешто слично како игра семафор и на тој начин наставникот да добие повратна информација дали одговорот е точен или не, но истовремено преку оваа интерактивна игра семафор, набљудувачите ќе можат слободно да ги набљудуваат учениците: А, Б и В какви одговори даваат, дали се сигурни во своите одговори или дали грешат, се предомислуваат и слично.

Ваквиот начин на работа, повторно индивидуална форма ја одбравме мислејќи дека така може подобро набљудувачите да забележуваат повеќе одговорите од учениците, а од друга страна ученикот има доволно време да размисли, да го напише своето размислување, а со тоа наставникот и набљудувачите лесно ќе ги следат исказите од учениците. И истиот начин на интерактивна игра задачи каде наставникот ќе претстави

мешан број, а учениците треба на својата картичка да прикажат со свој цртеж, т.е. дијаграм.

Ученикот А во оваа фаза од часот одговара повторно брзо, експлицитно, сигурно ја крева картичката со напишаниот точен одговор, ученикот Б одговара точно, но и треба време за одговорот, а ученикот за случај В се потпира на одговорите од другарчињата околу него, вешто сиркајќи.




Во завршниот дел од часот наставникот им задава работен лист со 2 задачи со барање:

1. Кој мешан број е прикажан? и 2. Нацртај свој дијаграм да ги прикажеш следните мешани броеви?

Откако учениците ќе ги решат задачите ќе се самооценат со техника за самооценување **Сообраќајни светла**. (Учениците веќе го знаат значењето на трите бои на **Сообраќајните светла**). Наставникот кога објаснува за решавањето на задачите од работниот лист, исто така ги навраќа учениците на критериумите за успех.

Можам да запишам мешан број			
Можам да запишам мешан број од фигури			
Можам да прикажам мешан број со цртање мој дијаграм			

Толкување на сообраќајните светла

	Црвена	Ова ми е тешко. Ми треба некој да ми помогне.
	Жолта	Го разбираам поголемиот дел, но ми треба вежбање.
	Зелена	Разбирам. Подготвен сум за следниот чекор.

Во овај дел од часот повторно индивидуалната форма беше добра можност тимот на наставници да види како ќе се самооценат учениците.

АНАЛИЗА НА УЧЕЊЕТО

Анализата на учењето на учениците е направена врз основа на повеќе докази, достапни и за набљудувачите на часот и тоа: набљудување, прашања - одговори, дискусија, опишување, споредување, техника за самооценување – сообраќајни светла, белешки од секој набљудувач во ЛИСТА за планирање, набљудување и дискусија за час

за истражување. После реализацијата на часот, наставниците – набљудувачи направија интервју со учениците А, Б и В. Притоа ги поставија следните прашања: Анализата на учење се однесува повеќе за учениците А, Б и В.

Ученик А

Ученикот А ги исполни моите очекувања и очекувањата на набљудувачите. Предвидувањата беа дека ученикот веднаш разбира мешан број, го толкува и дава т.е. изнесува свое образложение со свои аргументи: „Е па мајката на Маре и дала 2 јаболка, едното си го изела, а бидејќи знаат за дробки, кажува дека од другото јаболко $\frac{3}{4}$ се изедени, а $\frac{1}{4}$ и остана „Па $\frac{1}{4}$ може таа да ја изеде сама, а може да му ја даде на некој друг“. На прашањето „Како ќе запишеме колку јаболка и пратила мајката на Маре“? Може ли со дробка да се запише колку било изедено? Ученикот веднаш запишува и со дробка и со цртеж и со свој дијаграм. Ученикот дискутира, анализира, конкретизира. Во главниот дел од часот исто така е брз со своите одговори, точен и конкретен. А во завршниот дел од часот брзо, точно, сигурно реално ќе се самооцени и тоа на секоја задача посебно.

Ученик Б

На прашањето „Како ќе најдеме колку јаболчиња и пратила мајката на Маре“? „Може ли тоа да го објасните“? „Ученикот Б не е сигурна во одговорот кој го дава, размислува колку јаболка се изедени, и треба поставување на дополнителни прашања секако кои не водат до точниот одговор туку поттикнува кај него размислување и потоа дава точен одговор. Не се истакнува многу со кревање рака, само ако биде прашана, значи не е сигурна. И кога ќе го каже одговорот, нема аргументи и ги повторува од ученикот А. Но повратните информации од учениците, објаснувањето го поттикнува нивото на разбирање, така во главниот и завршниот дел од часот ученикот Б самостојно си работи, иако му треба повеќе време за да го даде одговорот.

Ученик В

На прашањата во воведниот дел од часот ученикот со помош и поставување на фактографски прашања одговара, со куси и несигурни одговори и често го менува одговорот или го повторува од ученикот А или Б. Во главниот дел го запишува на картичка одговорот, но очекува помош од своите соученици, како тие запишале. За во завршниот дел од часот без поттикнување ги запишува со дробка мешаните броеви што се прикажани, а во втората задача црта фигури за да прикаже мешан број, но му треба поддршка повторно од наставникот. Се самооценува со зелено светло што не е реално, но и со жолто дека му треба помош.

САМООЦЕНУВАЊЕ

Преку самооценувањето учениците го вреднуваат сопствениот процес на учење, ги поставуваат целите за учење, како и критериумите за успех заедно со наставниците и проценуваат во кој обем ги исполнуваат тие критериуми. Самооценувањето е еден вид самоспознавање и критички осврт кон самиот себе. Тоа е израз на зрелоста на ученикот и пожелно е ученикот реално да ги проценува сопствените можности и постигнувања, само на тој начин самооценувањето придонесува за развој на личноста. Предуслов за реално самооценување на ученикот е степенот на постигнатиот когнитивен развој,

развојот на мислењето и говорот, разбирањето на поимите и значењето и способноста да се гледаш себе си со туѓи очи.

РЕФЛЕКСИЈА

На средбата после реализација на часот се дискутираше за часот од повеќе аспекти и тоа: планирање на часот, реализација на часот, учење на сите ученици но со посебен акцент на учениците А, Б и В, користење на ресурси и самооценување. Во текот на дискусијата ги констатиравме дека во наредните часови по математика, со тек на време добро е учениците напредокот да го вреднуваат според поставените цели, затоа што:

Предности на самооценувањето

- Преку самооценувањето учениците подобро го разбираат процесот на оценување, со што се зголемува нивната мотивација за учење.
- Стануваат свесни како учат и тоа го подобрува учењето.
- Поставените критериуми за успех им овозможуваат на учениците сами да си дадат повратна информација за тоа колку научиле во текот на часот.
- Учениците со почесто користење на самооценувањето ќе стануваат посамостојни, понезависни, посигурни и поефикасни.
- Во текот на часот се почувствува со самооценувањето дел од одговорноста за оценување се префрли од наставникот на ученикот (самиот ученик ќе си каже дека не е добар во нешто или треба уште да учи, не го разбира и слично, а тоа доведува до реално оценување).
- Самооценувањето доведува до реалност во оценувањето, овозможува да учат преку грешките.
- Присутно беше со самооценувањето охрабрување да признаваат дека нешто не им е јасно, што кај повеќето ученици тоа не е пракса и после прашањето на наставникот „Јасно ли ви е ученици, има некои нејаснотии“? тие не се охрабруваат да признаат и да побараат додатно објаснување (не секогаш и не кај сите ученици).

Предности од Студија на час

- Истражувачките часови ми овозможија поголема ефикасност во наставата, зашто не се фокусирав во запишување и евидентирање или помнење на одговорите на учениците, тоа го правела тимот на набљудувачи.
- Заедничкото планирање на наставната содржина ми овозможи олеснување во подготвувањето на часот, доивање на идеи, сугестии и сл. што мислам дека добив поквалитетен план на наставен час.
- Анализата со колегите после набљудувањето ми даде јасна и конкретна слика за тоа како учениците учат. Впрочем дојдовме до заклучок дека на ученикот за случај Б и требаше повеќе време за да одговори точно, исто и случај В со повеќе време и повеќе повторување доаѓаше до точни одговори. Значи на некој ученик му треба помалку, а на некој повеќе време за да ги разбере поставените задачи;

- Дека послабите ученици ги повторуваат одговорите на појаките и се потпираат на наивните, па затоа во иднина ќе ги испрашувам прво учениците со ниско ниво на знаење, а потоа со повисоко.

Слабости на самооценувањето

- Самооценувањето зависи од возраста на учениците, зашто помала возраст значи и несамокритичност. Учениците од помала возраст не се самокритични и се трудат да го сокријат неразбирањето на целите.
- Кај учениците од помала возраст потребно е време за да развие процесот на самооценување како вештина, а тоа значи поголемо одвоено време за евалвацијата преку самооценување при планирањето на часот.

Слабости од Студија на час

- Студијата на наставен час бара повеќе одвоено време за заеднички средби, ако се земе во предвид дека наставникот мора голем дел од своето време да посветува на администрација, која не придонесува за никакаво подобрување на квалитет во наставата, наместо на вакви слични истражувачки активности кои придонесуваат подобрување на квалитетот на наставата.

Токму поради тоа, се чувствува потреба од повеќе вакви студии на час за споделување на заеднички идеи и искуства помеѓу наставниците, изнаоѓање на нови форми, модели и техники за учење со цел унапредување на наставната практика.

ЛИТЕРАТУРА

1. Настава и учење на 21-от век, Прирачник за наставници во основното образование, Скопје 2009
2. Блек, П, Вилиам, Д. Внатре во црната кутија: Подигнување на стандардите преку оценување (Inside the Black Box: Raising Standards Through Classroom Assessment, (s.l.): Kings College London (1998)
3. Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B. and William, D. (2002) *Working Inside the Black Box*, (s.l.): National Foundation for Educational Research
4. Ормонд, П. (2004). Заемно оценување на соученици и самооценување-Насоки во практиката (Peer and self assessment – Guidance on practice)
5. Bennett, N., Glatter, R., Levacic, R. (eds.) (1994) *Improving Educational Management: Through Research and Consultancy*, (s.l.): Open University, Chapter 14 'Using Success Criteria'

Иновативното учење преку мултимедијалните технологии

Фроска Смилкова,

ООУ „Маршал Тито“, с. Муртино, Струмица, Република Северна Македонија

Апстракт. Технологијата е примарен фактор и движечка сила во секоја сфера на денешницата. Колку повеќе напредува технологијата, толку повеќе придобивки нуди за учениците на сите нивоа на образование и овозможува поинтересни и посовремени начини на истражување, учење и стекнување на трајни, квалитетни и применливи знаења. Со правилно користење на технологијата во наставниот процес и употреба на разни алатки, софтвери, апликации, анимации, се овозможуваат групни истражувања, размена на искуства, мислења, знаења, дружење, со што на учениците учењето им е интересно и забавно, а знаењата се многу потрајни и квалитетни.

Технолошките современици се нова категорија ученици кои, за разлика од технолошките несовременици или технолошки неупатените, имаат одредени, посебни карактеристики. Самиот начин на учење и размислување кај овие ученици, уште од најраната возраст е поразличен и затоа потребна е адаптација на образовниот систем кон нив за да не настане драстично намалување на квалитетот на нивното знаење. Постојат многу начини и методи како да се надминат проблемите што се јавуваат. Истражувањата спроведени во другите земји се добар почеток кон утврдување на факторите кои би можеле да помогнат во креирање на подобро и посовремено образование во Северна Македонија, или во најмала рака, согледување на реалните потенцијали за унапредување преку воведување на мултимедиски содржини во наставните процеси во нашата земја.

Клучни зборови: образовен процес, образовен систем, иновативно учење, технологија, мултимедија, ученици.

ВОВЕД

Целта на овој труд е да се опише видот на мултимедијални наставни материјали, како тие се спроведуваат и да се претстават придобивките од мултимедијалните материјали, кои биле оценети. Примената на мултимедијалните технологии во образовните институции има улога да ја олесни едукацијата и развојот на децата. Уште од самиот почеток во трудот се укажува на ефективната примена на современите информациски технологии и нивното значење за едукацијата на децата.

Примената на иновативните методи придонесува за подобра настава во која активно учествуваат учениците. Образованието овозможува дополнително подобрување на наставниот процес каде што доминира ученикот и неговите активности во on-line часовите под менторство на наставникот. Наставникот на учениците им е постојан извор на мотивација за работа и учење и поради тоа се менува улогата на наставникот од предавач во организатор, менаџер, ментор, инструктор и соработник, а учениците стануваат организатори и реализатори на таквата иновативна настава.

Со одбирањето на современите иновативни дидактички стратегии во остварувањето на целите на учење на наставникот му се овозможува да создава разни методски сценарија со кои се постигнува квалитетна настава, зголемен интерес и мотивација. Учениците

од пасивни посматрачи се претвараат во активни и заинтересирани учесници кои учествуваат во подготовката, остварувањето и вреднувањето на наставните содржини.

Користењето на мултимедијалните материјали за поддршка на наставата во училиштата има многу разлики во споредба со другите формати. Прво, содржината и зафатот треба да бидат помали од комерцијалните мултимедијални производи. Текстот и сликите мора да бидат доволно големи, за да се пополни групата, наместо тие да останат самостојни. Второ, трансферот на информации треба да се потпира врз концептот на визуализација, наместо врз интензивната текстуална настава. И на крајот, контролата за навигација треба да биде насочена кон прашањата и водењето на учениците кон одговорите, притоа одразувајќи ја наставата во училиштата, каде што обично се поставуваат прашања наменети за учениците, кои што ги водат кон подлабоко разбирање на предметот.

УПОТРЕБАТА НА МУЛТИМЕДИЈАЛНИТЕ МАТЕРИЈАЛИ ВО НАСТАВАТА

Користењето мултимедијални материјали за поддршка на наставата во училиштата е сè уште во развој. Првичните резултати покажуваат дека овој иновативен метод на настава има голем потенцијал за подобрување на традиционалните наставни методи. Исто така потребно е да се користат едукативни игри како посовремени методи во одделенска настава. Учениците ќе бидат мотивирани од графиката и анимацијата, особено кога познати цртани ликови се користат во овие едукативни игри. И покрај фактот што резултатите покажале подобрување во вештините на учениците, сепак, тоа не претставува предлог за замена на традиционалното образование. Наместо тоа, интерактивниот метод на учење може да обезбеди покорисна алтернатива за традиционалното образование, особено во случаи каде што е тешко применливо учењето преку традиционалните методи.

Авторот Surjono H. D. во експерименталната студија „The effects of Multimedia and learning style on student achievement in online electronics course“ [1], ги истражува ефектите на мултимедијалните опции и стилови на учење кај студентите кои се на додипломски студии, во еден адаптивен систем за е-учење на Државниот универзитет во Јоџакарта, Индонезија. Наодите покажуваат дека учениците во кои нивните мултимедијални опции и стил на учење одговараат со начинот на материјалот којшто е презентираан онлајн, имале значително повисоки резултати во споредба со оние каде што начинот на учење бил традиционален. Разликата постоела и во адаптивното и во неадаптивното онлајн учење.

Авторите Garcia R. R., Quiros J. S., Santos R. G., Gonzales S. M., Fernanz S. M., во трудот [2], зборуваат за зголемената загриженост на наставниците со цел да ги подобрат своите теоретски часови. Промената во наставните содржини и примената на методите на користење на новата информатичка технологија, прави тие да бидат попривлечни за студентите. Се смета дека тоа е ефикасна и смирена форма на учење.

Случајот со предметот Нацртна геометрија е интересен, бидејќи главната цел на овој предмет е, не само да ги обезбеди студентите со теоретски знаења од областа на геометријата и цртањето, туку, да се подобри нивната просторна перцепција којашто е од витално значење во обуката на секој инженер, но и на оној кој не бил доволно поттикнат во пред-универзитетското или во текот на универзитетското образование. Со цел забрзување на процесот на учење на студентите, биле развиени анимациите, коишто им овозможувале на студентите интерактивен метод на учење на најважните теми од Нацртна геометрија. Софтверот што се користи за развој на анимациите е Macromedia

Flash; алатка којашто овозможува создавање на многу мали векторски графички датотеки, со што се олеснува нивниот електронски пренос до кој било корисник што е приклучен на мрежата. Од трудот на наведените автори, се заклучува дека благодарение на Flash технологијата, генерирањето анимации со многу мали димензии, заедно со нивниот интерактивен капацитет и леснотија на користење, доведува до ширење на оваа технологија меѓу повеќето креатори на веб страници, како и на многу сајтови кои вклучуваат анимации или презентации на нивните почетни страници.

Авторите De Santo M., Arcelli F. во трудот [3] дават опис на реализацијата на мултимедијалниот дистрибуиран систем за учење, развиен со помош на средствата на Јава јазикот. Конкретно, фокусот е ставен на дефиницијата на постоечкото сценарио, на специфичните барања и на описот на целокупниот систем, преку обезбедување на експериментални резултати. Тука се претставени главните карактеристики на Software Agents и е опишано како да се користат, со цел да се постигнат дефинираните цели во однос на флексибилноста и скалабилните фонтови и да се додаде мрежа од способности на апликацијата. Еден од најголемите придонеси на овој труд се состои од тоа, како дизајнот на клиент-сервер и Software Agents може успешно да работи на различни нивоа на современите дистрибуирани апликации за учење, со цел да се подобри флексибилноста и ефикасноста. Апликацијата којашто е разгледана и експериментирана, се чини дека претставува добар пример за големото семејството на мултимедијални веб-базирани апликации.

Во трудот [4], е се истражува употребата на мултимедијалните предмети за поддршка на наставниците при подготовката на часовите по математика. Истражувањето има прелиминарен карактер. Во оваа студија, големо внимание е посветено на прашањето на употребата на мултимедијалните предмети во образованието, преку истражување на конкретна рамка, имено професионален развој на почетното математичко образование за наставниците во Холандија. Врз основа на ова истражување, предложена е рамка од шест чекори, чија цел е да им помогне на учесниците да го развијат своето знаење. На овој начин се надминува и претпоставената поделба помеѓу теоријата и практиката и поттикнување за создавање на цврста основа за непосредно однесување кое се согласува со идеите на реалното математичко образование.

Во суштина, наставата мора да вклучува две главни компоненти: испраќање и примање на информации. Наставникот се обидува да го пренесе знаењето на начин на кој тој го разбира. Значи, начините на комуникација коишто служат за оваа намена може да се сметаат како иновативни начини за изведување настава. Нивната употреба во образовните институции има потенцијал не само да го подобри образованието, туку и да ги поттикне напорите за остварување на човековите цели за развој.

МУЛТИМЕДИЈАЛНИТЕ СОДРЖИНИ ВО ПРОЦЕСОТ НА НАСТАВА И УЧЕЊЕ

Информатичката технологија претставува драматично менување на начинот на кој учениците, студентите и наставниот кадар учат и работат. Телефоните со интернет, рачните компјутери, дигиталните камери, MP3 плеерите, предизвикаа револуција во детскиот и во студентскиот живот.

Технологијата го менува и искуството во училница. Потребно е училниците да се карактеризираат со сите видови погодности за учениците и наставниците. На пример, училницата да е опремена со камери за фотографирање, така што учениците можат да добијат слики како дигитални датотеки. Покрај тоа, таблет компјутерите, кои овозмо-

жуваат директно пишување белешки на екранот со посебно пенкало, го заменуваат „древниот“ проектор. Таблет технологијата им овозможува на професорите да прават белешки на графикони и табели и директно да ги праќаат на нивните ученици, така што ќе добијат повратна информација од секој ученик како ги разбрале и анализирале табелите и графиконите употребувајќи ги и тие таблетите за пополнување на табели и графикони и анализирајќи ги на часовите по математика.

Од горенаведеното, можеме да заклучиме дека со информатичката и комуникациската технологија се имаат воведено многу иновации во наставата и се имаат направено промени во старата парадигма на наставата и учењето. Во новата парадигма на учење, улогата на учениците е поважна од онаа на наставниците. Секојдневно се зборува за брзиот напредок во компјутерската и мултимедијална технологија, преку која се овозможува нејзино интегрирање во процесот на наставата и учењето. Она што претставува конвенционален пристап на наставникот, сега е промената која го нагласува учењето на ученикот. Традиционалните образовни содржини сега може да се трансформираат во интерактивни мултимедијални содржини, со користење на пакетите за пишување. Тоа му овозможува на наставникот да воведува иновации во неговиот/нејзиниот наставен дизајн, преку презентирање на наставните содржини на еден интерактивен и мулти-сензорен начин, за разлика од традиционалниот единствен формат. Ова внесување на мултимедијата во наставата, учењето има променето многу наставни стратегии во образовните институции.

Една од главните цели на наставата е пренесување на информации на учениците. Секој метод што содржи користење компјутери, претставува менување на постоечкиот конвенционален метод креда-разговор. Тие се иновативни, доколку им служат за постигнување на главната цел на наставата. На пример, при изучување на дигестивниот систем на човекот и системот за циркулација во телото, многу е корисна употребата на мултимедијалните содржини за поддршка на процесот на учење. Очигледно е нивното влијание и врз задржувањето на знаењето. Оваа примена претставува комбинација од усни објаснувања и 3D модели, како и анимации на анатомските структури.

Со примената на овој метод се предвидува зголемување на задржувањето на стекнатото знаење на учениците, за разлика од знаењето на оние ученици коишто учат по традиционалните методи. Употребата на овој систем обезбедува неколку предности во однос на традиционалните наставни методи. Една од најпознатите предности е поттикнувањето на неколку сензорни модалитети: допир, вид и слух. Како резултат на тоа, учениците активно се вклучуваат во процесот на учење. Со традиционалните техники на учење, учениците само добиваат информации во извесна смисла во исто време. На пример, една книга може да обезбеди 2D илустрации и текст, но учениците само се во можност да забележат една од овие дразби во дадено време. 3D моделите може да бидат вешто управувани и разгледани од сите агли, така што, корисниците не мора да го прочитаат целиот текст затоа што системот обезбедува звучни објаснувања. Разумно е да се мисли дека видеото може да обезбеди слични предности; меѓутоа, со видеото, корисниците мора за момент да почекаат кога се прикажува саканиот дел. Очигледно, се потврдува дека овој вид технологија претставува алатка што ветува подобрување на мотивацијата на учениците и поттикнување на нивниот интерес за материјата што ја изучуваат.

АНИМАЦИТЕ ВО МУЛТИМЕДИЈАТА

Главен извор на информации во мултимедијалните предавања се софтверите, изработени во Macromedia Flash, со истите дефиниции, теореми, примери и задачи како

и во традиционалните предавања, но со нагласени можности за визуализација, анимации, илустрации,... Анимациите коишто се користат во мултимедијалната настава за децата, се најдобар доказ за тоа дека сликата вреди илјада зборови. Може да се додаде дека анимацијата вреди дури и повеќе. Треба да има повеќе мултимедијални лекции, односно дека мултимедијата е важен аспект на наставата и процесот учењето.

Во мултимедијалните наставни средини, учениците се изложени на вербален материјал (како што е текстот прикажан на екранот или нарацијата), како и сликата (вклучувајќи статички материјали), како што се слики или илустрации, како и динамичните материјали т.е. видеото или анимацијата. Анимацијата има голем потенцијал за подобрување на учењето, особено кога целта е да се промовира длабоко разбирање. Меѓутоа, со цел ефикасно да се користат анимациите, потребно е да се разбере како учениците можат да научат од сликите и од вербалните медиуми. Употребата на анимации кај учениците во одделенска настава во прво и второ одделение претставува задоволство и зголемен интерес и внимание. Рефлексијата на крајот на часот е постигната кај сите ученици.

Мултимедијалните презентации треба да бидат дизајнирани на начин на кој го промовираат когнитивниот процес потребен за учењето, односно изборот, организирањето, како и интеграцијата. Оваа имплементација на иновативната настава и учење е од сложена природа и бара опфаќање на низа појави и процеси кои претходно би се одвивале во образовниот систем, како стручно унапредување на релацијата на наставникот со мултимедијалните технологии и стручниот кадар во релација со нивната обученост, но и умешност за успешна работа со неа. За реализација на мултимедијална настава во образовниот систем е потребна едукација на наставниот кадар за користење и креирање на мултимедијални содржини и за нивна примена, но потребна е и инфраструктурата во училиштата, т.е. подобрување на материјалните и на техничките услови.

ЗАКЛУЧОК

Образованието се смета за еден од најважните дострели што човек може да ги има во својот живот. Тоа е средство за вложување во себе кое подоцна во животот ќе обезбеди финансирање на самиот себе и помагање на семејството. Секојдневното искуство за тоа како технологијата постојано го прави животот полесен, придонесува за појава на чувство на удобност кај човекот во поглед на начините за стекнување на знаењето. Компјутерот, софтверските програми и образовниот софтвер, се алатките коишто овозможуваат подобрување на наставниот процес и олеснување на процесот на стекнување на знаење. Така, ако до пред две децении, образовниот софтвер беше луксуз кој повеќето училишта и одредени наставници од постарата генерација не сакаа да го применуваат, сега софтверските пакети во образованието се успешно интегрирани во училишната на подолг период. Компјутерите и ИТ станаа неопходни во процесот на учењето, без разлика дали учењето се одвива на училиште или дома. Со одбирањето на современите иновативни дидактички стратегии во остварувањето на целите на учење, на наставникот му се овозможува да создава разни методски сценарија со кои се постигнува квалитетна настава, зголемен интерес и мотивација. Учениците се претвараат од пасивни посматрачи во активни и заинтересирани учесници кои учествуваат во подготовката, остварувањето и вреднувањето на наставните содржини. Наставникот и учениците создаваат интерактивни и партнерски однос. Истиот се заснова на констуктивизам каде

што ученикот самиот го гради сопствено знаење на темелите на претходните искуства и сопствени можности.

Од изнесеното, може да се забележи дека беа претставени модели и имплементирани процеси со сите свои можности, предности и проблеми кои се појавуваат со воведувањето на мултимедиските содржини во наставните процеси во развиените земји. Но, се поставува прашањето, колку нашата држава е подготвена да имплементира дел од иновативната (современа) настава, преку современите мултимедијални технологии во својот образовен систем, или сепак, ќе остане тоа да го реализираат некои од идните генерации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Surjono HD, (2015), The effects of Multimedia and learning style on student achievement in online electronics course, TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology – January 2015, volume 14 issue 1
2. Garcia RR, Quiros JS, Santos RG, Gonzales SM, fernanz SM, (2007), Interactive multimedia animation with Macromedia Flash in Descriptive Geometry teaching, ELSEVIER, Computers and education, 49(3): 615-639
3. De Santo M, Arcelli F, (2002), Multimedia Distributed Learning Environments: Evolution towards Intelligent Communications, Kluwer Academic Publishers, Multimedia Tools and Applications, 16, 187–206
4. Dolk M, Hertog DM, Gravemejer K, (2002), Using multimedia cases for educating the primaryschoolmathematics teacher educator:a design study, ELSEVIER, International Journal ofEducational Research 37, 161–178

Ефективно испрашување и одговарање во наставата по природни науки

Јулијана Трајковска¹, Ирина Павловска², Даниела Цветковска³, Соња Михајловска⁴,

^{1,2,3,4} ОУ „Александар Турунцев“, с. Кукуречани, Битола, Р. Македонија

Апстракт Овој труд опишува студија на еден истражувачки час по природни науки во шесто одделение. Во него се содржани деловите од неговото заедничко (тим составен од наставници) планирање, реализирање, активности и анализа.

Студијата се однесува на темата **Тема 2Б: Растење** и наставната содржина **Моето растење-пубертет**.

Во истражувачкиот час се прикажани критериумите за успех како составен дел од дневната подготовка. Во работата на часот учениците се насочуваат кон критериумите за успех и активностите поврзани со нив. Со користењето на примери од секојдневниот живот, набројување и споредување на карактеристиките во различните фази од животниот циклус кај човекот, а при тоа користење на ефективни прашања се овозможи воведување и усвојување на поимот пубертет.

Поради осетливоста на наставната содржина кај учениците применивме взаемно оценување во парови. Тоа предизвика учениците послободно да дискутираат помеѓу себе за дадените точни или неточни одговори, да имаат поголема сигурност во искажувањето, да ги мотивира да размислат за она што го работеле и да воочат дали нешто пропуштиле или не им е јасно.

Заедничкото планирање на часови со акцент на постигнување на критериумите за успех, дава можност на поголем број на идеи за реализација на час, одбирање на активности и стратегии, споделување на искуства кои ќе им користат и на учениците и на наставниците.

Клучни зборови: Студија на час, истражувачки час, критериуми за успех, взаемно оценување, пубертет, физички промени, ефективно (ис)прашување и одговарање

ВОВЕД

„Студијата на час ги спојува сите клучни карактеристики на професионален развој што најмногу го подобруваат учењето и поучувањето.“
Кордингли (Cordingley) и соработниците, 2004

Студијата на час е многу специфичен тип на активно истражување во училищата и на наставниците им овозможува да ја подберат својата практика преку соработка со колегите – наставници кои реализираат настава од ист или различен наставен час. Преку овој тип на активно истражување се овозможува при воведување на нови аспекти од педагогија детално да се процени нивната ефикасност.

Студијата на час ги комбинира оние елементи кои Кордингли и др. ги одредиле како најефикасни за поттикнување на професионалното учење (2004). Тие елементи подразбираат одвивање на процесот со тек на време, во суштина станува збор за цикличен процес, се одвива во училищата со ученици и вклучува наставници кои работат заедно и соработуваат.

Истражувачкиот час по природни науки, како дел од цикличниот процес, беше одржан на 06.03.2019 год. со ученици од шесто одделение.

Целта на оваа студија беше *ефективно (ис)прашување и одговарање*. Меѓу другото се обрна внимание на: *взаемното оценување на учениците во парови и критериумите за успех*.

ЕФИКАСНО (ИС)ПРАШУВАЊЕ И ОДГОВАРАЊЕ

При ефикасното (ис)прашување се користат прашања за кои можеме да кажеме дека се вековна практика. Притоа тие се користат за: потсетување на учениците на предходните знаења, промовирање на разбирање и градење на вештини за критичко размислување. Ефикасните прашања го поддржуваат учењето на учениците преку испитување за разбирање, охрабрување на креативноста, поттикнување на критичко размислување и зајакнување на довербата.

Умеенето за поставување на вистински прашања во соодветно време може да се каже дека не е нешто вродено кај секој наставник. Тоа треба да се вежба, за да стане вештина кај еден наставник.

При поставување на прашањата се користи таксономијата на Блум, која се однесува на когнитивните барања во неколку нивоа. Прашањата кои се однесуваат на знаење, разбирање често се сметаат за прашања од пониско ниво, додека прашањата од примена, анализа, синтеза и евалвација се сметаат за прашања од повисоко ниво. Прашањата кои се однесуваат на повисоко когнитивно ниво на барање од учениците, предизвикуваат подлабоко и критичко размислување и затоа наставниците се охрабруваат да поставуваат прашања од овие нивоа на барање. Добро е да се поставуваат прашања од сите когнитивни нивоа имајќи ги притоа во предвид посакуваните критериуми на успех во текот на секој наставен час. Ова е еден начин на класификација на прашањата.

Прашањата може да се класифицираат како затворени и отворени прашања. Затвореното прашање се користи за да се добие одговор или листа на можни одговори од ученикот. Отворените прашања бараат широк опсег на одговори кои често бараат суштинска елаборација.

ИСТОРИСКИ КОНТЕКСТ

Темата на оваа студија е **Растење**, а наставната содржина е **Моето растење – пубертет**, преку која учениците се запознаа со физичките и емоционалните промени кои се случуваат кај момчињата и девојчињата за време на пубертетот.

Оваа тема е нова област од Наставната програма, таа се реализира во текот на второто полугодие со 4 наставни содржини, и учениците за прв пат во нивното образование се сретнуваат со цели кои се однесуваат на промените во нивното тело за време на пубертетот.

Од искуството од претходните години при изучување на оваа наставна единица забележав дека учениците слабо или воопшто не се вклучуваат во дискусијата на часот. Од друга страна оваа содржина нуди можност учениците подобро да се запознаат со промените што се случуваат во нивните тела за време на пубертетот и како да се изборат со физичките и емоционалните промени кои се дел во пубертетот.

Од тие причини одлучив оваа наставна единица да ја изберам за реализација на истражувачкиот час во кој ќе применам ефективно (ис)прашување со цел учениците преку дискусија, слики, примери, приказни повеќе да се вклучат во самиот час.

Согласно фазите на една студија на наставен час, тимот по природни науки, составен од четири члена и тоа: Соња Михајловска - педагог, Ирина Павловска-наставник по биологија, Даниела Цветковска - одделенски наставник и Јулијана Трајковска - наставник по биологија и природни науки, одржа три работни средби за еден истражувачки час, во текот на II полугодие од учебната 2018/2019 година.

Врз основа на собрани докази за учење, беше направен избор на тројца ученици за набљудување со различен степен на знаења. Понатаму ученик А, ученик Б и ученик В. Тимот изработи план за истражувачкиот час по природни науки во шесто одделение.

За реализација на часот беше направена претходна подготовка на потребните ресурси: фотографии на кои е претставен животниот циклус кај мажи и жени, фотографии од девојчиња и момчиња на кој се претставени физичките промени кој се случуваат за време на пубертетот, табела со искази на која учениците треба да одредат дали станува збор за промена кај момче или девојче, табела со точни одговори која ќе му послужи за взаемно оценување, текст „Приказната на Крис“ кој ќе овозможи полесно пополнување на табелата.

ЦЕЛИ НА УЧЕЊЕТО НА УЧЕНИЦИТЕ

Со избраната содржина се планираше да се постигнат целите: да ги опишува промените што настануваат кај момчињата за време на пубертетот; да ги опишува промените што настануваат кај девојчињата за време на пубертетот да знае дека половите хормони се одговорни за овие промени; да прави споредувања.

Согласно на целите, беа дефинирани критериумите на успех на јазик разбирлив за учениците:

- можам да ги опишат физичките разлики помеѓу бебе, дете и возрасен;
- можат да ги набројат промените што настануваат кај момчињата и девојчињата во пубертетот;
- можам да откријам дали е момче или девојче врз основа на промените што настанале во текот на пубертетот;
- можам да донесувам заклучок зошто настануваат промени кај момчињата и девојчињата.

Имајќи ги во предвид критериумите на успех, внимавав при реализација на часот и на прашањата што ги поставував со цел да има ефективно (ис)прашување и одговарање. За разлика од другите часови при поставување на прашањата целта ми беше да ги ангажирам учениците, и да одржам кај нив „активен“ стил на учење.

ОПИС НА РЕАЛИЗАЦИЈАТА НА ЧАСОТ

Во **воведниот дел на часот**, со времетраење од 10 минути, учениците ги запознав со критериумите на успех кои беа истакнати на табла. Учениците внимателно слушаа и истите ги запишаа во своите тетратки. Беа поставени прашања (на пример: *1. Што подразбирате под поимот животен циклус? 2. Кои беа фази во животниот циклус кај цветните растенија?*). Со цел да се повтори претходно изученото (за животен циклус) и при тоа фокусирајќи се на размножувањето. Преку објаснување дека исто како кај цветните растенијата (веќе учено во 5 одд.), и кај човекот постојат фази во животниот циклус, го поставивме прашањето: *3. Дали некој знае да наброи некоја фаза во животниот циклус кај човекот?* Преку набројување на фазите во животниот циклус на човекот, се задржавме на физичките разлики помеѓу фазите: бебе, дете и возрасна индивидуа/ особа. Учениците, иако со голем интерес ја следеа оваа фаза од часот, во дискусијата се вклучуваа само со кратки и несигурни одговори, а со поттикнување и помош на наставникот даваа одговори на дел од поставените прашањата.

Главниот дел на часот траеше 20 минути. Во овој дел на часот го воведов терминот пубертет како фаза која е предмет на изучување на овој истражувачки час. Преку набљудување на слики од момчиња и девојчиња за време на пубертет, учениците самостојно ги забележуваа промените и за нив дискутираа. Преку прашања од отворен тип: *1. Што мислите дали настануваат исти или различни промени во телото кај момчињата и девојчињата за време на пубертетот? 2. Може ли да наброите некои исти промени кај момчињата и кај девојчињата кои се случуваат за време на пубертетот? 3. Знаете ли некои различни промени кои се карактеристични само за момчињата или само за девојчињата?* Учениците беа поттикнати преку голем број на фотографии каде лесно може да се забележат физичките промени кај момчињата и девојчињата за време на пубертетот, да размислат за физичките промени кај момчињата и девојчињата за време на пубертетот, да ги согледаат сличностите и разликите помеѓу момчињата и девојчињата за време на пубертетот и да се донесе заклучок дека тие промени се настанати како резултат на **половите хормони** кои почнуваат да се лачат за време на **пубертетот**. Во продолжение на часот секој ученик доби текст, а негова задача беше да одреди според опишаните физички и емоционални промени дали раскажувачот е момче или девојче. Исто така, текстот на учениците им помогна во завршниот дел на часот за пополнување на табела која ја доби секој ученик, со задача да ги идентификува кои физички и емоционални промени се карактеристични за момчињата, кои за девојчињата, а кои промени се заеднички и за момчиња и за девојчиња.

Во **завршниот дел на часот** кој траеше 10 минути учениците работеа во парови. Секој ученик во парот добива табела во која се внесени физичките и емоционалните промени кај момчињата и девојчињата, а нивна задача е да идентификуваат кој промени се карактеристични за момчињата, кој промени се карактеристични за девојчињата, а кој промени се заеднички и за момчиња и за девојчиња. Откако ги пополнија табелите учениците на ниво на парови си ги разменуваат табелите (со цел взаимно оценување во парови). Со помош на пополнета табела и клуч на оценување која ја добиваат откако ќе ја пополнат табелата учениците во парови помеѓу себе се оценуваат. После меѓуученичкото оценување на ниво на паралелка се разви дискусија во врска со прашањата: *1. Што заклучивте со пополнување на табелата? 2. Поради што настануваат физичките промените во телото на момчињата и девојчињата за време на пубертетот? 3. Која фаза е наредна после пубертет во животниот циклус кај човекот?* Во овој дел на часот учениците послободно и активно се вклучуваа во дискусијата. Преку пополнување на табелата, анализата на фотографиите како и анализата на текстот „Приказната на Крис“ учениците полесно извлекоја заклучок за физичките и емоционалните промени во нивното тело и дека овие промени настануваат како резултат на половите хормони.

АНАЛИЗА НА УЧЕЊЕТО

Во текот на часот како докази за учење на учениците се користеше: набљудување, одговори, дискусија, опишување, споредување, табела за взаимно оценување.

Ученик А:

Во почетокот на часот со внимание следеше и делумно се вклучуваше во дискусијата, на прашањето: *Што подразбирате под животен циклус?* Со помош од наставникот и несигурно одговара на прашањето за тоа што е животен циклус.

Во продолжетокот на часот (главен дел), како се развиваше дискусијата поради специфичноста на содржината ученикот послабо се вклучуваше во самата дискусија и на прашањето: *Што мислите дали настануваат исти или различни промени во телото кај момчињата и девојчињата за време на пубертетот?* - Несигурно дава одговор дека настануваат исти и различни промени во телото кај момчињата и девојчињата за време на пубертетот.

Во завршната фаза од часот ученикот пројави интерес за пополнување на табелата. Откако беше изработена табелата и беа направени споредби преку фотографии на фазите на животниот циклус кај човекот, ученикот на прашањето: *Која фаза е наредна после пубертетот во животниот циклус на човекот?* Знае дека наредна фаза после пубертетот е фазата младост.

Ученик Б:

Во почетокот на часот ученикот со внимание го следеше часот, и активно се вклучуваше во дискусијата. Во овој дел на часот поставив прашање од минатата година со цел надоврзување на новата наставната содржина. *Кои беа фази во животниот циклус кај цветните растенијата?* Кратко и несигурно одговори, а за целосен одговор наставникот го поттикнува преку примери.

Во главниот дел на часот ученикот се вклучуваше во дискусијата но со помош на наставникот даваше кратки и нецелосни одговори. Кај овој ученик забележав дека иако знае да одговори на поставеното прашање поради специфичноста на наставната единица и присуството на останатите ученици со воздржаност дава кратки одговори: *Може ли да наброите некои исти промени кај момчињата и девојчињата кои се случуваат за време на пубертетот?* Одговорите не се целосни, кратко набројува само дел од физичките промени кои се исти и за момчиња и за девојчиња.

Во завршниот дел на часот ученикот со внимание следеше и се вклучуваше во дискусијата, делумно и без многу грешки ја пополни табелата за физичките и емоционалните промени кај момчињата и девојчињата за време на пубертетот. На прашањето: *Што заклучивте со пополнување на табелата?* Донесува заклучок дека за време на пубертетот има исти и различни промени во телото на момчињата и девојчињата и знае да ги наброи тие промени.)

Ученик В:

Уште во самиот почеток на часот ученикот е активно вклучен во дискусијата, постојано дава примери од секојдневниот живот за пубертетот кај момчињата и девојчињата. На прашањето: *Дали некој знае да наброи некоја фаза во животниот циклус на човекот?* Целосно дава одговара на прашањата за фазите во животниот циклус на човекот. Во овој дел на часот ги дополнува одговорите на другите ученици за фазите во животниот циклус кај цветните растенијата.. Со интерес следи и дава опширни одговори преку споредување на фазите на животниот циклус кај човекот.

Во главниот дел на часот преку анализа на фотографиите и споредба на промените кои се случуваат во телото кај момчињата и девојчињата за време на пубертетот како и споредба на фазите во животниот циклус кај човекот, на прашањето: *Знаете ли некои различни Физички промени кои се карактеристични само за момчињата или само за девојчињата?* Целосно ги набројува физичките промени кои се различни кај момчињата и девојчињата. Ги дополнува одговорите на другите ученици за истите физички промени кои настануваат во телото кај момчињата и девојчињата.

Исто така, во овој дел на часот успешно го анализира текстот „Приказната на Крис“ во кој се бара дали раскажувачот е момче или девојче.

Во завршетокот на часот целосно и точно ја пополнува дадената табелата и на поставеното прашање: *Поради што настануваат физичките промени во телото на момчињата и девојчињата за време на пубертетот?* Донесува заклучок дека физичките промени во телото кај момчињата и девојчињата настануваат како резултат на половите хормони.

РЕФЛЕКСИЈА

Планот на лекцијата е изготвен според целите, зацртани во Наставната програма, интересите и потребите на учениците. Ваквиот начин на планирање им овозможува на учениците полесно да ги стекнат знаењата а воедно стекнатите знаења да бидат од траен карактер. Во текот на конкретните активности, учениците учеа преку примери по пат на набљудување, користење на слики, воочување на сличности и разлики.

Однапред поставените критериуми за успех и нивно постојано потенцирање во текот на часот доведе до полесно одговарање на прашањата и полесно извлекување на заклучоци. Со навраќање на критериумите на успех во текот на часот сме на мислење дека учениците сами можат да проценат колку и до каде го имаат совладано материјалот од наставната единица, а исто така ќе бидат пореални и самокритични во самооценувањето.

Во текот на часот учениците се оценуваа во парови каде секој ученик имаше можност да го оцени соученикот од својот пар. Ваквиот начин на оценување беше реален и сите ученици беа реално оценети од соученик во парот. За вака чувствителни теми сме на милсење дека овој начин на оценување дава добар резултат бидејќи учениците заеднички и послободно во парови ги дискутираат точните и неточните одговори, помеѓу себе дискутираат, подобро учат и доаѓаат до заклучоци.

Учениците научија дека физичките и емоционалните промени кај момчињата и девојчињата, кои можат да бидат исти и различни, се случуваат како резултат на половите хормони.

Иако на почетокот на часот учениците беа воздржани во активностите, но со помош на различни примери од секојдневниот живот, голем број на фотографии, анализа на текстот, табела за сличности и разлики во пубертот кај момчиња и девојчиња ,поставување на ефективни прашања, оваа наставна единица беше во целост совладана и учениците активно учествуваа во реализирањето на самата наставна единица.

Овој час се разликуваше од предходните часови, кога се поставуваа прашања за да се провери што е научено и разбрано, за да им се помогне на учениците да проценат дали да го разгледаат претходното што го научиле и да се оцени дали учениците се подготвени да напредуваат и да научат нови. Ова може да се структурира како едноставен приод „учител наспроти паралелка“, каде што наставникот поставува прашање и прифаќа одговор од ученик кој тој го избрал. На овој часот се внимаваше на когнитивното ниво на барање на прашањата и се правеше поврзување со поставените критериуми за успех. Истите се користеа за оценување на постигнувањата на учениците од страна на наставникот – реализатор на часот, наставниците – набљудувачи и педагогот на училиштето. Беше присутно ефикасно поставување на прашањата кое го поттикнаа размислувањето кај учениците, насочување на конкретни ученици во текот на наставниот час.

Искуството од истражувачкиот час не поттикна за секој наставен час: да ги планираме прашањата и да избираме стратегија за промовирање на разговор во

училницата, да ги подготвуваме своите „отворени“ и „високо-предизвикувачки“ прашања, претходно да го одредуваме нивото и видот на предизвикот што сакаме да го поставиме во училницата.

Со однапред испланирани прашања и очекувани одговори се постигна ефективно испрашување и одговарање. Овој период помогна учениците да го надминат давањето на едноставни одговори и истовремено да се вклучат во поразвиено сложено размислување.

Прилог 1

„Приказната на Крис“

ТИЕ МИ ВЕЛАТ МИНУВАМ НИЗ ПУБЕРТЕТОТ

Здраво, јас сум и јас сакам да ви кажам за она што се случува со мене. Се чини дека секој ден носи нова промена. Тоа е речиси како јас да добивам ново тело! Ми велат јас дека минувам низ пубертетот.

Едно нешто што се случува е оваа нова коса која расте во места што никогаш не биле порано. Како и под пазувите . Знам дека ова е нормално , но тоа сеуште ми изгледа бескорисно.

Не ми пречат некои од промените што ги гледам. Всушност, некои работи дури и ми се допаѓаат. Јас имам поголема висина од минатата година. Повеќе можам да размислувам затоа и сум во состојба да размислувам и да пишувам за она низ што минувам.

Но, има некои промени кои не се толку добри. Како мирис на телото. Јас не разбираам зошто почнувам да мирисам, но ми беше кажано дека тоа е затоа што моите потни жлезди реагираат на моите хормони. Знам дека не е толку страшно тоа, ако се мијам и се користам дезодоранси.

Она што мене навистина не ми се допаѓа е појава на акни. Се сеќавам дека се подготвував да одам на забава, кога погледнав во огледалото и видов една голема мозолка свртени кон мене. Отидов на забавата во секој случај. Забележав дека многу други деца имаа иста или полоша среќа од мене во однос на мозолките.

Има една работа за која ми е срам да пишувам. Тоа е дури и тешко за мене да се каже. Кога бев на забава пред некоја вечер, бев со една личност која ми се допаѓа и добив ново чувство, тоа беше чудно, но на некој начин убаво. Ми рекоа дека тоа е нормално.

Тие ми кажаа дека јас ќе мијам низ пубертетот. Тоа значи дека треба да се оди на училиште со моите мозолки и контрола на некои работи како мирисот на телото. Но, јас имам поголема висина и подобро размислувам и растам во возрасна личност, па мислам дека ќе преживеам.

П.С: Дали мислите декараскажувачот е момче или девојче, или не сте сигурни?

Прилог 2

Табела за идентификување на промените карактеристични за момчињата, промени карактеристични за девојчињата и физичките промени кои се заеднички и за момчињата и за девојчињата

Име и презиме				
	Промени	машки	женски	заеднички
1	Растење			X
2	Мрсна кожа			X
3	Појава на акни			X
4	Стеснување на колковите	X		
5	Растење на влакна под пазувите			X
6	Зајакнување на мускулите	X		
7	Растење на влакна на гениталната регија			X
8	Растење на гради		X	
9	Проширување на колковите		X	
10	Во тестисите се создаваат сперматозоиди	X		
11	Лачење на полови хормони			X
12	Јајниците произведуваат јајце клетки		X	
13	Добивање на менструација		X	
14	Промена на обликот на телото			X
15	Добивање на тежина			X
16	Промена на формата на лицето			X
17	Мутација на гласот	X		
18	Телото се поти повеќе			X
19	Физичка привлечност кон други луѓе			X
20	Чувство на осаменост			X
21	Честа промена на расположението			X
22	Се објаснува и може да биде лошо расположен			X
23	Бара повеќе самостојност			X
24	Размислува за иднината			X
25	Се повеќе размислува за својот изглед и појава			X

Клуч за оценување

11 поени - не задоволува

12 - 19 поени - делумно задоволува

20 – 25 поени - задоволува

ЛИТЕРАТУРА

1. Прентон К. Јанкуловска С. , *Прирачник за наставници во основното образование „Настава и учење на 21-от век*, Министерство за образование и наука на Република Македонија, 2009, Скопје
2. Модул за обука на наставници: Критериумите за успех и зајакнување на самооценувањето и оценувањето помеѓу соучениците, Универзитет Кембриџ од Обединетото Кралство, Биро за развој на образованието, Афлатун од Холандија, корегирано и уредено од д-р Кондинска Л.,
3. *Наставен план и програма по природни науки за шесто одделение 2015*, Министерство за образование и наука на Република Македонија, Биро за развој на образованието, https://www.bro.gov.mk/wp-content/uploads/2018/02/Nastavna_programa-Prirodni_nauki-VI_odd-mkd.pdf
4. <https://pdfs.semanticscholar.org/106f/d80df84d9e8b6fe382c04bae43ee655c0ecc.pdf>,
5. <https://www.westlothian.gov.uk/media/2681/Questioning/pdf/Questioning.pdf>

Диференцираната настава во наставата по математика - студија на наставен час -

Марија Шопова Граматковска

ОУ „Тодор Ангелевски“, Битола, Р. Северна Македонија

Апстракт. Целта на овој труд е преку студија на наставен час да се проучи проблемот какво влијание има примената на диференцираната настава по математика и диференцираните критериуми на успех врз степенот на сознајност кај учениците. Она на што се посветува посебно внимание е активноста на учениците и колку тие учат за време на часот, колкав е нивниот интерес, внимание и концентрација и како напредуваат во своите сознанија. Со анализа на резултатите од часот на кој се реализираше наставната содржина „Составување алгебарски изрази“ во седмо одделение имавме претензии да го согледаме разбирањето на критериумите за оценување и мотивацијата на учениците како и нивните активности за време на наставниот час по математика при примена на диференцирана настава кои ќе бидат применливи во воспитно – образовната практика.

Клучни зборови: диференцирана настава, диференцирани критериуми на успех, самооценување

ВОВЕД

Резултатите од диференцијалната психологија и од теоретските и емпириските истражувања во педагогијата и дидактиката, открија постоење на значајни индивидуални разлики меѓу учениците. Големите разлики нужно доведуваат до ограничување во поглед на примена на наставна постапка која би била еднаква за сите ученици во паралелката. Основните тенденции на диференцираната настава се оптимално користење на способностите како би се остварил развојниот максимум кај сите ученици. Тоа е процес на организација на воспитно – образовната работа според кој барањата кон учениците се соодветни со развојните карактеристики на личноста на ученикот, реалните можности за влијаење на понатамошниот развој на нивните предиспозиции односно, потенцијални можности. Во ниту една друга наставна област не се во толкава мера изразени последиците од индивидуалните разлики меѓу учениците од една паралелка, како што е тоа во реализација на наставата по математика. Затоа, на на прашањето за диференцираната настава му се посветува исклучително внимание.

Овие се причините зошто диференцираната настава е избрана за реализација и набљудување на наставен час. Имавме претензии со анализа на резултатите од часот да го согледаме разбирањето на критериумите за оценување и мотивацијата на учениците како и нивните активности за време на наставниот час по математика при примена на диференцирана настава кои ќе бидат применливи во воспитно – образовната практика. Исто така, се надеваме да го подобриме учењето, разбирањето и соработката на учениците за време на часовите како и ова истражување да биде поттик и основа за други понатамошни и продлабочени истражувања.

Диференцирана настава

Опис и значење на диференцираната настава

За да се оствари висока ефикасност во наставата по математика, неопходен е „обид за почитување на индивидуалните разлики на учениците во однос на: темпото на работа, предзнаењата, можностите, интересите, начинот на работа, времето потребно за исполнување на обврските, степенот на мотивираност и др.“ [1]

Јасно е дека без уважување на принципот на диференциран пристап не може да се достигне висока ефикасност во наставата. За остварување на ваквата ефикасност најсоодветна е диференцираната настава како една од социјалните форми на настава кои подразбираат самостојна активност на учениците. Таа се однесува на конкретната ситуација во паралелката и става акцент на разликите помеѓу учениците. Всушност, наставниот процес треба да даде повеќе од обична информација и за таа цел потребно е да се активираат сите ученици за време на наставниот час. „Диференцијација е процес во кој разликите помеѓу учениците се земени предвид така што сите ученици во групата ги имаат најдобрите можности за учење.“[6] Диференцираната настава по математика првенствено треба да се насочи кон темпото на работа, степенот и севкупноста на совладување на целите од програмата со соодветен индивидуален педагошки однос на наставникот кон учениците.

Форми на работа при диференцирана настава

Работата во паралелката при диференцирана настава може да се организира со поделба на учениците во групи, хомогени или хетерогени, во зависност од тоа дали ќе извршуваат исти или различни активности. Со групната форма на работа се создава натпреварувачки дух кај учениците и дух на заедништво – развој на социјализација, комуникација и взаемна помош. Тоа ги мотивира учениците да бидат поактивни на часот и да го совладаат подобро наставниот материјал. Треба да се има во предвид и тоа дека „не е исто кога во групата се два, три или повеќе ученици. Од големината на групата зависат односите во групата, бројот на интеракции, комуникацијата.“[5]

Во диференцираната настава најчесто се применуваат хомогени групи како форма на работа. Хомогените групи подразбираат групирање на учениците според нивните математички способности и според нивните предзнаења.

Најчесто се работи во три групи: група со послаби ученици, група со добри и група со многу добри и одлични ученици. На учениците од секоја од овите три групи наставникот им задава задачи и активности според нивните предзнаења и способности. Целта на ваквата работа е постепено преминување на учениците од група со пониски во група со повисоки знаења и способности. За примена на ваквата форма на работа, се претпоставува дека наставникот добро ги познава сите ученици во поглед на нивното знаење, интересите и способностите.

Диференцијација на математичките задачи

Како што постојат разлики кај учениците, така постојат и разлики кај математичките задачи кои се однесуваат на барањата во самата задача. Во наставата по математика многу е важно да се направи „избирање и класификација на задачи од аспект на нивоата на когнитивни барања во нив и користење на когнитивно комплексни задачи во наставата по математика. Задачите може да се класифицираат во четири нивоа на

когнитивни барања и тоа: задачи за меморирање; задачи со процедури без поврзување; задачи со процедури со поврзување; задачи од практикување математика.“[2]

Во наставната практика, најчест начин на задавање на задачите по нивоа се наставните ливчиња кои може да бидат со: задачи кои се исти за сите ученици; задачи чија тежина е прилагодена на способностите на поедини категории на ученици; задачи кои се различни за сите ученици.

Основен проблем во работата со наставните ливчиња е подготвувањето на наставата. Изработката на наставни ливчиња вклучува исцрпно водење на документација за секој ученик – ученичко досие, следење на напредувањето на ученикот и неговата севкупна личност. Наставните ливчиња никогаш не треба да се фрлаат бидејќи таквиот однос може да има негативни последици врз активностите на ученикот.

Диференцијација преку критериумите на успех

„Она за што наставникот треба најмногу да размислува имајќи ја во предвид наставната содржина е диференцирањето на критериумите на успех согласно предзнаењата и способностите на учениците.“[3] „Кога се дискутира за критериумот за успех, треба да имате критериуми кои се на различно ниво на предизвик, но кои можат да се користат пофлексибилно.“[6] Диференцијацијата преку критериуми на успех треба да се стави во функција на конкретните наставни цели за да можат да се постигнат оптимални ефекти од работата на часот. Затоа е добро тие да бидат споделени со учениците. Улогата на наставникот во планирањето, обезбедувањето и усвојувањето на искуствата на учењето за да опфати поголем број способности за учење е од централна важност за промовирање на развој на вештини и знаење.

Проблеми во примената на диференцираната настава

Постојат проблеми во примената на диференцираната настава кај нас и во светот. Нема доволно соодветни педагошки инструменти за запознавање на индивидуалните карактеристики и способности на учениците. Широката примена на диференцијација на наставата бара поинаков профил на наставници, со поширок фонд на педагошки и дидактички познавања. Но, оваа форма, во комбинација со останатите форми на настава може многу да придонесе за поквалитетна настава во училиштата. Секако, потребно е и поголемо вреднување на работата на наставниците во училиштата – како материјално, така и педагошки на соодветен начин. Потребна е промена на свеста во самото училиште и во средината за потребата од воведување на иновации во воспитно – образованиот процес.

Активности пред реализацијата на наставниот час

Формирање на тим

За потребите на часот за набљудување беше формиран тим составен од: Наставник по математика - реализатор на часот м-р Марија Шопова Граматковска, два наставници по математика – набљудувачи на часот и стручен соработник.

Тимот оствари четири состаноци чија цела беше: избор на цели од наставната програма по математика за седмо одделение, на критериумите на успех, избор на активности за постигнување на дефинираните цели и критериуми на успех, избор на ученици за набљудување според предходно собраните докази за нивните постигнувања. Со други зборови тимот ги минуваше фазите на студија на час.

Избор на наставна содржина согласно целите на наставата по математика

Алгебрата е важна алатка при поставување, решавање или упростување на проблемите од различни подрачја. Во својата најопшта форма таа е студија на математички симболи и правила за манипулирање со овие симболи; таа е обединувачка нишка на речиси целата математика.

За успешно составување и манипулација со алгебарските изрази ученикот мора да ги научи „правилата на игра“ и при примената на математичките симболи да се води единствено по тие правила. Дел од учениците не можат тие правила да ги разберат, па ги учат на степен на репродукција. „Постојат три главни причини поради кои учениците имаат проблем со текстуалните задачи и составувањето на алгебарските изрази: 1. Читање со (не)разбирање, односно неспособност да го разберат значењето на напишаните зборови. 2. Непознавање на нематематичката содржина на текстот, односно контекстот во кој е скриен математичкиот проблем. 3. Немоžност за трансфер од реален во математички контекст, односно избор на соодветен математички проблем.“[4] Водејќи се од овие три причини, наставникот може да го провери степенот на разбирање на одреден математички концепт кај учениците.

Важноста од познавањето на основните правила на елементарната алгебра за секоја сфера од општественото живеење е причината поради која беше избрана темата 2Б: Алгебра и решавање проблеми за седмо одделение и конкретно наставната содржина „Составување алгебарски изрази“ за реализација на часот за набљудување.

Подготовка за наставниот час

Со избраната наставна содржина требаше да се постигнат целите за часот односно, учениците да научат: да знае да составува алгебарски израз според дадени услови користејќи букви во замена за бројки; да користи редослед на операции, вклучувајќи и загради, при едноставни пресметувања; да може да ги споделува своите лични идеи, искуства и чувства во поглед на наученото.

Она што на крајот од часот учениците ќе можат да направат е определено со диференцираните критериуми на успех: можам да ги читам задачите со разбирање; можам да објаснам со што се означуваат непознатите величини во задачите; можам да ги објаснам зборовите: додај; зголемен за, одземи, намален за, зголемен...пати, ...пати повеќе, намален...пати, ...пати помалку; можам да изберам алгебарски израз кој одговара на даден текст; можам зборовите од дадена задача да ги заменам со математички операции; можам да поврзам изјави со дадени алгебарски искази; можам да напишам реченица која одговара на даден алгебарски израз; можам со составување на изрази да решавам проблеми.

Водејќи се од дефинираните цели и критериуми на успех се направи и избор на задачи и активности за нивно постигнување како и соодветни наставни методи и форми на работа. Се направи избор и на тројца ученици со различни предзнаења и способности од паралелката во која ќе биде реализиран часот, кои ќе бидат набљудувани. Од современите техники на учење на часот се избра техниката: Бурна на идеи.

Опис на наставниот час

Воведен дел на часот – Фаза 1

Во воведниот дел од часот (10 минути) учениците се потсетуваат на правилата кои се користат при запишување на алгебарски израз преку примерот: „Ако една диња чини b

денари, а една лубеница чини a денари, со помош на израз запиши колку денари чинат две дињи и три лубеници“ и се воведоа целите на часот.

Прашања кои беа поставени: *Дали се пишува $2b$ или b^2 ? Дали прво се пишува $2b$ или $3a$?*

Главен дел на часот – Фаза 2

Во главниот дел од часот (10-15 минути) учениците работеа во хомогени групи на листови со зададени задачи по нивоа и со наведени критериуми за успех. Потоа ги споредуваа своите решенија со решенијата дадени од наставникот и индивидуално го избираа соодветното ниво на усвојување на критериумите на успех – се самооценуваа. На листовите запишуваа и што не им е јасно и што им беше интересно за време на часот.

Завршен дел на часот – Фаза 3

Во завршниот дел од часот (15 минути) групите од хомогени преминаа во хетерогени со цел секој ученик да добие помош од својот соученик во постигнување на критериумите на успех, односно за она што се оцениле дека не го постигнале.

Анализа на резултатите од часот за истражување

Резултати од воведниот дел од часот – Фаза 1

Во првата фаза од часот се применува стратегијата – набљудување и се забележуваат одговорите на набљудуваните ученици при општите дискусии. Да ги разгледаме резултатите од набљудувањето на учениците од трите случаи одделно:

Ученик за случај А - Предвидување: Во првата фаза од часот ученикот дискутира со наставникот и со своите соученици, јасно искажувајќи ги правилата за формирање алгебарски изрази. **Реална состојба:** Ученикот внимателно ја следи и учествува во групната дискусија со наставникот и останатите ученици, гласно и јасно излага свои мислења и идеи за поставените прашања наведени во параграфот 3.1: - точниот запис е $2b$ според правилото дека коефициентот (бројот) се запишува пред непознатата (променливата) величина; прво се запишува $3a$ според правилото дека членовите (мономите) се запишуваат по азбучен редослед. Ученикот изгледа задоволно, покажува голем интерес за учество во дискусијата, активен е во целата фаза на часот, зборува гласно и разбирливо.

Ученик за случај Б - Предвидување: Во првата фаза од часот ученикот дискутира со наставникот и со своите соученици, несигурно искажувајќи ги правилата за формирање алгебарски изрази. **Реална состојба:** Ученикот со извесна несигурност се вклучува во групната дискусија со наставникот и останатите ученици. Не е сигурен и во одговорите на прашањата наведени во параграфот 3.1: не ја знае причината зошто точниот запис е $2b$; претпоставува дека прво се запишува $3a$ но, не е сигурен во својот одговор. Ученикот има променливо расположение и со поглед бара потврда за точноста на своите одговори од своите соученици или од наставникот.

Ученик за случај В - Предвидување: Во првата фаза од часот ученикот ретко се осмелува да влезе во групната дискусија со свои излагања. **Реална состојба:** Ученикот не е многу активен во групната дискусија. Несигурно одговара на поставените прашања: - не знае дали точниот запис е $2b$ или b^2 ; - знае само дека $2b$ и $3a$ треба да се соберат. Ученикот изгледа исплашено и повлечено, не покажува никаков интерес за учество во дискусијата, одговара само кога ќе му се постави прашање при што зборува тивко и неразбирливо.

Можеме да заклучиме дека реалната состојба ги оправда предвидувањата за предзнаењата, интересот, активноста и сигурноста на учениците во своите знаења во првата фаза од часот.

Резултати од главниот дел на часот – Фаза 2

Во втората фаза од часот се следи комуникацијата помеѓу членовите во групите и помеѓу наставникот и учениците. Се забележуваат нивните одговори при самооценувањето со дадената табела на работниот лист. Да ги разгледаме резултатите од набљудувањето на учениците од трите случаи одделно:

Ученик за случај А - Во оваа фаза на часот ученикот А ги решава задачите од трето ниво од работниот лист даден во прилог бр.4. Предвидување: Ученикот самостојно ги решава задачите од својот работен лист, образложувајќи ги и споделувајќи ги своите мислења и идеи во групата во однос на задача 3 од работниот лист за примената на загради при замена на зборовите со математички операции и во однос на задача б при упростувањето на полиномот со собирање на слични мономи. После решавањето на задачите, ученикот може да ги спореди своите одговори со оние од наставникот и може да се самооцени со дадената табела на работниот лист. Реална состојба: Ученикот прво самостојно а потоа и на ниво на група брзо ги решава задачите од својот работен лист. Го разбира барањето во секоја од задачите, запишува соодветна операција на даден збор, правилно избира алгебарски израз кој одговара на даден текст, заменува точно и брзо зборови со математички операции, поврзува реченици со точен соодветен израз, знае да ги примени своите знаења за составување на изрази во задачи. Ученикот е активен во целата фаза од часот, покажува голем интерес за решавање на задачите, зборува и објаснува гласно и разбирливо. Ги разбира критериумите на успех дадени на работниот лист и брзо се самооценува.

Ученик за случај Б - Ученикот Б ги решава задачите од второ ниво од работниот лист даден во прилог 3. Предвидување: Во втората фаза од часот ученикот ги решава задачите од работниот лист, дели мислења во групата, почитува туѓи идеи. Одвреме навреме бара помош од наставникот. Потешкотии има да запише реченица која одговара на даден алгебарски израз. После решавањето на задачите, ученикот може да ги спореди своите одговори со оние од наставникот и може да се самооцени со дадената табела на работниот лист. Реална состојба: Ученикот ги решава задачите од својот работен лист. Одвреме навреме бара мала помош од своите соученици во групата или од наставникот за задача 2 кој му дава соодветни насочувачки повратни усни информации како на пример да внимава на редоследот на операциите и заградите. Ги разбира барањата во задачите, заменува дадени зборови со математички изрази, точно избира алгебарски изрази кои одговараат на дадени текстови но наидува на потешкотии при пишувањето на реченици кои одговараат на даден алгебарски израз какво што е барањето на задачата 3. Ученикот ги разбира критериумите на успех дадени на работниот лист, ги споредува своите решенија со решенијата дадени од наставникот и индивидуално го избира соодветното ниво на усвојување на критериумите на успех - се самооценува.

Ученик за случај В - Ученикот В ги решава задачите од второ ниво од работниот лист даден во прилог 2. Предвидување: Во оваа фаза ученикот не секогаш знае што се бара во задачата. Знае кои зборови кои математички операции означуваат, меѓутоа не секогаш може зборовите од дадена задача да ги замени со математички операции или да избере алгебарски израз кој одговара на даден текст. После решавањето на задачите, ученикот може да ги спореди своите одговори со оние од наставникот и може да се самооцени со

дадената табела на работниот лист. Реална состојба: Ученикот не секогаш го разбира барањето на задачите, го знае значењето на одредени зборови но не секогаш може истите да ги замени со математички операции како на пример во задача 3 од работниот лист знае да ги запише годините на Ана и Ива, но не знае да ги запише на Лео и Сања. Наидува на мали потешкотии при изборот на соодветен алгебарски израз кој одговара на даден текст како што се вториот и третиот исказ од задача 4. Ги разбира критериумите на успех, внимателно ги споредува своите решенија со решенијата дадени од наставникот и се самооценува.

Можеме да заклучиме дека реалната состојба ги оправда предвидувањата за интересот, активноста и сигурноста на учениците во своите знаења и подготвеноста за самооценување според дадени диференцирани критериуми за успех во втората фаза од часот.

Резултати од завршниот дел на часот – Фаза 3

Во третата фаза од часот се набљудува однесувањето на учениците. Да ги разгледаме резултатите од набљудувањето на учениците од трите случаи одделно:

Ученик за случај А - Може да им објасни на останатите ученици од другите групи она што им било нејасно при решавањето на задачите од работниот лист. Ученикот е активен во целата фаза од часот, покажува голем интерес за помагање, зборува и објаснува гласно и разбирливо. Бара повратна информација од учениците дали успеал да им помогне за совладување на одредени барања во задачите кои не им биле јасни.

Ученик за случај Б - Не секогаш може да го образложи јасно својот одговор на соодветна задача која им била нејасна на некој ученик од останатите групи.

Ученик за случај В - Не секогаш знае да постави точно прашање и да ги оддели јасните од нејасните барања во задачите.

Резултати од самооценувањето на учениците

Ученикот А успеа да ги усвои сите поставени критериуми со највисоко ниво на знаење при решавање на задачите од сите три нивоа.

Ученикот Б успеа да ги усвои поставените критериуми со највисоко ниво при решавање на задачите од прво и второ ниво, но делумно ги усвои и критериумите поставени при решавање на задачите од трето ниво.

Ученикот В успеа да ги реши точно задачите од прво ниво и така се самооцени. При решавање на задачите од второ ниво успеа делумно да ги усвои поставените критериуми.

ЗАКЛУЧОК

Нашето истражување го проучува проблемот какво влијание има примената на диференцираната настава по математика и диференцираните критериуми на успех врз степенот на сознајност кај учениците.

Пред да започнеме со истражувањето претпоставувавме, а после анализата на резултатите и се уверивме дека при примена на диференцирана настава и диференцирани критериуми на успех на часовите по математика се зголемува активноста на сите ученици, се развива интересот за математиката, се учи за време на наставниот час, се задржува вниманието и концентрацијата на сите ученици, се

зголемува можноста за следење на напредувањето на учениците, се зголемува ефикасноста на наставата и оптимална брзина на учење. Што значи: се одржува интересот на силните ученици за математиката, а дава подобри резултати во работата со послабите. Ова сознание упатува на заклучок за следните делувања:

Акционо делување: Наставниците често треба да применуваат диференцирана настава со диференцирани критериуми на успех на часовите по математика, односно секогаш кога тоа е можно зависно од целите кои треба да се постигнат, содржината која треба да се обработува или видот на часот и воедно да го следат однесувањето на учениците и нивната заинтересираност како и меѓусебната комуникација за време на часовите. Притоа треба посебно да внимаваат каков ќе биде изборот на задачи и на тежината на проблемските ситуации која мора да биде соодветна на возраста и интелектуалните способности на секој ученик.

Критичко делување: По реализацијата на секој наставен час потребно е наставникот да направи рефлексija на секој дел од часот од аспект на учењето и однесувањето на учениците и да побара повратна информација од учениците и наставниците набљудувачи. Студијата на час овозможува секој наставник да прави реални истражувања во својата училница и континуирано да ја подобрува својата практика. Во оваа студија на час се истражуваше диференцијацијата во која се овозможува задоволување на разликите меѓу учениците. На часот се примени диференцијација преку критериуми за успех, но тоа ја наметна и потребата на соодветно избрани задачи односно и диференцијација преку задачи и преку групирање на учениците во главниот дел на часот.

Продолжено делување: Потребно е наставниците по активи да разговараат за оваа проблематика, да ги споделуваат сопствените искуства почнувајќи од планирање на часот, начин на воведување на концепти и процедури и да се реализираат часови во кој еден наставник поучува и најмалку два наставници се набљудувачи, а потоа да дискутираат за се што се случувало за време на часот, издвојувајќи го тоа што било добро и тоа што треба да се подобри.

ЛИТЕРАТУРА

1. Илиев Д., Дидактика, авторизирани предавања, Битола: Универзитет „Св. Климент Охридски“, Педагошки факултет, 2007, стр. 143
2. Кондинска Л., Шопкоски Г., Подобрување на наставата по математика и природните науки, Скопје, 2007, стр.4
3. Трајковска Л., Митревска Ц., Мундишевска Велјановска В., Подготовка на наставникот за час, Скопје, 2008, стр.14
4. Prediger, Inhaltliches Denken vor Kalkul, Grin, 2009
5. Metodika nastave matematike, <http://bs.scribd.com/doc/163929274/METODIKA-NASTAVE-MATEMATIKE>
6. Модул за обука: Критериумите за успех и зајакнување на самооценувањето и оценувањето помеѓу соучениците, Универзитет од Кембриџ од Обединетото Кралство, Биро за развој на образованието, Афлатун од Холандија, корегирано и уредено од д-р Кондинска Л., стр. 22-24

Образование базирано на компетенции – потреба и предизвик во наставата по математика во основно образование

Силвана Јакимовска Бинова,

ООУ Страшо Пинџур, Карбинци, РС Македонија

Апстракт. Образованието ориентирано кон развој на компетенциите се однесува на приоди во наставата и учењето кои за цел имаат развој на клучните компетенции кои вклучуваат релевантно знаење, вештини и ставови, наспроти настава и учење кои се фокусирани само на стекнување знаења.

Препораката за Клучни компетенции за доживотно учење е резултат на неопходноста современото образование да се адаптира на современото општество на кое не му се доволни луѓе кои поседуваат фиксни знаења и вештини. Потребни се луѓе со развиена еластичност, широко множество компетенции и способност за адаптација на промени. Од ова е произлезена потребата за нови начини на учење, и пофлексибилни наставни и образовни модели кои ќе одговорат на предизвиците на 21 век.

Во трудов се образложува потребата од образование по математика ориентирано кон развој на компетенции кај учениците, се прикажува состојбата со наставата по математика и илустрирана е можност за примена на активност во наставата по математика во основното образование насочени кон развој на математичката компетенција но и останатите клучни компетенции за доживотно учење.

Клучни зборови: математички компетенции, настава, Кембриџ наставна програма.

ВОВЕД

Учениците наместо да учат готови математички содржини, апстракции, шаблони, формули и алгоритми презентирани од наставникот, треба да учат како самостојно да откриваат математички содржини, да апстрахираат, да препознаваат шаблони, да конструираат формули, да составуваат алгоритми. (Freudenthal, 1991, p. 49)

Од ова произлегува потребата од иновативно образование по математика кое покрај тоа што ќе ги обезбеди учениците со основни знаења, уште поважно, ќе обезбеди развој на нивните компетенции неопходни за живот во општеството на 21 век.

Додека го креира одговорот на овие предизвици наставникот секогаш треба да ја има наставата програма која ја реализира. Еден од последните обиди да се иновира наставата по математика во нашата држава се Адаптираните Кембриџ наставни програми по математика. И покрај недостатоците што ги имаат, тие нудат можности за креирање и примена на наставни приоди и стратегии кои се насочени не само кон стекнување на фиксни знаења но и вештини за примена на знаењата, вештини потребни не само во моментот на учење но и во иднина.

За да се добие целосна слика прикажана е потребата од учење компетенции, нивната дефиниција, а исто така и состојбата со СТЕМ образованието бидејќи нему му е доделена централната улога во развој на клучните компетенции.

Состојбата со СТЕМ¹ образованието е прикажана преку заклучоците од Извештајот за СТЕМ образовни практики во Европа² и СТЕМ во основното образование³ од Scientix⁴. Илустрирана е можноста за креирање активности кои подржуваат развој на компетенции во наставата по математика во основно образование преку решавање на проблем од контекст на секојдневието кој во своја основа го има математичкиот процес за формулирање на Пикова теорема.

ОБРАЗОВАНИЕ БАЗИРАНО НА КОМПЕТЕНЦИИ

Препораката за Клучни компетенции за доживотно учење⁵ која е референтна алатка за образованието и го поставува заедничкото разбирање за компетенциите потребни денес и во иднина, усвоена е од Советот на Европската унија во мај 2018.

Препораката за Клучни компетенции за доживотно учење е резултат на неопходноста современото образование да се адаптира на современото општество, на кое не му се доволни луѓето со фиксни знаења и вештини. Потребни се луѓе со развиена еластичност, широко множество компетенции и способност за адаптација на промени. Од ова е произлезена потребата за нови начини на учење, и пофлексибилни наставни и образовни модели кои ќе одговорат на предизвиците на 21 век.

Образованието ориентирано кон развој на компетенциите се однесува на приоди во наставата и учењето кои за цел имаат развој на клучните компетенции кои вклучуваат релевантно знаење, вештини и ставови, наспроти настава и учење кои се фокусирани само на стекнување знаења.

Приодите во наставата и учењето ориентирани кон развој на компетенции како на пример Учење преку проекти, Учење преку уметност, Учење преку истражување, Учење преку експерименти/искуство ги подобруваат исходите од учењето и вклученоста на ученикот во училиштето но и надвор од него. Во исто време тие нудат можности за иновација, соработка и интердисциплинарно учење. Учениците се во центарот и од нив се бара активно учество. Во комбинација со социјално и емоционално учење како и физички активности, ја зголемуваат мотивацијата, квалитетот и активното учество на ученикот.

Потреба од математичка компетентност за живот во 21^{ви} век и промени во наставата по математика

Според политиката на Европската унија, поттикнувањето на интерес во математика, наука и технологија е основна цел заради обезбедување знаење, вештини и разбирање за младите Европјани кои ќе им овозможат целосно да се вклучат во општеството, да влијаат и да ја обликуваат иднината, да учествуваат во економските активности кои значително зависат од СТЕМ вештините (Eur-Lex⁶ 2002).

¹ Кратенка за Наука, Технологија, Инженерство и Математика (Science, technology, engineering and math)

² http://www.scientix.eu/documents/10137/782005/STEM-Edu-Practices_DEF_WEB.pdf/b4847c2d-2fa8-438c-b080-3793fe26d0c8

³ <http://scientix.eu/documents/10137/752677/Scientix-SPNE13-STEM+in+primary.pdf/091e31bf-a09a-41bd-84b8-800462a58a05>

⁴ <http://www.scientix.eu/>

⁵ <https://publications.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/297a33c8-a1f3-11e9-9d01-01aa75ed71a1/language-en>

⁶ <https://eur-lex.europa.eu/homepage.html>

Математичка компетентност, гледано историски наназад значела изведување основни аритметички операции како собирање, одземање, множење и делење цели броеви, децимални броеви и дробки, пресметување проценти, пресметување и пресметување плошина и волумен на едноставни геометриски форми. Значењето на математичка компетентност денес е преформулирана како резултат на дигитализацијата на многу аспекти од животот, присутноста на податоците и потребата од нивна анализа за донесување на лични одлуки кои се однесуваат на образованието, планирање на кариера, личното здравје и инвестиции, како и општествени одлуки за области како што се климатските промени, раст на населението, глобализација на економиите итн.

Општествата денес се соочуваат со нови можности и предизвици во сите области од животот, а најголемиот број од нив произлегуваат од примената на компјутерите и роботите, паметните телефони и вмрежени машини. Брзорастечкиот контекстуален дисконтинуитет помеѓу минатиот век и иднината е причина за дискусија за развој на вештини на 21^{ви} век кај учениците, меѓу кои и математичката.

Најчесто користен аргумент за потребата од математичко образование за сите ученици е неговата корисност во мноштво практични ситуации, иако и овој аргумент губи од својата јачина ако се има во предвид автоматизацијата на голем број активности, почнувајќи од плаќање сметка па се до планирање на патување. Најголем број ограничени разбирања за важноста на математиката и гледањето дека таа не е повеќе од корисна алатка почнуваат од прашањето Што учиме со математиката? Наставните програми по математика на многу земји се поткрепа на таквите разбирања бидејќи тие често се ограничен список со теми и процедури кои учениците ги вежбаат во неколку ситуации, најчесто на тест.

Математиката повеќе не треба да се гледа како збир од аритметика, геометрија и алгебра. И математиката како наставен предмет мора да биде поразлична од она што е како научана област. Наспроти тоа што математичарите сакаат да го претстават својот предмет во супер организирана форма, па дури и учебниците ги оценуваат врз основа на нивната организација, иако за учениците не треба да биде цел ниту математиката ниту нејзината организација. Математиката не треба да се предава ниту единствено како организирана форма, ниту единствено како содржина, туку како комбинација од двете. Математиката треба да се предава како активност преку која учениците ќе откриваат и применуваат интеракција помеѓу математичките содржини и форми во реални контексти. На таков начин ќе се создадат можности да се увиде и разбере дека математиката е корисна алатка која е неопходна и се применува во голем број области од науката и општеството денес и во иднина. Учениците ќе разберат дека користат математика многу почесто отколку што се свесни и дека не можат без неа. (Freudenthal, 1991, p. 1-21)

Две општи прашања кои се дискутираат се: 1) Што треба да учат учениците? и 2) Како треба да учат? Конечниот одговор на прашањата е дека секој ученик треба да има можност и да учи да размислува математички, со примена на математичко разбирање во конјункција со мало множество од математички концепти кои го подржуваат размислување и кои не е неопходно да бидат учени експлицитно но да се стекнат преку искуство на ученикот. На тој начин учениците ќе се обезбедат со концептуална рамка со која ќе пристапуваат кон квантитивната димензија на животот во 21^{ви} век.⁷

⁷ PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (SECOND DRAFT), DU/PISA/GB(2018)19

Математичка компетенција во Препораката за Клучни компетенции за доживотно учење

Во Препораката за Клучни компетенции за доживотно учење заедно со: Писменост, Компетенција за повеќејазичност, Дигитална компетенција, Компетенција за лично, социјално и учење за учење, Социјална компетенција, Претприемничка компетенција и Компетенција за културна свесност и изразување, како една од осумте клучни компетенции идентификувана е Математичката компетенција и основни компетенции за наука, технологија и инженерство.

Математичка компетенција е определена како способност да се развие и примени математичко размислување со цел да се реши проблем од секојдневни ситуации. Врз основа на нумеричките вештини, акцентот е на процесот и активноста, како и знаењето. Математичка компетенција на различни нивоа, вклучува способност и подготвеност да се користат математички модели на мислење (логичко и просторно размислување) и претставување (формули, модели, конструкции, графици, графикони). Таа опфаќа определба на потребните основни знаења, вештини и позитивен став во математиката.

PISA 2021 рамка за оценување математичка писменост

Математичките способности се еден од домените на PISA рамките во секој од циклусите. Како главен домен бил во 2003 и 2012 година а се планира и во следниот циклус во 2021 година.

Фокусот и на дефиницијата на математичката писменост во Рамката за оценување на математичките способности PISA 2021 е задржан на математичкото размислување и решавањето на проблеми од реални контексти. Но покрај тоа што споредена со рамките од 2003 и 2012 година ги задржува основните идеи, во предвид ги зема и промените во современото општество.

Се поголемата улога на компјутерите и компјутерските алатки и во секојдневниот живот и во контекстите за решавање на проблемите се рефлектираат во рамката PISA 2021 како вештини за компјутерско размислување. Од учениците се бара да ги поседуваат и применуваат при решавањето на проблеми. Вештините за компјутерско размислување вклучуваат препознавање на шаблони, дизајнирање и апстракции, декомпозиција на шаблони, одредување на компјутерски алатки кои може да се применат при анализа или решавање на проблем и дефинирање на алгоритам како дел од решението.

За прв пат во Рамката PISA 2021 се идентификувани како важни за предметната област и вклучени се следниве осум вештини на 21^{ви} век: критичко размислување; креативност; истражување и испитување; самонасочување, иницијативност и упорност; употреба на информации; системско размислување; комуникација и рефлексija.

СОСТОЈБАТА НА ОБРАЗОВАНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА

Во Европа, различни извештаи ја препознаваат централната улога на STEM образованието во развој на клучните компетенции (European Commission 2007, Kearney 2015).

Состојбата според Извештајот за СТЕМ образовни практики во Европа од Scientix

Зголемување на интересот на учениците за училиште, посебно мотивацијата за предмети од СТЕМ областите и подобрување на постигањата во овие области се предизвик за Европските образовни системи а наставните приоди во училиштата се клучната алка.

Состојбата со образованието по математика во Европа ќе ја прикажам преку анализа на Извештајот за СТЕМ образовни практики во Европа од декември 2018 изработен од Scientix – заедницата за СТЕМ образование во Европа, European SchoolNet⁸ - Европската училишна мрежа.

Задржувајќи се посебно на педагошките приоди кои се применуваат и на ресурсите кои се користат, клучните заклучоци во овој извештај се:

- Традиционалните приоди во СТЕМ наставата сеуште се најчесто застапени, и посебно на часовите по математика на кои најмногу се застапени еднолични приоди во чиј центар е наставникот и се со малку контекстуализација. Директните инструкции како презентирање и објаснување од страна на наставникот, индивидуална работа на учениците и самостојно решавање на задачи се најчесто користени стратегии во наставата по математика (11% повеќе споредено со останатите СТЕМ предмети), а потоа следува решавањето на тестови (2% повеќе). Спротивно, наставните стратегии како превртено учење и саморефлексија на ученикот на сопственото учење, учење преку работа и експериментирање, дискусија на идеи со наставникот и учениците, избор на начин како да се учи, учење преку истражувачки активности, користење на содржини други предмети за да се објасни одреден концепт или соработка со други наставници за да се организира интердисциплинарна настава, интегрирање на уметност во наставата заради зголемување на интересот и мотивацијата на учениците се приоди кои споредено со останатите СТЕМ предмети помалку се применуваат (некои дури и за 39% помалку).
- Со исклучок на ИКТ наставата, најчесто користени се печатени матријали а потоа следуваат презентации и аудио-видео матријали. Наставниците по математика споредено со останатите СТЕМ наставници во најголем процент користат печатени матријали но и графички калкулатори и GeoGebra, а помалку од нив користат аудио/видео матријали, презентации, манипулативи, веб-базирани апликации, колаборативни веб алатки и други ресурси.

Како главни фактори кои влијаат на состојбата со СТЕМ наставата според извештајот би издвоиле: притисоци за подготовка на учениците за тестирање (77%), недоволна техничка поддршка за наставниците (73%), организација на училишниот простор (69%), буџетски ограничувања (68%), недостаток на педагошки модели за иновативна СТЕМ настава (67%).

Состојбата според заклучоците од 13^{от} Мрежен настан во ко-организација на Scientix

Според заклучоците од дискусијата за иновативна СТЕМ настава во основното образование, за време на 13^{от} Мрежен настан во ко-организација на Scientix како предизвици се идентификувани:

⁸ <http://www.eun.org/>

- Потребата од високо квалитетни обуки за воведување иновативна STEM настава во основното образование;
- Потребата од достапност на високо квалитетни наставни ресурси и материјали кои ќе го водат наставникот во воведување иновативни STEM приоди во наставата;
- Потребата од крирање STEM култура базирана на заедничкото разбирање помеѓу клучните образовни чинители за улогата што STEM образованието ја има подготвување на учениците за иднината.

Состојбата во нашата држава

Учениците од основните и средните училишта во нашата држава покажуваат слаби резултати на меѓународните тестирања. Според кажувањата на учениците и наставниците, ниските постигања се резултат на слабиот интерес на учениците кон училиштето. Секако еден од факторите е и реализација на наставата како настава насочена кон пренесување и усвојување на готови знаења, учење на процедури преку имитирање и вежбање и недоволно решавање на проблеми од секојдневието.⁹

Стремежот на образованите системи во Европа, вклучително и нашиот, да се приближи кон Препораката за Клучни компетенции за доживотно учење од една страна, како и надминување на причините за слабите резултати на меѓународните тестирања пред сите нас го ставаат предизвикот за воведување на нови наставни практики и образовни модели.

Последните промени во однос на наставните програми по математика во основното образование се воведувањето на адаптираните програми по Кембриџ. И покрај тоа што заеднички е заклучокот дека е пожелно нивното воведување да имаше поинаков тек, а условите за нивна реализација да биде поинакви, сепак неоспорен е фактот дека со нивното воведување се направи обид да се воведат суштински промени во наставата по математика и нејзино приближување кон иновативна настава.

Но за иновирање на наставата не е доволна само промена на наставната програма. Ниту една наставна програма, колку и да е добра не може да ги постигне целите и задачите доколку наставникот нема професионален интегритет и посветеност кон наставничката професија.¹⁰

ОД НАСТАВНАТА ПРАКСА

Адаптираната наставна програма по математика во основно образование превземена од Меѓународниот центар за наставни програми се фокусира на принципи, шеми, системи, функции и односи така што учениците можат да го применат математичкото знаење и да развијат холистичко разбирање за предметот. Подрачјето Решавање проблеми е поткрепа на останатите пет подрачја: Број, Алгебра, Геометрија и Мерење на кои таа е поделена. Во продолжение ќе споделим идеја за активност на наставен час по Математика во девето одделение која во себе вклучува развој на знаење за многуаголници, периметар и плоштина, математичко размислување, креирање и манипулирање со изрази и форми, систематско испитување, организирање на резултати,

⁹ Кондинска, Л., Меѓународните тестирања на учениците од основните и средните училишта - предизвик за Р. Македонија

¹⁰ Грнчаровска, С., Грнчаровски, С., Наставната програма по математика приспособена на потребите на ученикот

претпоставување и заклучување, генерализирање. Нуди можност за диференцирање на наставата и вклученост на ученици со различни нивоа на постигнувања.

Големото прашање кое учениците го одговараат е: Дали може да се одреди плоштина на многуаголници во квадратна мрежа од точки само преку броење на точки од јазлите на квадратната мрежа?

Цели на часот:

- Изразува променлива преку други променливи во дадено равенство; изведува едноставни формули; користи формули од математика и други предмети. (тематско подрачје Алгебра)
- Го истражува ефектот на различни вредности на променливата со цел да се направи генерализација. (тематско подрачје Решавање проблеми)
- Презентира концизни, поткрепени аргументи за да ги образложи решенијата или генерализациите користејќи: симболи, дијаграми или графици. (тематско подрачје Решавање проблеми)

Забелешка. Вака определени целите на часот може да изгледаат премногу обемни, но, имајќи ја во предвид спиралната структура, возраста на учениците како и планираната задача преку која ќе се реализираат, тие се остварливи.

Активност: Во мали групи, учениците го решаваат следниов проблем:

После пожарот во блиската шума, граѓаните самоиницијативно сакаат да организираат акција за пошумување. Новите садници сакаат да ги посадат прецизно, како во квадратна мрежа од точки така што растојанието помеѓу било кои посадени садници што се еден до друг е 1 метар. Заради сигурност сакаат посадените садници да бидат оградени со жица, а потпорни точки на оградата да се точките од квадратната мрежа. Формата на заградената површина не им е важна. Потребно им е да ја одредат површината што ќе биде оградена и посадена, зависно од бројот на посадените садници и искористените потпорни точки за оградување.

Прашања за насочување на активноста и поддршка на учениците:

Дали оградената површина зависи само од бројот на засадени дрвца?

Дали оградената површина зависи само од бројот на потпорните точки на оградата?

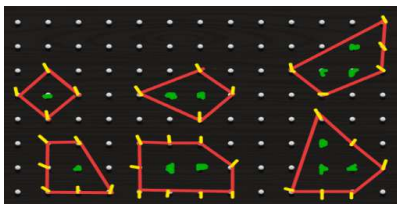
Дали ако го знаеме бројот на засадени дрвца и бројот на потпорни точки на оградата можеме да ја пресметаме оградената површина?

Која е зависноста на оградената површина од бројот на засадени дрвца?

Која е зависноста на оградената површина од бројот на потпорните точки на оградата?

Која е зависноста на оградената површина од бројот на засадени дрвца и бројот на потпорни точки на оградата?

Докажи ја зависноста на оградената површина од бројот на засадени дрвца и бројот на потпорни точки на оградата.



СЛИКА 1. Илустративен приказ на проблемот

Во следниве табели е прикажан очекуваниот тек на математичкиот поцес во кој учениците ќе бидат вклучени додека го решаваат поставениот проблем.

ТАБЕЛА 1. Математичко формулирање

	Предлог активности
<p>Идентификува математичките аспекти на проблемот од реален контекст и ги идентификува важните променливи; Препознава математичката структура – правила, поврзаност и шаблони; Поедноставува проблем за да примени математичка анализа; Идентификува ограничувања зависно од моделирањето и поедноставувањето; Преведува проблем на математички јазик или претставување; Претставува проблем математички со примена на соодветни променливи, симболи и дијаграми; Разбира и објаснува врски помеѓу јазикот кој е специфичен за контекстот на проблемот и симболичниот јазик со кој проблемот е претставен математички; Препознава аспекти на проблемот кои се соодветни на познати проблеми или математички концепти, факти или процедури; Креира подредена низа од чекори за да го реши проблемот;</p>	<p>Преку групна дискусија и Бура на идеи водени од наставникот се насочува и обезбедува правилно разбирање на проблемот и неговиот контекст, а исто така се мотивираат математичките знаења потребни да се обезбеди врска со математичкиот модел на проблемот и се насочуваат кон следната фаза</p>

ТАБЕЛА 2. Примена на математички концепти, факти, разбирање

	Предлог активности
<p>Изведува и применува стратегии за да го одреди математичкото решение; Користи математички алатки и технологија, за да си помогне при добивање на точно или приближно решение; Користи математички факти, правила, алгоритми и структури кога го открива решението; Манипулира со броеви, графички или статистички податоци и информации, алгебарски изрази, равенки и геометриски претставувања; Изработува математички дијаграми, графици, симулации и конструкции и изведува математички информации од нив; Користи и се префрла помеѓу различните претставувања во процесот на решавање; Прави генерализации и поврзувања врз основа на резултатите од применетите математички процедури за да го открие решението; Врз основа на математичките аргументи објаснува и оправдува математичките резултати; Вреднува значење на постоечки шаблони и правила кај податоците.</p>	<p>Учениците работат во мали групи, при што имаат поделени улоги и секој член од групата е ангажиран на својата задача (пресметки, ИКТ, геометриски претставувања, дијаграми, формула). Наставникот ја следи, насочува и подржува работата на групите и дава повратна информација.</p>

ТАБЕЛА 2. Примена на математички концепти, факти, разбирање (продолжува)

	Предлог активности
Интерпретира математичкиот резултат назад во реалниот контекст;	Учениците
Вреднува смисла на математичко решение во реален контекст;	изработуваат физички модел на реалниот проблем преку кој го интерпретираат математичкиот резултат во реален контекст. Групите ги презентираат своите заклучоци
Разбира како контекстот влијае на исходите и пресметките од математичките процедури или модел со цел да направи контекстуални заклучоци како резултатите треба да се прилагодат или применат;	објаснувајќи ја смислата на математичкото решение, моделот кој е користен и сл.
Објаснува зошто математичкиот резултат има или нема смисла во контекстот на проблемот;	
Разбира проширувања или ограничувања на математичките концепти и математичките решенија;	
Критикува и идентификува ограничувања на моделот кој е користен за да се реши проблемот;	
Користи математичко и компјутерско размислување за да направи претпоставка, да обезбеди евидентност на аргументите, да ги тестира и спореди добиените решенија.	

ЗАКЛУЧОК

Националните наставни програми на многу земји како Данска, Норвешка, Кина и Сингапур но и рамките за меѓународните споредбени студии како TIMSS и PISA се основани на идејата за образование базирано на развој на концепции.

Во нашата држава наставните програми сеуште не ја земаат во предвид оваа потреба. Адаптираната наставна програма по математика во основното образование превземена од Меѓународниот центар за наставни програми Кембриџ нуди можности, но сепак наставниците имаат пресудно влијание врз мотивацијата на учениците и развојот на нивните компетенции.

Приодите за настава и учење, поврзани со развојот на компетенции, бараат квалитети и развиени компетенциите кај наставниците. Затоа, тие треба да бидат дел од почетното ообразование на наставничките факултети и од нивниот постојан професионален развој. Но, наставниците треба да бидат и поддржани при развивање на иновативни пристапи ориентирани кон компетенции, на пример преку заедничко учење помеѓу наставниците, размена на вработени и мобилност, учество во мрежи и заедници на практики комбинирани со флексибилност и автономија во организирањето на учењето го подобруваат квалитетот на наставата. Кога соодветно ќе бидат поддржани, наставниците ќе може да обезбедат најдобри искуства за учење и постигнување на планираните исходи од учењето.

ЛИТЕРАТУРА

1. Биро за развој на образованието, Адаптирана наставна програма по математика за 9 одделение од Cambridge International Examination Centre, 2016.
2. Кондинска, Л., Меѓународните тестирања на учениците од основните и средните училишта - предизвик за Р. Македонија, Математички имнибус 4, 2018, стр.93-108.
3. Грнчаровска, С., Грнчаровски, С., Наставната програма по математика приспособена на потребите на ученикот, Зборник на трудови, Меѓународна конференција за образованието по математика и природни науки ПМФ Скопје, 2018, стр.182-185.
4. Freudenthal H., Revisiting mathematics education: China lectures., 1991, Dordrecht: Kluwer Academic.
5. Jesper B., Ola H., Ewa B., Tomas B., Johan L., Torulf P., Björn P., Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum, Journal of Mathematical Behavior 33, 2014, p. 72– 87.
6. Nistor, A., Gras-Velazquez, A., Billon, N. & Mihai, G. (2018). Science, Technology, Engineering and Mathematics Education Practices in Europe. Scientix Observatory report. December 2018, European Schoolnet, Brussels.
7. Nistor, A., Angelopoulos, P., Gras-Velazquez, A. et al., STEM in primary education, Scientix Observatory report, 2018, European Schoolnet, Brussels.
8. The Key Competences for Lifelong Learning, 2019, European Commission.
9. PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (SECOND DRAFT), DU/PISA/GB(2018)19.

Истражуваме за квалитетот на воздухот што го дишеме во училиница преку GoLab проектот

Силвана Ристевска¹, Марина Јанеска²

^{1,2}ОУ „Стив Наумов“, Битола, РСМ

Апстракт. Секојдневното следење на дискусии, анкети, протести, поврзани со квалитетот на воздухот кој го дишеме, како и информациите што ги добиваме преку медиумите за тоа колкава е концентрацијата на штетни честички во воздухот заедно со нашите училишни податоци за отсуство на учениците во последните години и зголемениот број на часови што го поминуваат учениците во училиштето, не мотивираше да започнеме истражувачки проект за да дознаеме каков воздух дишеме во училиниците.

Затоа нашата идеја ја спроведовме во вид на школско истражување: проверка на квалитетот на воздух во училиниците и идни активности за подобрување на квалитетот на воздухот во училиниците. За реализација на активностите го користевме методот на учење преку истражување на реален проблем од секојдневното живеење. За побрза, поефективна и поекономична комуникација помеѓу членовите од тимот, активностите ни беа поставени на европскиот проект NextLab/GoLab (www.golab.eu) односно на неговата бесплатна авторизирана платформа за креирање проекти www.graasr.eu која е наменета за наставниците од цела Европа. Активностите се изведуваа во специјално создадени услови – училиници, со цел да се одреди влијанието на различни фактори врз намалување на загадувањето на воздухот во училиницата, кои се користеа при истражувањето.

Главна цел е да го провериме квалитетот на воздухот во нашето училиште во училиниците со едноставни активности во кои ќе се вклучат сите субјекти од училиштето.

Клучни зборови: GoLab проект, истражување, загадувачи на воздух, еко филтри, растенија прочистувачи на воздух

ВОВЕД

Потребата да постои здрава средина на местото каде го поминуваме скоро половина од денот е и главна причина за да се размислува за одредување на квалитетот на воздухот во училиницата од аспект на здравствени, економски и правни причини.

Учениците во текот на часовите за слободни ученички активности, но и на дел од редовните часови по природни науки, биологија, физика и хемија се стекнуваат со одредени знаења за проблемот загадување, загаден воздух, квалитет и состав на воздух, прочистување на воздухот, мерки за намалување на загадувањето, последици по здравјето на луѓето и сл.. Затоа одлучивме нашата идеја да ја спроведеме во вид на истражувачки проект: проверка на квалитетот на воздух во училиниците и идни активности за подобрување на квалитетот на воздухот во училиниците. Со нашиот заеднички истражувачки проект имавме аплицирано на повикот од Фондот за иновации и технолошки развој за млади истражувачи, за кој добивме и гранд за реализација во учебната 2018/2019 год.

ПОСТАВУВАЊЕ НА ИСТРАЖУВАЊЕТО

Подготовка на истражувањето

За да започне истражувањето најпрво се спроведоа по електронски пат анкети за родители, ученици и наставници, со прашања од чии одговори добивме информации кои ни беа потребни за започнување на проектот. Анкетите може да се најдат на следнава интернет адреса :

https://docs.google.com/forms/d/1iITuhQQriR2i2jN3OZqXnah_zVeMpwebJT0FU6n-72o/edit#responses

Тимот за работа беше фокусиран од двајца наставници – по биологија и физика, 15 ученици од клубот на млади физичари во училиштето и од клубот на млади биолози. Од самата идеја за реализација се јави потреба да се набават и да се постават сензори – мерачи за одредување на квалитетот на воздухот. Од тимот кој работеше на истражувањето, се одреди кои одговорни лица (ученици) ќе вршат отчитување од сензорите, во точно определени услови. Одредивме временска рамка во која секојдневно ќе се следи - мери квалитетот на воздухот во училиниците (земени беа во предвид училиниците – просториите во кои имаше поставено мерач).

Тек на истражувањето

За реализација на истражувањето многу помогна методот на учење преку истражување на реален проблем од секојдневното живеење. За побрза, поефективна и поекономична комуникација помеѓу членовите од тимот, сите упатства, табели, информации за текот на истражувањето беа поставени на европскиот проект NextLab/GoLab (www.golab.eu) односно на неговата бесплатна авторизирана платформа за креирање проекти www.graasp.eu која е наменета за наставниците од цела Европа. Нашата идеја за користење на оваа платформа беше со цел да се намали користењето на хартија за изработка на граfiци, табели, прашалници во реализирањето на активностите, бидејќи платформата нуди многу апликации кои го овозможуваат тоа. Целиот тек на истражувањето и неговите составни делови и информации беа поставени на следнава интернет страна: <http://graasp.eu/spaces/5a803bc3bd7da712d0d9521b>. Апликациите кои ги користевме од платформата се прикажани во објаснувањата за секој чекор(фаза) од истражувањето.



СЛИКА 1. Поставување на чекорите во истражувањето на Graasp платформата

Активностите според планираното се изведуваа во специјално создадени услови во простории - училници кои се користеа при истражувањето и тоа:

- Две училници со многу слична местоположба – со прозори ориентирани кон сообраќајница и слични физички услови од кои во едната беа поставени голем број различни растенија прочистувачи на воздух, а во другата немаше такви растенија

- Две училници со многу слична местоположба и физички услови од кои во едната се поставија изработени еко филтри за прочистување на воздухот, а во другата не

- Две училници со слични физички услови од кои едната со прозори ориентирани кон задниот двор на училиштето каде има засадени дрвја и зеленило, а другата со прозори ориентирани кон училишното игралиште каде нема зеленило.

Во секоја од просториите кои се земени како парови на експериментална и контролна училница се вршеше мерење на одредени параметри (температура, влажност на воздухот, присуство на штетни честички) кои служеа како показатели за да се одреди ефикасноста на специјално создадените услови, односно за средување на резултатите од истражувањето.

Температурата, влажност на воздухот и присуство на штетни честички се мереа во точно определено време од денот, за да може да се врши споредба на параметрите.

Во точно определено време во просториите се вршеше вентилација – проветрување, преку отворање на прозорците, освен во просторијата каде имаше поставено еко филтри, каде не мораше да има дополнително проветрување.

Училниците во кои беа создадени специјални услови беа земени за експериментални и тоа: училница со бр. 5 – ориентирана кон школскиот двор оплеменет со зеленило, училница бр. 10 – ориентирана кон сообраќајница но оплеменета со растенија прочистувачи на воздух и училница бр. 14 со поглед кон школскиот двор и истовремено во неа беа поставени 4 еко филтри.

Останатите училници се користеа како контролни и во нив немаше никаква промена на физичките услови: училница со бр. 6 – со поглед кон игралиштето во училиштето без зеленило, училница бр.9 со поглед кон сообраќајница без растенија прочистувачи и училница бр. 17 без еко филтри со многу слична ориентација како училница бр. 14.

РЕЗУЛТАТИ ОД ИСТРАЖУВАЊЕТО

Со активностите кои се спроведуваа и мерките кои се превземаа во училниците во кои беа создадени специјални услови се очекуваше да се овозможи проверка на ефективност на производ за прочистување кој се користи за намалување на загадувањето на воздухот во училницата.

При спроведувањето на активностите се земаа во предвид различни услови на отворено, метеоролошки, кои се поврзани со квалитетот на амбиенталниот воздух и кои може да имаат различни влијанија врз квалитетот на воздухот во училницата како и периодот од годината т.е. сезона без греење и во текот на сезоната на греење.

На самите сензори за мерење кои се користеа, имаше можност да се отчитаат вредности за: моменталната температура на воздухот во просторијата t ($^{\circ}\text{C}$), влажност на воздухот H (%), присуство на формалдехид (HCHO), присуство на $\text{PM}_{2,5}$ многу мали честички кои се цврсти материи во форма на чад, прав и пара со големина на

дијаметарот помала или еднаква на 2,5 μm , како и концентрација на севкупно нестабилни испарливи органски соединенија во составот на воздухот во затворена просторија TVOC.

Резултатите од измерените параметри во експерименталните и контролните простории ни послужаја како индикатори за оценување на квалитетот на амбиенталниот воздух - минималната вредност, максималната вредност и коефициентот на варијација (CV %) кој го покажува степенот на варијабилноста во однос на просечната вредност на примерокот.

За да може да се добие појасна слика и претстава за квалитетот на воздухот во училишница, мерењата кои ги правевме ги споредувавме со вредности прифатените на светско ниво, дадени во облик на водич за здравјето на човекот.

Health Parameter Guide							
PM2.5	PM10	AQI	CO2(ppm)	Status	HCHO(mg/m ³)	TVOC (mg/m ³)	Displayed Contents
0.0-12.0	0-54	0-50	0-700	Good	0-0.1	0-0.5	Safe
12.1-35.4	55-154	51-100	701-1000	Moderate	> 0.1	> 0.5	Unsafe
35.5-55.4	155-254	101-150	1001-1500	Unhealthy for Sensitive Groups			
55.5-150.4	255-354	151-200	1501-2500	Unhealthy			
150.5-250.4	355-424	201-300	2501-5000	Very Unhealthy			
≥250.5	≥425	≥301	≥5001	Hazardous			

СЛИКА 2. Влијание на квалитетот на амбиенталниот воздух врз здравјето на човекот

Во табелата 1, даден е приказ на измерените параметри за одредување на квалитетот на воздухот во сите простории во кои се одвиваше истражувањето, од месец март 2019г. Податоците кои се дадени се од извршено мерење во точно определено време од еден ден од месецот.

Од податоците може да се види дека постои разлика во вредностите на параметрите. Битно се разликува влажноста на воздухот во просториите, присуството на HCHO, PM2,5 и TVOC. Во училишниците кои се водат како експериментални, измерените параметри кои се однесуваат на нивото на загадување на амбиенталниот воздух се со помали вредности, за разлика од контролните.

Во табелата 2, даден е преглед повторно за измерените параметри во сите простории од истражувањето, но од случајно избран ден од месец мај 2019г. Многу е очигледно дека кога се споредува мерењето од месец март и месец мај, има разлика во

големините на параметрите кои се мерат за одредување на квалитетот на воздухот во училиница, односно видно пониски вредности се добиени за загадувачите на воздух, во мерењето од месец мај.

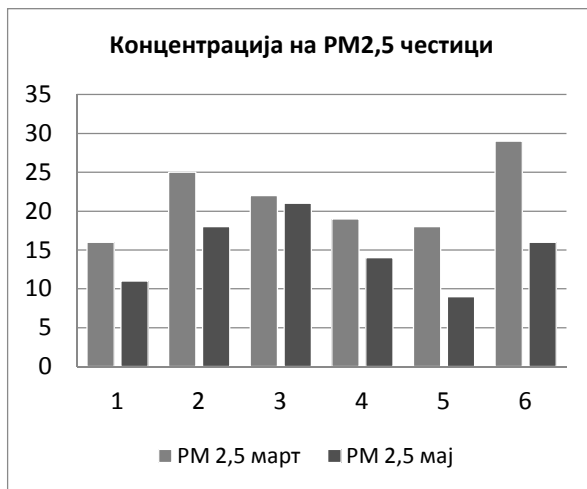
Табела 1. Преглед на измерени параметри од тековен месец март 2019г.

	Температура t (°C)	Влажност H (%)	HCHO (mg/m ³)	PM 2,5 (µg/m ³)	TVOC (mg/m ³)
Училиница бр 5	17,3	56,3	0,018	16	0,262
Училиница бр 6	16,5	40,5	0,070	<u>25</u>	<u>1,442</u>
Училиница бр 9	16,5	52,5	<u>0,193</u>	<u>22</u>	<u>1,648</u>
Училиница бр 10	16,3	46,3	<u>0,117</u>	19	<u>0,983</u>
Училиница бр 14	18,0	58,3	<u>0,343</u>	18	0,450
Училиница бр 17	17,7	52,9	<u>0,101</u>	<u>29</u>	<u>0,872</u>

Табела 2. Преглед на измерени параметри од тековен месец мај 2019г.

	Температура t (°C)	Влажност H (%)	HCHO (mg/m ³)	PM2,5 (µg/m ³)	TVOC (mg/m ³)
Училиница бр 5	25,3	49,2	0,021	11	0,200
Училиница бр 6	26,5	50,5	0,070	18	0,227
Училиница бр 9	24,5	51,3	<u>0,180</u>	<u>21</u>	<u>1,004</u>
Училиница бр 10	25,1	54,8	0,016	14	0,135
Училиница бр 14	25,0	50,2	<u>0,135</u>	9	0,290
Училиница бр 17	24,7	59,6	<u>0,504</u>	16	<u>0,786</u>

На сликата подолу пак е дадена споредба на концентрацијата на PM_{2,5} честици при мерењата од двата месеци.



СЛИКА 3. Концентрација на PM_{2,5}

ЗАКЛУЧОК

Главните цели на овој проект беа да се добијат релевантни податоци за квалитетот на воздухот кој го дишат нашите ученици во училиниците, преку развивање на вештини за истражување и подигнување на свесноста на училишно и локално ниво, за поврзаноста на квалитетот на воздухот во внатрешниот училишен простор со здравјето и постигнувањата на учениците.

По реализацијата на проектните активности пристапивме кон дефинирање на заклучни искази како резултат на потврдување на четирите хипотези кои ги имаваме поставено пред започнување на истражувачкиот процес.

Хипотеза 1: Воздухот кој го дишеме е многу важен за здравјето на луѓето. Доколку подолго време престојваме во затворен простор, тогаш концентрација на штетни агенси би се зголемила.

Хипотеза 2: Некои растенија (прочистувачи на воздух поред истражувањата на НАСА) можат да ги неутрализираат и намалат штетните честички во воздухот.

Хипотеза 3: Доколку внатрешниот простор се прочистува со посебни филтри, тогаш концентрацијата на штетни честички се намалува.

Хипотеза 4: Зелените површини во надворешниот простор можат да го намалат загадувањето на воздухот во училиницата.

Според добиените вредности од мерењата кои ги спроведовме во контролните и експерименталните училиници, можеме позитивно да одговориме на сите четири хипотези. Добиените резултати само ни потврдија дека вредностите на загадувачите во воздухот на внатрешниот простор во кој се наоѓаме можат да бидат значително високи, доколку не се превземат мерки за нивно намалување. Би сакале да иницираме секое училиште да изработува „Превентивен план за одржување на училиниците“ за да се

обезбеди добар квалитет на воздухот во училиниците. Овој план би вклучувал редовно менаџирање со:

- контрола на загадувачите во воздухот надвор од и внатре во училиницата;
- дистрибуција на воздух од надворешната средина;
- одржување на прифатлива собна температура и релативна влажност на воздухот во училиниците;
- хигиена, санација и одржување внатре во училишната зграда;
- одржување на зелени површини околу училишната зграда;
- здравствена едукација на учениците и родителите за важноста на чистиот воздух;
- соработка со локалната заедница;

ЛИТЕРАТУРА

1. https://ww3.arb.ca.gov/html/fact_sheets/preschool_exposure.pdf
2. <https://blissair.com/what-is-pm-2-5.htm>
3. <https://pdfs.semanticscholar.org/6047/881ac1dd01a0a3ab2a87cd0a41d473fff89c.pdf>
4. http://www.inive.org/medias/ECA/ECA_Report10.pdf
5. Закон за квалитетот на амбиенталниот воздух, Службен весник на Република Македонија, бр.100 / 2012.
<https://www.pravdiko.mk/wp-content/uploads/2013/11/Zakon-za-kvalitetot-na-ambientniot-vozduh-31-07-2012.pdf>
6. Roger Norris, Lawrie Ryan, Хемија за деветто одделение, Арс Ламина, Скопје 2016
7. Dureen Forbers, Richard Fosbery, Ann Fullick, Viv Newman, Roger Norris, Lawrie Ryan, Хемија за осмо одделение, Арс Ламина, Скопје 2016
8. Mary Jones, Diane Fellowes –Freeman, David Sang, Физика за осмо одделение, Арберија Дизајн, Тетово, 2016
9. Mary Jones, Diane Fellowes –Freeman, David Sang, Физика за деветто одделение, Арберија Дизајн, Тетово 2016
10. Creating Healthy Indoor Air Quality in Schools <https://www.epa.gov/iaq-schools>

Студија на наставен час за анализа на меѓуученичкото оценување

Тодорка Цилева, Рената Петровска, Дана Гроздановска,

ОУ „Тодор Ангелевски“, Битола, РС Македонија

пстракт. Современата настава по физика бара педагошки пристапи, кои во училища им овозможуваат на наставниците, критички во соработка со своите колеги да ја анализираат својата пракса и да ја подобруваат истата. Еден од тие пристапи е студијата на наставен час како специфичен тип на активно истражување во училищата. За успешна реализација на студијата на наставниот час, последователно се одвиваа активности – состаноци на тимот наставници. Наставниците најпрво донесоа одлука за истражување на оценувањето за учење преку анализа на меѓуученичкото оценување. Беше определено со која паралелка ќе се врши студијата на наставен час и кои ученици ќе бидат набљудувани во текот на часот. Потоа предметниот наставник ја определи наставната единица со која се истражуваше меѓуученичкото оценување, подготви задачи и активности кои ќе ги работат учениците, а ќе овозможат реализација на целите на часот. По завршувањето на наставниот час учениците беа анкетирани со прашања кои даваат можност за анализа на нивните ставови во врска со меѓуученичкото оценување и разбирањето на критериумите со помош на кои ги оценуваа своите соученици. Последната етапа беше дискусијата на резултатите помеѓу колегите во тимот и носење заклучоци.

Клучни зборови: студија на наставен час, меѓуученичко оценување, закон за рефлексija на светлината.

ВОВЕД

Во оваа студија на наставен час квалитативно се истражувани ефектите од примената на меѓуученичкото оценување при решавање на диференцирани задачи, како и разбирањето на критериумите за оценување од страна на учениците при оценување на своите соученици. [Error! Reference source not found.]

За успешна реализација на студијата на наставниот час, последователно се одвиваа активности – состаноци на тимот наставници по физика, хемија и биологија од активот за природни науки. Наставниците најпрво донесоа одлука за истражување на оценувањето за учење преку анализа на меѓуученичкото оценување, беше определено со која паралелка ќе се врши студијата на наставен час и кои ученици ќе бидат набљудувани во текот на часот. Потоа наставникот ја определи наставната единица со која се истражуваше меѓуученичкото оценување, подготви задачи и активности кои ќе ги работат учениците, а ќе овозможат реализација на целите на часот.

По завршувањето на наставниот час учениците беа анкетирани со прашања кои даваат можност за анализа на нивните ставови во врска со меѓуученичкото оценување и разбирањето на критериумите со помош на кои ги оценуваа своите соученици. Последната етапа беше дискусијата на резултатите помеѓу колегите во тимот и носење заклучоци.

ТЕОРЕТСКА ОСНОВА

Меѓуученичкото оценување е методски пристап кон активирање на учениците како сопственици на своето знаење, при што овозможува развивање и подобрување на ставовите на учениците кон своето учење. Ваквиот начин на учење за време на часовите обезбедува повратни информации за наставникот, како учениците учат, каде имаат потешкотии во разбирањето, како меѓусебно се разбираат и комуницираат. Овој пристап овозможува учениците да си помагаат на начин кој е соодветен за нивната возраст и нивните когнитивни способности. Но, за меѓуученичкото оценување да биде ефикасно, треба да се развива средина која нуди поддршка и во која учениците нема да се плашат од несоодветни коментари. Наставникот игра голема улога за тоа како ќе им овозможи на учениците да го користат овој пристап ефикасно. Од една страна да ги научи како подобро да ги разберат критериумите според кои ќе ги оценуваат своите соученици, а од друга, да развиваат позитивни ставови кон учењето преку дискусија, почитување на размислувањето на другите, критичко мислење, давање ефективна повратна информација и користење соодветна терминологија на изразување.

Во оваа студија на наставен час, наставната содржина со помош на која се испитуваа ефектите на меѓуученичкото оценување и разбирањето на критериумите за оценување беше Примена на законот за рефлексија [2], која се изучува во осмо одделение по наставниот предмет Физика. Изборот на оваа наставна содржина дава можност за организирање на работата на учениците во групи кои работат задачи по ниво на знаење според Блумова таксономија [3]. Задачите соодветствуваат на поставените цели на часот:

- Да го применуваат законот за одбивање на светлината
- Да конструираат лик кај рамно огледало
- Да ги објаснуваат карактеристиките на ликовите од рамно огледало

Во функционалниот картон каде учениците ги решаваат задачите дадени се и критериумите за успех според кои тие треба да ги оценуваат своите соученици.

Тек на студијата на наставен час

За потребите на студијата беше избрана паралелка од осмо одделение која брои 25 ученици, од кои 10 се женски и 15 се машки. Учениците беа поделени во шест групи, од кои две групи решаваа задачи на ниво анализа и синтеза на знаење, две групи на ниво разбирање и примена, и останатите две на ниво знаење и разбирање. Формирањето на групите го направи наставникот по физика според степенот на претходните постигања на учениците. Избраните ученици кои беа набљудувани прво ги решаваа задачите во својата група, а потоа ги оценуваа своите соученици од другата група која решаваше задачи [4] од исто ниво на знаење.

Наставниците набљудувачи на часот ја следеа работата на учениците и пополнуваа чек листа за меѓуученичко оценување со која ја набљудуваа и оценуваа работата на учениците и наставникот (Прилог 1).

Воведниот дел на часот траеше 5 минути, наставникот ги организира учениците за работа во групи, им подели функционални картони со задачи и критериуми за оценување и им објасни на учениците кои се барањата и колкава е временската рамка за останатите делови од часот. Во овој дел на часот се следеше комуникацијата помеѓу учениците во групите и помеѓу наставникот и учениците.

Главниот дел на часот траеше 15-20 минути, учениците во група ги решаваа задачите и се консултираа за нивните решенија меѓусебно, а и со наставникот. Тие соработуваа и меѓусебно си помагаа за да дојдат до точни решенија и за да одговорат на критериумите за успех според кои потоа беа вреднувани нивните решенија.

Завршниот дел на часот траеше 15 минути и во овој дел се набљудуваше меѓуученичкото оценување. Набљудуваните ученици ги оценуваа своите соученици од другите групи. Наставникот доби повратна информација за тоа дали ученикот кој оценува ги постигнал целите на учење, а во исто време колку и оној кој е оценуван ги постигнал истите цели.

Во овој дел на часот учениците пополнија и анкетен лист со пет прашања во кој ги искажаа своите ставови за меѓуученичкото оценување и разбирањето на критериумите за успех.

Резултати од набљудувањето (квалитативна анализа)

Ученик А

Ученикот решава задачи од ниво на анализа и синтеза на знаење. (Прилог 2)

Во воведниот дел на часот лесно се организира за работа во група заедно со своите соученици. Пристапува со големо внимание кон исполнувањето на активностите зададени од наставникот.

Во главниот дел на часот соработува со останатите членови во групата, дискутира за задачите и го почитува мислењето на соучениците. Учениците од групата па и набљудуваниот ученик бараат помош при конструкцијата на лик кај систем рамни огледала во првата задача. Алгебарски ја решаваат, но имаат проблем при конструкција на ликовите.

Наставникот им објаснува и им дава насоки за понатамошно решавање на задачата.

Ученикот и членовите од неговата група ја почитуваат временската рамка за решавање на задачите.

Во завршниот дел на часот ученикот ги разбира одлично критериумите за оценување, оценува соученик од друга група која ги решаваше истите задачи. Дава конкретни повратни информации при оценувањето, укажува на грешки при конструирање кои тој веќе ги отстранил, дава и насоки за подобрување на решенијата кај конструктивните задачи. Во комуникацијата со своите соученици користи научна терминологија и прецизно дава логично објаснување за третата задача во која треба да се направи собирање на брзините на движење на предметот и ликот.

Ученик Б

Ученикот решава задачи од ниво на разбирање и примена на знаење.

Во воведниот дел на часот лесно се организира за работа во група заедно со своите соученици. Пристапува со доволно внимание кон исполнувањето на активностите зададени од наставникот.

Во главниот дел на часот соработува со останатите членови во групата дискутира за задачите, но не го почитува мислењето на соучениците доволно. Учениците од групата па и набљудуваниот ученик бараат помош при решавање на задачите посебно кај примена на законот за одбивање на светлината и конструкција на агли. Наставникот им објаснува и им дава насоки за понатамошно решавање на задачите.

Во завршниот дел на часот ученикот ги разбира многу добро критериумите за оценување, оценува соученик од друга група која ги решаваше истите задачи. Не дава доволно повратни информации при оценувањето, но не дава и насоки за подобрување

на решенијата кај конструктивните задачи. Во комуникацијата со своите соученици користи научна терминологија, но не доволно и не им ги објаснува прецизно решенијата.

Ученик В

Ученикот решава задачи од ниво на знаење и разбирање.

Во воведниот дел на часот лесно се организира за работа во група заедно со своите соученици. Пристапува со големо внимание кон исполнувањето на активностите зададени од наставникот.

Во главниот дел на часот соработува со останатите членови во групата дискутира за задачите и го почитува мислењето на соучениците. Учениците од групата па и набљудуваниот ученик бараат дополнително објаснување од наставникот за примената на законот за одбивање на светлината кај перископот, но потоа успешно ја решаваат зададената задача.

Во завршниот дел на часот ученикот одлично ги разбира критериумите за оценување, оценува соученик од друга група која ги решаваше истите задачи. Дава конкретни повратни информации при оценувањето, дава и насоки за подобрување на решенијата кај конструктивните задачи. Во комуникацијата со своите соученици користи научна терминологија за ова ниво на знаење и прецизно ги објаснува своите решенија.

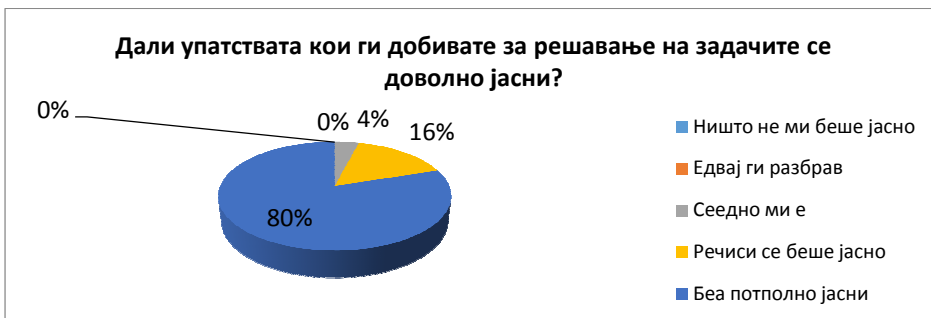
Дискусија на резултатите

Од анкетата спроведена на крајот на часот можат да се дискутираат ставовите на учениците.



СЛИКА 1.

Од графичкиот приказ се гледа дека поголемиот дел од учениците се задоволни од примената на меѓуученичкото оценување и дека им е интересно да работат заедно со своите соученици. Учениците се подготвени да соработуваат но 28% имаат лесно решливи проблеми во прифаќање и почитување на нечие друго мислење. Причината за тоа можеби е во комуникацијата со ученици кои помалку ги совладале наставните содржини или пак тоа се можеби ученици со поголема самодоверба и не така лесно прифаќаат нечие поинакво размислување. Наставникот тука има голема улога со поставување на отворени прашања за да ги поттикне на правилно размислување и доаѓање до точни одговори и решенија.



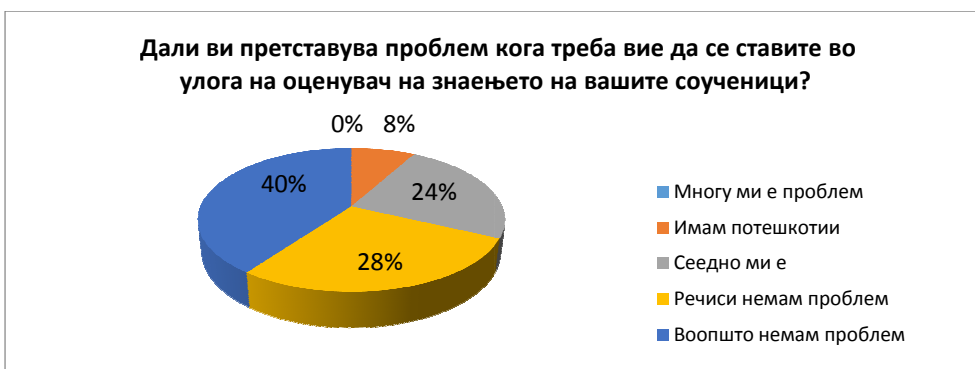
СЛИКА 2.



СЛИКА 3.

Од овие графички прикази може да се види колку е важно упатството за решавање на задачите кои ги решаваат учениците и критериумите според кои треба потоа да ја оценуваат точноста на истите, да бидат јасни и разбирливи. Доколку не ги разбираат критериумите за успех, тие нема да може ефективно да ги оценуваат со своите соученици. Наставникот мора во тој случај да им ги објасни критериумите и зошто мора да се користат за да биде решението на задачата точно.

На прашањето колку се чувствуваат способни да се стават во улога на оценувачи, 40% се сигурни во себе, 28% речиси немаат никаков проблем, на 24% им е сеедно и 8% имаат потешкотии. Ова покажува дека поголемиот дел од учениците не така лесно ја прифаќаат улогата на наставникот кога треба да ги оценат и да им дадат повратна информација на своите соученици.



СЛИКА 4.

Причините за тоа можат да бидат различни: некои немаат доволно самодоверба во своето знаење, некои не се чувствуваат слободно во искажувањето на сопственото размислување пред другите ученици, најголемиот дел имаат проблем во давањето на повратна информација на своите соученици.

Може да се заклучи дека методот на меѓуученичко оценување успешно е применет од страна на учениците и дека тој дава подобрување во соработката и однесувањето на учениците со останатите соученици.

Исто така позитивна страна е и тоа што во голема мера поттикнува на одговорност при реализација на активностите за време на часот.

За наставникот е важно што добива информација за знаењата и на двајцата ученици и на оној кој оценува и на оној кој е оценуван. Ова помага наставникот да утврди какви мисконцепции имаат учениците во материјалот кој го совладуваат и навреме да ги отстранат.

Во овој случај доколку меѓуученичкото оценување се применува почесто, учениците ќе бидат поодговорни кон сопственото знаење и ќе бидат мотивирани да решаваат и посложени задачи и проблеми. На овој начин тие ќе стекнат самодоверба за искажување на сопственото размислување пред соучениците.

Студијата на наставен час им дава можност на наставниците на едноставен начин со набљудување на однесувањето на учениците за време на часот да истражуваат одреден проблем кој е од интерес за подобрување на наставниот процес.

ПРИЛОЗИ

ПРИЛОГ 1. ЛИСТА ЗА НАБЉУДУВАЊЕ НА МЕЃУУЧЕНИЧКО ОЦЕНУВАЊЕ

Наставен предмет: Физика

Предметен наставник: Цилева Тодорка

Набљудувачи: Рената Петровска, Дана Гроздановска

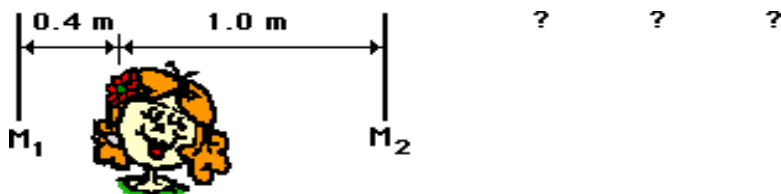
Елементи на вреднување	Ученик А					Ученик Б					Ученик С				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Однесување на ученикот во воведниот дел од часот (организирање за работа во група)															
Решавање на поставените задачи (исполнителност, соработка)															
Мисконцепции кои ги има ученикот во текот на активностите на час															
Почитување на временска рамка за работа во група															

Разбирање на критериумите за оценување на соучениците			
Давање повратна информација за подобрување на решенијата(конкретни информации, аргументи)			
Меѓуученичка комуникација (научни термини, прецизност во изразувањето)			

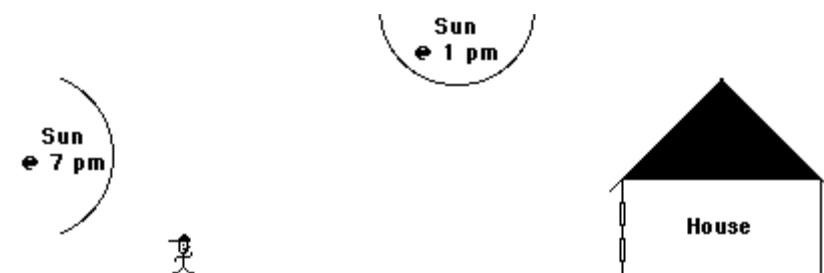
1- незадоволително, 5- одлично ; покрај оцена се дава и коментар за понатамошна квалитативна анализа

ПРИЛОГ 2. Функционален картон за работа на час

Анализа и синтеза на знаења



1. На сликата погоре дадено е растојанието на девојчето до две огледала кои се паралелни и свртени едно кон друго со своите огледални површини. На кое растојание ќе се добива ликот на цветот на главата на девојчето . Дали ќе има бесконечно многу такви ликови? Доколку така сметате одредете на кое растојание од M_2 ќе се наоѓаат првите три ликови.



2. На сликата , дадена е положбата на сонцето во 7 h наутро и 13 h на пладне одредете во кој случај човекот ќе го гледа ликот од сонцето заради одбивањето на светлината од стаклата на прозорците на куќата.
3. Ако детето се движи кон огледало вертикално поставено во однос на рамнината со брзина од $0,25 \text{ m/s}$, тогаш со која брзина ќе се приближат детето и ликот на детето?

Критериуми за успех на учениците при решавање на задачите:

1 задача

1. Знаат за праволиниско ширење на светлината
2. Го објаснуваат со зборови и преку цртеж законот за одбивање на светлината
3. Го применуваат законот за одбивање на светлината во конкретна ситуација
4. Конструираат лик кај рамно огледало
5. Знаат логички да ги поврзуваат знаењата и да решаваат сложен проблем со систем од огледала.

2 задача

1. Знаат како се шири светлината низ оптички просирна средина
2. Знаат каков извор на светлина е сонцето
3. Прават конструкција и модел на ширење на светлински снопови од сонцето
4. Конструираат лик кај рамно огледало
5. Логички го поврзуваат знаењето и даваат точно и прецизно објаснување на проблемот.

3 задача

1. Го применуваат законот за одбивање на светлината
2. Конструираат лик кај рамно огледало
3. Логички поврзуваат со претходните знаења и прават пресметки за брзина на движење
4. Даваат прецизно објаснување на своите одговори

ЛИТЕРАТУРА

1. Модул за наставници -(University of Cambridge Local Examination Syndicate), Биро за развој на образованието и Афлатун од Холандија (Stichting Aflatoun International) – превод д-р Лидија Кондинска, 2018.
2. Физика за осмо одделение, Arberia Design, Тетово, 2016, стр. 66-68.
3. О. Зајков, Ј. Штерјов, Џ. Новак, А. Алексовска, *Наставата по физика на 21 – от век*, Национална и универзитетска библиотека „Св. Климент Охридски“, Скопје 2009, стр.27-35.
4. <https://www.physicsclassroom.com/Concept-Builders>
5. THE PHYSICS TEACHER, Assessing-To-Learn:Formative Assessment in Physics Instruction, Robert J. Dufresne and William J. Gerace, University of Massachusetts at Amherst, Amherst, MA, Vol. 42, October 2004, pp.428-429.

Споредба на критериумите за оценување на учениците од VII одделение по предметот математика за учебните 2013/14 и 2019/20 година

Валентина Палифрова

ООУ „Атанас Нивичански“, Струмица, Македонија

Апстракт. За успешна реализација на наставната содржина за секое одделение и вреднување на знаењето кај учениците главен фактор се критериумите на оценување за секое одделение. Вкупниот број на часови по математика за една учебна година за VII одделение се 144 часа. Ќе ги разгледаме критериумите за оценување кои се применуваат во наставата по математика за учебната 2013/14 и учебната 2019/20 година. Критериумите се поделени на четири нивоа на знаење според Блумовата таксономија, и тоа:

- помнење - оценка доволен;
- разбирање - оценка добар;
- примена - оценка мн.добар;
- анализа, синтеза и вреднување - оценка одличен.

Примената на критериумите за оценување дава олеснителни околности на наставникот да ја формира оценката на ученикот. Ќе ги разгледаме критериумите за оценување од темата „Операции со дропки“ од учебната 2013/14 година и критериумите за оценување од темата „Број и решавање проблеми“ од учебната 2019/20 година. Така, ќе можеме да направиме споредба што имаат изучувано учениците според двете наставни програми и кое ниво на знаење може да го постигнат.

Клучни зборови: критериуми, помнење, разбирање, примена, анализа, синтеза, вреднување.

ВОВЕД

Предметот математика во основното образование е задолжителен. За успешна реализација на наставната содржина по математика во текот на една учебна година, главна улога имаат наставните форми, наставните методи и ресурсите со кои располага наставникот. Наставникот координира со тоа што, како и на кој начин се пренесува знаењето. За тоа колку учениците можат да разберат, да се усвои одреден степен на знаење за одредено одделение, главно место имаат критериумите за оценување. Критериумите за оценување во пониските одделенија каде има само описно оценување и ученикот преминува во следното одделение, се покажуваат како неефикасни. Во повисоките одделенија, каде учениците се оценуваат бројчано, имаме пет оценки и тоа, [5]:

- НЕДОВОЛЕН (1), кога ученикот го нема совладано наставното градиво (материјалот);
- ДОВОЛЕН (2), кога ученикот треба да совлада 50 до 70% од очекуваните исходи на ниво на препознавање и ниво на разбирање;
- ДОБАР (3), кога ученикот треба да ги совлада исходите од ниво на познавање, 70 до 90% од исходите од ниво на разбирање, 10 до 50% од нивото на примена;

- МНОГУ ДОБАР (4), кога ученикот треба да ги совлада претходно наведените исходи од ниво на препознавање и ниво на разбирање од 70 до 90% , на ниво на примена од 50 до 75% и на ниво на вреднување од 10 до 30%;

- ОДЛИЧЕН (5), кога ученикот треба да ги совлада исходите од ниво на препознавање и разбирање со над 90%, нивото на примена со над 70% и ниво на анализа, синтеза и вреднување со над 40%.

Значи, имаме четири нивоа на знаење и тоа:

- помнење;
- разбирање;
- примена;
- анализа, синтеза и вреднување.

СПОРЕДБА НА КРИТЕРИУМИТЕ ЗА ОЦЕНУВАЊЕ

Најпрво да го разгледаме годишниот план за VII одделение за учебната 2013/2014 година, [1].

Наставни теми	Нови наставни содржини	Повторување, вежби	Тематска контролна работа	Вкупно	Време на реализација
Операции со дробки	15	13	2	30	IX,X
Триаголник и паралелни прави	21	13	2	36	X, XI, XII
Цели и рационални броеви	20	18	2	40	I, II, III,IV
Четириаголник	14	14	2	30	IV,V
Работа со податоци	5	3	0	8	VI
Вкупно	75	61	8	144	

ТАБЕЛА 1: Годишен план за VII одделение за учебната 2013/2014 година.

Да го разгледаме и годишниот план за VII одделение за учебната 2019/2020 година, [2].

Наставни теми	Комбинирани часови	Часови за писмена работа, тест	Вкупно	Време на реализација
Прво полугодие				
1А Број и решавање проблеми	23	1	24	IX, X
1Б Алгебра и решавање проблеми	7	4	11	X, XI
1В Геометрија и решавање проблеми	6	0	6	XI

1Г Мерење и решавање проблеми	12	3	15	XI, XII
1Д Работа со податоци и решавање проблеми	8	2	10	XII
Вкупно	56	10	66	
Второ полугодие				
2А Број и решавање проблеми	19	1	20	I, II
2Б Алгебра и решавање проблеми	15	3	18	II, III
2В Геометрија и решавање проблеми	16	1	17	III, IV
2Г Мерење и решавање проблеми	11	3	14	IV, V
2Д Работа со податоци и решавање проблеми	6	3	9	V, VI
Вкупно	67	11	78	
Вкупно	123	21	144	

ТАБЕЛА 2: Годишен план за VII одд за учебната 2019/2020 година.

Вкупниот број на часови за учебната 2013/2014 година е 144 часа, исто и за учебната 2019/2020 година. Но, има промена во наставниот план за овие две учебни години. Со промена на годишниот план се менуваат наставните теми и се случува промена на критериумите за оценување. Кои наставни содржини се реализираат во темата: „Операции со дробки“ можеме да видиме од следната табела:

Наставни содржини од тема „Операции со дробки“ [4]
<ul style="list-style-type: none"> • Дробки. Видови дробки • Претставување на дробки на бројна права. Еднаквост на дробки • Проширување и скратување на дробки • Сведување дробки на заеднички именител. Споредување на дробки • Собирање на дробки • Собирање на мешани броеви. Својства на собирањето на дробки • Одземање на дробки. Одземање на мешани броеви • Множење на дробка со дробка • Множење на мешани броеви. Својства на множењето дробки • Делење на дробка со дробка • Својства на делењето дробки. Бројни изрази и примена • Двојни дриопки • Поим за процент • Пресметување на процентен износ • Пресметување основна вредност и процент

ТАБЕЛА 3: Наставни содржини од темата „Операции со дробки“

Наставните содржини кои се реализираат од темата „Број и решавање проблеми“ можеме да ги разгледаме од следната табела:

Наставни содржини од тема „Број и решавање проблеми“ [3]	
I полугодие	
<ul style="list-style-type: none"> • Цели броеви • Месна вредност, подредување и заокружување • Содржатели и делители • Прости броеви • Квадрати и квадратни корени • Аритметички закони за операции со броеви • Редослед на операции • Собирање и одземање цели и децимални броеви • Множење и делење со 10, со 100 и со 1000 • Множење и делење со децимални броеви • Дел од целина • Пресметување и примена на проценти 	
II полугодие	
<ul style="list-style-type: none"> • Дропки, децимални броеви и проценти • Претворање дропки и децимални броеви • Упростување дропки • Мешани броеви • Споредување дропки • Претворање неправилни дропки во мешани броеви со делење • Собирање и одземање дропки • Дел од целина • Размер и сооднос • Поделба во даден сооднос • Пропорција 	

ТАБЕЛА 4: Наставни содржини од темата „Број и решавање проблеми“

Ќе разгледаме пример на критериуми за оценување за темата: „Операции со дропки“ за учебната 2013/2014 година и критериуми за оценување за темата „Број и решавање проблеми“ за учебната 2019/2020 година.

Тема: Операции со дропки, [5]	
Нивоа на Знаење	Критериуми
Помнење	<ul style="list-style-type: none"> • ги знае видовите дропки; • искажува дефиниција за мешан број; • знае да прошири и да скрати дропка со даден број; • ги препознава поимите процент, основна вредност и процентен износ.
Разбирање	<ul style="list-style-type: none"> • објаснува што е дропка и ја претставува на бројна права; • споредува дропки со еднакви и со различни именители; • пресметува збир, односно разлика на дропки или мешани броеви со различни именители; • пресметува производ, односно количник на дропки или мешани броеви; • претставува децимална дропка и децимален број во процент и

	<p>обратно;</p> <ul style="list-style-type: none"> • претставува величини преку процент и решава практични задачи; • пресметува процент од даден број како дел од цело.
Примена	<ul style="list-style-type: none"> • извршува повеќе аритметички операции со дробки и мешани броеви почитувајќи го редоследот на операциите; • пресметува вредност на броен израз составен од дробки и мешани броеви.
Анализа, Синтеза, Вреднување	<ul style="list-style-type: none"> • споредува дробки со проценување, а потоа својата проценка ја проверува со пресметување; • го проценува резултатот од собирањето, од одземањето, од множењето, односно од делењето и го проверува.

ТАБЕЛА 5: Критериуми за оценување за темата „Операции со дробки“.

Тема 1А: Број и решавање проблеми, [5]	
Нивоа на знаење	Критериуми
Помнење	<ul style="list-style-type: none"> • Искажува дефиниција за множеството цели броеви; • Препознава негативни броеви дадени на бројна права и подредува, собира и одзема позитивни и негативни цели броеви во даден контекст; • Познава и чита броеви на бројна права; • Искажува правило за заокружување цели броеви до најблиската десетка, стотка или илјадарка; • Искажува дефиниција за парни и непарни броеви и дава примери; • Искажува дефиниција за позитивни и негативни броеви и дава примери; • Искажува правило за собирање или одземање на позитивни и позитивни цели броеви на бројна права; • Искажува правило за собирање или одземање на позитивни и негативни цели броеви на бројна права; • Искажува правило за собирање или одземање на негативни и негативни цели броеви на бројна права; • Искажува признаци за деливост со 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 25, 50, 100 и 1000; • Искажува дефиниција за прост број; • Искажува правило за определување на содржател; • Искажува правило за определување на делител; • Искажува правило за определување на НЗС; • Искажува дефиниција за комутативен закон; • Искажува дефиниција за асоцијативен закон; • Искажува правило за пресметување полни квадрати; • Искажува правило за пресметување квадратни корени; • Препознава квадрати на цели броеви; • Искажува правило за редоследно извршување на операциите во бројни изрази; • Искажува правило за собирање и одземање на цели и децимални броеви; • Искажува правило за множење и делење на цели и децимални броеви со декадни единици; • Искажува правило за множење и делење на децимални броеви и цели броеви; • Искажува дефиниција за дробка;

	<ul style="list-style-type: none"> • Искажува дефиниција за процент; • Го препознава и користи симболот за обележување на процент.
Разбирање	<ul style="list-style-type: none"> • Објаснува што е бројна права и ги подредува природните броеви на бројна права; • Претставува позитивни цели броеви на бројна права; • Претставува негативни цели броеви на бројна права; • Поместување на бројна права при собирање или одземање на позитивен и позитивен цел број; • Поместување на бројна права при собирање или одземање на негативен и негативен цел број; • Заокружува цели броеви на најблиска 10-ка, 100-ка или 1000-ка; • Заокружува децимални броеви на цел број или на едно или две децимални места; • Препознава броеви добиени со множење со 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 25, 50, 100 и 1000; • Препознава содржатели, делители, заеднички делители, НЗД во едноставни случаи; • Користи аритметички закони при едноставни пресметки со цели и децимални броеви; • Користи редослед на извршување на операциите во математички изрази; • Користи правило за собирање и одземање на цели и децимални броеви; • Користи правило за множење и делење на цели и децимални броеви со декадни единици; • Користи правило за множење и делење на децимални броеви и цели броеви; • Ја разбира дробката; • Го разбира процентот; • Користи дробка и процент за да опише делови од форми, целини и мерки; • Користи процент за да претстави и да спореди различни количини.
Примена	<ul style="list-style-type: none"> • Консолидира брзо потсетување на фактите за броеви, вклучувајќи дополнување на позитивен цел број до 100; • Факти за множење и делење; • Заокружува цели броеви на најблиска 10-ка, 100-ка или 100-ка и децимални броеви, вклучувајќи мерење, до најблискиот цел број или децимален број се едно децимално место; • Применува признаци за деливост; • Користи познати факти и месна вредност за да множи и дели двоцифрени броеви со едноцифрен број; • Определува содржатели и делители; • Определува заеднички содржатели; • Користи признаци за деливост; • Определува најмал заеднички содржател во едноставни случаеви; • Користи СИТО за генерирање прости броеви според Ератостен; • Препознава квадрати на цели броеви до најмалку 100 и соодветни квадратни корени; • Користи аритметички закони и инверзни операции за да се поедностават пресметувањата со цели броеви и децимални броеви;

	<ul style="list-style-type: none"> • Толкува децимален запис; • Проверува резултати од пресметувања со користење на инверзни операции; • Проценува, определува приближна вредност и ја проверува својата работа; • Знае кога да заокружи нагоре, а кога надолу по делење кога контекстот бара одговорот да биде цел број; • Пресметува едноставни проценти од целина и изразува дел од целина како дробка или процент; • Пресметува едноставни дробки и проценти од количини.
<p>Анализа, Синтеза, Вреднување</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Евидентира и објаснува методи, резултати и заклучоци; • Работи со броеви, алгебарски изрази и равенки и применува често користени алгоритми; • Ефективно дискутира и разговара за добиени наоди, усно и во писмена форма; • Поврзува резултати или наоди во првичниот контекст и проверува дали тие се разумни; • Решава текстурални проблеми со кои вклучуваат пресметувања со цели броеви, дробки, проценти, децимални броеви, пари или мерки, вклучувајќи ги и проблемите со повеќе од еден чекор; • Со броен израз претставува проблемски ситуации и образложува нивна употреба; • Логички решава проблеми со броеви и математички сложувалки; • Користи различни методи за решавање на задачи и ги оправдува истите; • Решава сложени проблемски ситуации од секојдневниот живот и го објаснува решението; • Донесува заклучоци за нови информации од постоечките информации и го разбира влијанието кои едните информации го имаат врз другите информации; • Користи листи и табели за систематско решавање на проблеми; • Пресметува едноставни дробки и проценти од количини; • Користи проценти за да претстави и да спореди различни количини.

ТАБЕЛА 6: Критериуми за оценување за темата „Број и решавање проблеми“.

За ниво на знаење – **помнење** се користат термините: знае, препознава, искажува.

Така, за темата „Број и решавање проблеми“, за ниво помнење ученикот препознава позитивни и негативни броеви, искажува правило за собирање и одземање на позитивен и позитивен цел број, негативен и негативен цел број, позитивен и негативен цел број. Ги разликува признаците за деливост. Искажува правило за определување на содржател, делител, НЗС. Искажува правило за собирање и одземање на цел и децимален број, множи и дели цел и децимален број со декадна единица. Искажува дефиниција за дробка, процент и користи симбол за обележување на процент.

За темата „Операции со дробки“, за ниво помнење ученикот ги знае видовите на дробки, да проширува и скратува дробка со даден број. Препознава поимите процент, основна вредност и процентен износ.

За ниво на знаење – **разбирање** се користат термините: објаснува, препознава, претставува, користи, пресметува, споредува. Знаењето на ученикот покрај тоа што се однесува на запомнување и репродуцирање, разбирање и сфаќање на наставните

содржини, ученикот покажува способност за примена на знаењето за решавање на едноставни задачи.

За темата „Број и решавање проблеми“, за ниво разбирање ученикот објаснува и подредува на бројна права природни и цели броеви. Заокружува цели и децимални броеви. Користи аритметички закони, редослед на извршување на операциите во математички израз. Користи правило за собирање, одземање, множење и делење на цел и децимален број. Разбира и користи дробка, процент за да опише делови од форми. Претставува и споредува различни количини.

За темата „Операции со дробки“, за ниво разбирање ученикот ја објаснува дробката и ја претставува на бројна права. Врши споредување на дробки со исти или различен именител. Пресметува збир и разлика на дробки со различни именители. Пресметува производ и количник на дробки и мешани броеви. Пресметува процент како дел од цело. Решава практични задачи.

За ниво на знаење – **примена** се користат термините: консолидира, применува, користи, определува, препознава, проценува, знае, пресметува, извршува. Знаењето на ученикот се однесуваат на целосно запомнување и репродуцирање. Ученикот покажува способност за примена на знаењата, ги толкува и објаснува.

За темата „Број и решавање проблеми“, за ниво примена ученикот користи познати факти и месна вредност за да множи и дели двоцифрени броеви со едноцифрен број. Применува признаци за деливост. Препознава квадрати на цели броеви. Користи признаци за деливост. Определува НЗС, НЗД. Пресметува и користи инверзни операции. Пресметува едноставни дробки и проценти од количини.

За темата „Операции со дробки“, за ниво на примена ученикот извршува повеќе аритметички операции со дробки и мешани броеви. Пресметува вредност на броен израз.

За ниво на знаење – **анализа, синтеза, вреднување** се користат термините: користи, пресметува, споредува, проценува, донесува заклучок, поврзува, решава, логички решава. Знаењето на ученикот се над 90% од содржините на наставната програма на ниво на запомнување, репродуцирање, сфаќање и разбирање. Ученикот може да средува, комбинира и вреднува елементи во нови цели. Логички извлекува заклучоци.

За темата „Број и решавање проблеми“, за ниво на анализа, синтеза и вреднување ученикот евидентира, објаснува методи, резултати и заклучоци. Дискутира и разговара за добиеното решение на задачата. Решава текстуални задачи. Решава задачи од повисоко ниво и го објаснува решението.

За темата „Операции со дробки“, за ниво на анализа, синтеза и вреднување ученикот споредува дробки, проценува и пресметува. Проценува, а потоа ги проверува резултатите од собирање, одземање, множење и делење.

Покрај правилната конструкција на критериумите за оценување, од голема важност е нивната правилна примена.

Секоја оценка е важна за еден ученик и според оценката се вреднува знаењето на ученикот. Ако ја земеме оценката одличен (5) и да разгледаме кои критериуми се применуваат за ученикот ја добие оваа оцена и до каде стигнува степенот на усвојување на ново знаење ќе констатираме следното:

За темата „Операции со дробки“ критериумот е јасен и точно се знае што се бара од ученикот. Да споредува дробки. За да може да ги споредува дробките претходно треба да разликува видови дробки, да проширува или скратува дробка. Да го процени резултатот од собирање, одземање, множење и делење на дробки претходно треба да знае да ги применува аритметичките операции во зададена задача. Имаме една

генерализација на темата која наставникот треба да ја спроведе за правилна примена на критериумот.

За темата „Број и решавање проблеми“ критериумот за оцена (5) има повеќе точки, а конкретноста се губи. На пример, ученикот треба да донесува заклучоци за нови информации од постоечките информации и го разбира влијанието кои едните информации го имаат врз другите информации. На што се однесува новата и постоечка информација, бидејќи имаме цели броеви, децимални броеви, квадрати, проценти, размер, пропорција.

Ако се остава слобода на наставникот сам да го креира критериумот по кој ќе се води, тогаш кратко и јасно може да стои:

Ученикот:

- Да може самостојно да подредува и заокружува децимални броеви;
- Самостојно да решава задачи од типот множење и делење со 10, 100 и 1000, множење и делење со децимални броеви и да врши проверка;
- Да применува правилен редослед на извршување на аритметичките операции;
- Да одредува вредност на броен израз;
- Да решава текстуални задачи со користење на дропки во дел од целина;
- Да решава едноставни проблемски ситуации преку поделба во даден сооднос, пропорција.

Континуирано следење, утврдување и проверка на стекнатите знаења од страна на наставникот, доведува до проширување и утврдување на стекнатите знаења кај ученикот. Кога на прво место ќе се стави интересот на ученикот тогаш наставниот процес ќе добие други димензии.

ЗАКЛУЧОК

Во образованието се потребни реформи. Реформите треба да се реализираат за напредок на образованието. Наставната содржина треба да се усогласи во основното и средното образование. Критериумите за оценување треба да се усогласат со наставната содржина од основното и средното образование. Образованието не го сочинуваат учебниците и работните тетратки, туку наставникот треба да има вештина на пренесување на знаење за ученикот да напредува во стекнување знаења и вештини.

ЛИТЕРАТУРА

1. Наставна програма по математика за седмо одделение, Биро за развој на образованието, Скопје 2013.
2. Адаптирана наставна програма по математика за седмо одделение деветгодишно основно образование според Меѓународниот центар за испити Кембриџ, Биро за развој на образованието, Скопје, 2016.
3. Пембертон С., Кивлин П., Винтерс П., Математика за седмо одделение (деветгодишно основно образование), Арс Ламина – публикации, Скопје 2018.
4. Стефановски Ј., Целаќоски Н., Математика за шесто одделение (деветгодишно основно образование), МОН, Скопје, 2011.
5. Министерство за образование и наука, биро за развој на образованието,
<https://www.bro.gov.mk/>

Професионален и кариерен развој на наставниците

Вангелина Мојаноска,

ООУ „Лазо Ангеловски“ – Аеродром, Скопје

Апстракт. Професионалниот развој на наставникот е процес на унапредување на стекнатите вештини и компетенции. Тоа е долгорочен интегративен процес во кој, преку учење, практична работа и истражувачка активност, се развиваат и подобруваат неговите знаења, вештини и способности.

Ниту една програма за време на почетната едукација на еден наставник не може целосно да ги обезбеди сите вештини и компетенции потребни за неговата идна работа во една образовната институција. Професионалниот развој не се заснова единствено на стекнатото искуство, туку и на различни можности, коишто можеме да ги поделиме во две групи: оние кои што доаѓаат однадвор (семинари, курсеви, конференции,...) и оние кои што се случуваат во самото училиште (работилници, отворени/интегрирани часови, истражувања, анализи, прирачници, итн.). Изработката на годишен план со предлози за разни форми и содржини за професионален и кариерен развој во училиштето и на личен план, секој наставник за себе, е неопходност, зашто тоа е најпродуктивното вложување кое што може да резултира со подобрување на постигањата на учениците.

Клучни зборови: промени, професионални компетенции, воспитно-образовен процес, кариерен развој, професионален развој.

ВОВЕД

Современото образование секојдневно се соочува со предизвици на континуирана адаптација, со посебен акцент на унапредување на квалитетот на образованието. Основна цел на воспитно-образовната работа на наставниците е кај учениците максимално да ги развијат нивните потенцијали. Наставникот е еден од главните фактори во воспитно-образовниот процес, но не е секогаш вклучен во промените кои што се прават во образованието. Личноста на наставникот, неговата стручност и подготвеност да ги разбере, прифати и спроведе принципите на современото образование ќе зависат од образовната практика и пристапот што тој го спроведува, а со тоа и од успехот на секој ученик. Затоа е неопходно наставниците да поседуваат компетенции за квалитетна воспитно-образовна работа и да имаат можност професионално да се усовршуваат и да напредуваат во текот на кариерата [11]. Подобрувањето на квалитетот на наставниот процес со примена на концептот на професионален развој на наставниците се наметнува како императив на современото општество и образованието, а наставниците се вбројуваат меѓу најважните носители на образовниот процес во форма на континуирано подобрување на образовниот систем [13].

Развојот на наставниците како професионалци е, исто така, насочен кон пренесување на нови знаења и нивна примена во практиката, како и спроведување на стандардите за квалитет на образовната работа со цел да се усогласи со европските трендови.

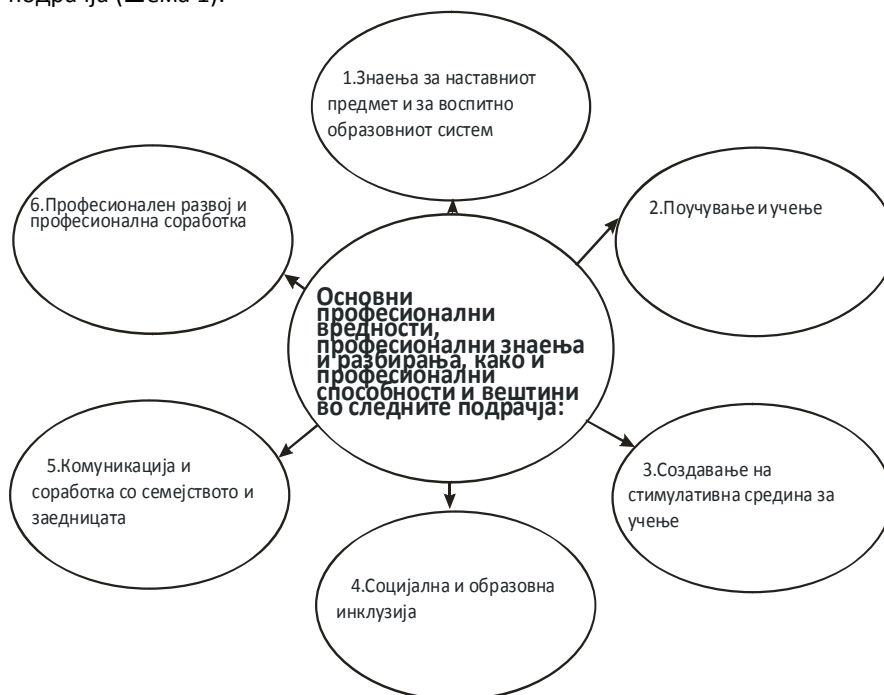
ШТО ПОДРАЗБИРАМЕ ПОД „ПРОФЕСИОНАЛЕН РАЗВОЈ“?

Постојат многу дефиниции за професионалниот развој на наставниците од повеќе автори, како што се Ненадиќ [7], Хера и Мандиќ [6], Вујичиќ и Чамбер [10] и други, при што се расветлуваат повеќе аспекти на оваа сложена појава. Оспособување, стручно усовршување; -личноста со сите свои вредности, уверувања, идеи, поминатите километри“ [8]. Или на друго место се подвлекува дека „професионалниот развој на наставниците во основа е процес на подобрување на вештините и компетенциите на наставниците со цел подобрување на квалитетот на наставата, како и учење и достигнување на учениците“ [9].

Значи, професионалниот развој на наставниците е континуирана активност која вклучува различни процеси, како што се обука, вежбање, тимска работа, споделување и примање, односно давање повратна информација. Професионалниот развој на наставниците во основа е процес на подобрување на вештините и компетенциите со цел подобрување на квалитетот на наставата, учење и постигнување успеси на учениците. Ваквиот развој е дел од образовниот систем кој посветува соодветно време и поддршка на наставниците во нивното доживотно учење.

Професионалниот развој има за цел да го продлабочи знаењето на наставниците, а со тоа да се подобри учењето и постигањата на учениците, за тие да можат да достигнат максимум во своите потенцијали за учење.

Врз основа на Законот за наставниците и стручните соработници во основните и во средните училишта (Службен весник на РСМ, бр. 161 од 5.8.2019 година), основните професионални компетенции опфаќаат: професионални вредности, професионални знаења и разбирања, како и професионални способности и вештини во следните подрачја (Шема 1):



ШЕМА 1. Подрачја на основните професионални компетенции на наставниците

1. Знаења за наставниот предмет и за воспитно-образовниот систем;
2. Поучување и учење;
3. Создавање стимулативна средина за учење;
4. Социјална и образовна инклузија;
5. Комуникација и соработка со семејството и заедницата;
6. Професионален развој и професионална соработка.

СОЗНАНИЈА ДОБИЕНИ ОД ЛИТЕРАТУРАТА - ПОВРЗАНИ СО ПРАКТИКАТА

Во образовниот процес и воспитната работа, задача на наставникот е да ја поврзува теоријата и практиката, да ги анализира и да ги проучува резултатите од општите знаења од надворешни извори и стручна литература. Целта на овој чекор е информирање за општите карактеристики на проблемот, поголема теоретска подлога и практична примена во секојдневната работа.

Сè поуверливи се доказите дека наставниците играат клучна улога во обезбедувањето квалитетно и инклузивно образование насочено кон детето, кое ќе го подготви да го оствари својот највисок потенцијал за живот и работа во едно современо општество. Но, сепак постои подвојување во аспирациите кон образовните политики кои се однесуваат на наставникот и постојната практика [12]. Во определен број истражувања се детектираат повеќе карактеристики на тековните политики и практики на Балканот [11]. Пантук изведува постоечки докази за развојот на наставничките компетенции во регионот. Нејзиниот труд сугерира дека наставниците, едукаторите на наставниците и студентите кои се обучуваат за наставници од земјите учеснички согледуваат четири компоненти кои ги сочинуваат наставничките компетенции по следниов редослед, почнувајќи од најважната:

- знаења од предметната област, педагогијата и курикуларните подрачја;
- уважување на вредностите и развојот на детето;
- разбирање на образовниот систем и придонесување кон неговиот развој, [8].

Истражувањата низ стручната литература покажуваат дека наставниците сè уште не добиваат соодветна образовна поддршка, поттик и мотивација да ги развијат вештините, знаењата, чувството за професија и заемна инспирација за да се стремат кон социјална правда преку образованието [12].

„Гласот на наставникот не се слуша доволно при развивањето на образовните политики или управувањето со училиштата и ретко се признаваат иницијативите на наставниците“ [12] или воопшто не се вклучуваат во суштински промени во воспитно-образовниот процес. Потребно е да се дојде до заедничко разбирање за тоа кои знаења, вештини и вредности треба да ги поседува еден наставник за да добиеме современо, квалитетно инклузивно образование насочено кон детето. Сознанијата од стручната литература посочуваат дека однадвор наметнатите промени во образованието можат да имаат само ограничен ефект. Тоа ни се случува и во реалноста [12], [11].

Можеме да сумираме дека, истражувањата низ литературата и секојдневната пракса покажуваат дека искуствата во учењето и постигањата на учениците во голема мера зависат од знаењата, способностите, вештините и посветеноста на нивните наставници.

ПРОФЕСИОНАЛЕН РАЗВОЈ НА НАСТАВНИЦИТЕ ОД СЕКОЈДНЕВНАТА РАБОТА

Наставникот е еден од важните фактори во воспитно-образовниот процес. Тој е:

- креатор и реализатор, лидер на процесот на учење, директно влијае на резултатите од учењето;
- има големо влијание врз идентитетот и образованието на учениците;
- разбира колку е сложена воспитно-образовната работа;
- организира и спроведува активности за справување со сложената задача, во корист на сите;
- практичар кој истражува, анализира, споделува искуства и бара соработка со останатите;
- знае дека заеднички/тимски можат полесно да ги дефинираат практиките;
- разговара со учениците и родителите со цел да им ги објасни и подобро да ги разберат сложените ситуации во воспитно – образовниот процес;
- разговара со колегите (по хоризонтала и вертикала) со цел подобро да ги разберат сложените ситуации и да најдат соодветни решенија;
- учи, го развива разбирањето за учењето како процес на создавање на знаење, а не како процес на репродуцирање на знаење.

За да се одвива работата на наставникот програмски и врз законска основа, постојано треба да се следат новините во законските и програмските документи и тие да се применуваат во воспитно-образовната работа. За професионалниот развој навистина да биде континуиран процес, тој треба да се одвива и во училиштето, преку различните форми на планирано пренесување и размена на искуства и знаења на ниво на едно или повеќе училишта. Затоа, потребно е да се обезбедат и некои предуслови, како на пример:

- Образовен систем кој овозможува и поддржува професионален развој;
- Професионална и лична слобода во текот на професионалниот развојот;
- Наставата да е насочена кон децата / учениците;
- Потребна е материјална и професионална поддршка и релевантни извори за поддршка;
- Покажување креативност и иницијатива при спроведување на промените;
- Да функционира тимската работа за време на планирање, подготовка, реализација и анализа на наставниот процес;
- Соработка со родителите и локалната заедница;
- Самооценување на сопствената работа;
- Напредување во професијата која се стимулира на различни начини.

Еве еден пример од секојдневната практика за фазите на развојот на наставникот. Лесно можат да се забележат разликите кои се прикажани во Прегледот број 1.

Преглед бр.1 Компетенции на наставниците според должината на работното искуство

Почетник	Со мало искуство	Со големо искуство
Стекнува идентитет на наставник.	Учењето го гледа преку очите на учениците.	Способен е да ја идентификува суштината од наставните содржини и соодветно да ја презентира.
Училиштето ја гледа низ очи на наставник, а не како ученик.	Прави систематски осврт кон својата работа и се труди да ја унапредува.	Учењето го води систематски преку интеракции во училиштето.
Се обидува да го примени наученото од студии.	Ја почитува личноста на ученикот и практикува добра комуникација.	Ги води активностите за учење на соодветен начин.
Сфаќа дека наставните предмети се повеќе од факти и правила, а поучувањето е сложена и неодредена активност.	Љубезен е со колегите, соработката и поддршката од колегите станува дел од секојдневната пракса.	Дава повратна информација за учењето.
Постојат мноштво на различни модели и содржини на поучување кои можеби не ги искусил како студент.	Ја разбира специфичноста на учењето, наместо да се фокусира на атрибутите на ученикот.	Креира позитивни вредности кај учениците, гради позитивни личности.
Ги учи вештините за наставничката професија.	Развива чувство на сопствена способност и компетенција за справување со спротивставени цели.	Им помага на учениците да научат да се контролираат себеси.
Сфаќа дека силната желба да го контролира однесувањето на учениците не е добра идеја.	Воочува промени.	Ефективно влијае врз позитивните резултати на учениците
Не воочува промени.		Прави промени.

Од содржините прикажани во Прегледот може да се заклучи дека: работниот стаж не е гаранција за компетентност на наставникот!

Врз основа на Законот за наставниците и стручните соработници во основните и средните училишта, (Службен весник на РСМ, бр. 161 од 5.8.2019 година, во членовите од 25 до 30), се утврдени и опишани професионалните компетенции, потребата од континуиран професионален развој, начинот и постапката на професионалното усовршување, изработка на Програма за професионален развој на ниво на училиште, личен план за развој и кариерен развој на наставниците. Во Прирачник за следење на работата и планирањето на професионалниот развој на наставниците и стручните соработници во основните и средните училишта, (МЦГО, 2016, стр. 6 до 20), дадени се насоки за следење на работата на воспитно – образовниот кадар, идентификување на индивидуалните потреби за стручно усовршување, планирање на личниот и професионалниот развој и следење на ефектите од професионалниот развој, кои можат на секој наставник да му помогнат при изготвувањето на своите документи и нивната практична реализација (Основни професионални компетенции и стандарди за наставници, 2016).

Професионалното усовршување на наставниците се остварува преку акредитирани програми за обука, преку проекти одобрени од Министерството, интерно стручно усовршување во училиштето, меѓу училишни тимови за учење и преку индивидуални форми на учење. Програмата за професионален развој на училиштето ја изработува Тим за професионален развој во училиштето и е дел од Годишната програма на училиштето. За сопственото стручно усовршување наставникот прави личен план за професионален развој, врз основа на самоевалуацијата во однос на професионалните компетенции, резултатите од интегралната евалуација и извештаите од посети на советници од Бирото, Центарот и Државниот просветен инспекторат, од раководната и од стручната служба во училиштето. Планот го одобрува директорот на училиштето на предлог на тимот за

професионален развој во училиштето. За професионалниот развој, секој наставник води професионално досие. Наставниците во основните и во средните училишта може да напредуваат во звања. Професионалните стандарди за звањата и начинот на стекнување ги пропишува министерот на предлог на Бирото и Центарот. Очекуваме оваа учебна година да почне да се применува Законот за наставниците и стручните соработници во основните и средните училишта за кариерен развој на наставниците, со забелешка дека нема да се ограничува бројот на наставниците кои можат да се стекнат со звања наставник – ментор и наставник - советник (Законот за наставниците и стручните соработници во основните и средните училишта, бр. 161 од 5.8.2019 година, членовите од членот 31 заклучно со членот 38).

Доколку бидат обезбедени претходно наведените предуслови, се дава можност да се здобиеме со знаења и вештини кои обезбедуваат квалитетна и успешна соработка со колегите и управувањето со училиштата, како и квалитетен однос со родителите и локалната заедница. Исто така, се овозможува подготвеност за прифаќање на системски промени, нивно успешно спроведување и активно учество и иницијатива во спроведувањето на реформата.

МОЖНОСТИ ЗА ПРОФЕСИОНАЛЕН РАЗВОЈ

За време на базичното образование на еден наставник/стручен соработник, во ниедна програма не се обезбедени сите вештини и компетенции потребни за неговата идна работа во училиште. Професионалниот развој е долгорочен интегративен процес во текот на кој, преку учење, практична работа и истражување, знаењето, вештините и способностите на една личност се развиваат и подобруваат. Преку оваа постапка, наставникот станува практичар кој разгледува и поставува цели на неговиот професионален развој во согласност со неговите или нејзините потреби (Бошковска, и др., 2018).

Професионалниот развој на наставниците пред сè треба да се води од промени во педагошката практика и подобрување на наставата. На наставниците им се нудат различни можности за професионален развој: оние што доаѓаат однадвор (семинари, курсеви, конференции ...) и оние што се одвиваат во училиште (интерни обуки, работилници, истражување, изработка на стручни текстови, анализи, соопштенија, прирачници, подготовка на заеднички часови, итн.), кои овозможуваат континуиран професионален развој за сите наставници. Користењето мултимедијална технологија и интернет е корисно за подобрување на квалитетот на учењето преку пристап до ресурси и услуги (Практикување на наученото - Прирачник за професионален развој на учителите, 2011).

Со учество во разни активности во оваа смисла, наставниците собираат голем број продукти од својата работа. Своите докази ги собираат, евидентираат, архивираат и истите стануваат дел од нивното професионално досие, а со тоа, во согласност со Законот, имаат можност и кариерно да напредуваат.

ШТО ОЧЕКУВАМЕ НИЕ, НАСТАВНИЦИТЕ ОД НАДЛЕЖНИТЕ ИНСТИТУЦИИ?

1. Враќање на дигнитетот на наставничката професија.
2. Институционална заштита од дневнополитичките случувања, притисоци и сл.
3. Кариерен развој без ограничување на бројот на наставници кои можат да се стекнат со звања наставник – ментор и наставник – советник.

Очекуваме од Министерот за образование да ги утврди професионалните стандарди за звањата наставник – ментор и наставник – советник, (Законот за наставниците и стручните соработници во основните и средните училишта, бр. 161 од 5.8.2019 година, член 32). Исто така, потребно е да се уреди и системот за вреднување на сертификатите од обуките, темите, времетраењето на обуките и нивната применливост во унапредувањето на воспитно – образовниот процес.

4. Процесот на акредитација на програми да се врши редовно и да има обуки на кои наставникот ќе учествува согласно личната проценка на потребите, а не само доколку го испрати училиштето.

5. Реализација на поврзани и долготрајни програми кои се ставени во функција на надополнување на наставничките квалификации.

6. Развивање на заеднички истражувачки активности насочени на подобрување на наставата.

Мотивација на наставниците за работа

Согласно законските одредби наставниците може да напредуваат во звања, но тие сè уште не се применуваат. Исто така, постојат законски механизми што обезбедуваат одговорно работење на наставниот кадар и мал број механизми за поврзување на квалитетот на работењето со примањата (соодветно наградување), а и тие ретко се применуваат во практика. Со цел да се мотивираат наставниците, потребно е да почне примената на одредбите за напредување во кариерата коешто ќе биде базирано врз оценка на квалитетот на работата (Законот за наставниците и стручните соработници во основните и средните училишта, бр. 161 од 5.8.2019 година). Вреднувањето на работата на наставниците не треба да се прави формално, туку да се обезбеди резултатите од вреднувањето да влијаат на подобрување на работата. Да се обезбедат механизми и финансиски средства, успешните наставници да бидат финансиски наградувани или да имаат друг вид придобивки. Како што промените ќе се случуваат во наставната практика, така значително ќе се подобрат очекуваните резултати кај учениците. На централно ниво е регулирано напредувањето на наставниците со Законот за наставниците и стручните соработници во основните и средните училишта (Службен весник на РСМ, бр. 161 од 5.8.2019 година), а во училиштата би требало да се изработи интересен Павлиник за наградување на наставниците, усвоен од Наставничкиот совет во Училиштето.

ЗАКЛУЧОК

Професионалниот развој е процес на континуирано учење.

- Главната цел е подобрување на наставната практика и подобрување на учењето на учениците.
- Професионалниот развој е составен дел од секојдневната работа, вклученост во активностите и настаните (формални и неформални состаноци) прилагодени на потребите на учениците за учење.
- Акцентот да се стави на суштинските активности на наставата и учењето – планирање на часовите, оценување на работата на учениците и ефективна наставна практика, која овозможува подобрување на постигањата на учениците.
- Поттикнување соработка и тимска работа (размена на знаења и искуства продлабочување на учењето, унапредување на наставата и учењето на учениците.
- Да се научи нешто ново и да се пренесе во средината од која се доаѓа.

- Резултатите од обуката и истражувањата на практиката, преку анализи и акциски истражувања, да бидат појдовна основа во планирање на активностите за професионалниот развој.
- Кариерен развој на наставниците без ограничување на бројот на наставници.

Стекнувањето компетенции е процес кој ги менува навиките, ги проширува перспективите, го поттикнува индивидуалното планирање, донесувањето одлуки, одговорноста за сопственото учење и решавањето на проблемите од една страна, но во исто време ги насочува луѓето едни кон други на заедничко учење, споделување искуства и примери за добра практика.

За секој што сака да учи, може преку различните форми на споделување и размена на искуства и знаења, на ниво на едно или повеќе училишта, да користи стручна литература да ги користи дигиталните технологии и други ресурси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бошковска, Р., Ивановска, М., Мицковска, Г., Мојаноска, В., Панкова, Д., Петровиќ, Е., . Чонтева, Ж. (2018). *Инклузивно училиште : водич за работа на училишниот инклузивен тим*. Скопје: Биро за развој на образованието. Преземено од http://www.mcgo.org.mk/pub/Vodic_za_rabota_ucilisen_inkluziven_tim_MK.pdf
2. *Закон за основно образование (бр. 161 од 5.8.2019)*. (161/2019). Скопје: Службен весник на РСМ.
3. *Практикување на наученото - Прирачник за професионален развој на учителите*. (2011). Скопје: International Step by step Association. Преземено на 11. 06 2019 од https://www.stepbystep.org.mk/WEBprostor/toolbox/fokusno_podracje_7.pdf
4. *Основни професионални компетенции и стандарди за наставници*. (2016). Скопје: Македонски центар за граѓанско образование (МЦГО). Преземено на 11. 06 2019 од http://www.mcgo.org.mk/pub/Kompetencii_standardi_za_nastavnici_MK.pdf
5. *Законот за наставниците и стручните соработници во основните и средните училишта (бр. 161 од 5.8.2019)*. (2019). Скопје: Службен весник на РСМ.
6. Herrera, A., & Mandić, P. (1989). *Образование за XXI столјеће*. Beograd, Sarajevo: Svijetlost - Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Sarajevo; Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd.
7. Nenadić, M. (1997). *Novi fuh obrazovanja*. Beograd: Prosveta.
8. Pantić, N., & Čekić Marković, J. (Ур.). (2012). *Nastavnici u Srbiji: Stavovi o profesiji i o reformama u obrazovanju*. Beograd: Centar za obrazovne politike. Beograd: Centar za obrazovne politike. Преземено на 10. 05 2019 од http://www.cep.edu.rs/public/Nastavnici_u_Srbiji_-_stavovi_o_profesiji.pdf
9. Subotić, L. (Ur.). (2008). *Profesionalni razvoj na nivou škole priručnik za škole*. Podgorica. Преземено на 5. 06 2019 од www.zzs.gov.me > FileDownload > file=Profe...
10. Vujičić, L., & Tambolaš Čamber, A. (2017). Profesionalni razvoj odgajatelja: izazov za pedagoga. во М. Turk (Ур.), *Suvremeni izazovi u radu (školskog) pedagoga* (стр. 132-154). Rijeka: Sveučilište u Rijeci, Filozofski fakultet u Rijeci.
11. Žužić, S., & Markušić, P. (2017). Perpcija profesionalnog statusa i ugleda pedagoga. во М. Turk (Ур.), *Suvremeni izazovi u radu (školskog) pedagoga* (стр. 156-176). Rijeka.
12. Видовиќ Визек, В., & Велковски, З. (Ur.). (2013). *Наставничката професија во XXI век: унапредување на професионализмот на наставниците за инклузивно, квалитетно и релевантно образование – АТЕПИЕ*. (Е. Мишиќ, Prev.) Београд: Центар за образовне политики.
13. Врањешевевић, Ј., & Живковић Вујисић, Н. (2013). Професионални идентитет наставника и образование измеѓу компетенција и идеала. *Теме, XXXVII(2)*, 581-594.

Професионалната етика на наставникот како фактор за обезбедување поддршка во развивање на личноста на ученикот

Василка Ѓурчиновски

ОУД „Лазар Лазаревски“ Велес, Република Северна Македонија

*„Училиштето вреди толку колку што вреди наставникот, затоа важен дел на секоја
училишна реформа е зголемување на образованието на наставникот“
Distervag*

Апстракт. Професионалната етика е теоретска и применета дисциплина, којашто го изучува утврдениот професионален морал, однесувањето меѓу луѓето, вработените во дадена професија и меѓу различните професионални групи. Модерните трендови во образованието бараат промени во наставничката подготовка, наставничките компетенции, наставничкото однесување како и во наставничките способности и вештини. Училиштето и наставниците ги промовираат генералните морални норми на општеството и како битни фактори во етичкиот развој на ученикот, организирано дејствуваат, преку наставните планови и програми, врз развивањето на позитивни морални својства, карактерот и личноста на ученикот. Наставникот добива нова професионална улога на современ наставник кој ќе се залага, стимулира, мотивира и презема одговорност за подобрување на процесот на учење и подобрување на работата на училиштето. Модерните трендови во образованието бараат промени во иницијалната подготовка на наставниците и постојано збогатување на наставничките компетенции, какви што се промени во верувањата и вредностите, одлучување и донесување на нови стратегии, вештини на подучување, промовирање на резултати од професионалното усовршување, прифаќање на нови знаења и промени во организацијата и структурата на училиницата.

Клучни зборови: наставник, професионална етика, промени, образование.

ВОВЕД

Етиката, како филозофска дисциплина, ги испитува смислата и целите на моралните барања, критериумите за морално вреднување, како и воопшто заснованоста и изворот на моралот. Исто така, етиката како наука за моралот има за задача да ги запознае луѓето со тоа што е морал и кои се неговите основни компоненти, но и да заземе критички став спрема постоечката морална пракса [5]. Оваа научна дисциплина се занимава и со однесувањето на луѓето, односно преку неа се утврдуваат правилата на морално однесување кои најчесто се нарекуваат етички принципи.

Професионалната етика, како составен дел на етиката, тешко може прецизно да се дефинира бидејќи за различни луѓе има различно значење, но генерално таа претставува збир на морални принципи и вредности кои го насочуваат однесувањето на поединецот или групата кон почитување на она што е правилно и кон избегнување на погрешното во делувањето на работното место, притоа мислејќи на ефектите при извршување на работата, како и на самиот однос со околината [1]. Професионалната етика е особено важна компонента за успешно функционирање на секоја образовна институција, каде што е потребно точно да се определат принципите и начините на работа на сите субјекти вклучени во воспитно-образовниот процес.

1. НАСТАВНИКОТ КАКО СТОЖЕР НА ВОСПИТНО-ОБРАЗОВНИОТ ПРОЦЕС

Наставникот претставува модел не само за образовно, туку и за воспитно однесување, бидејќи тој не е само „тренер на умот“, туку и „градител на карактерот“ на оние кои ги поучува [2]. Сите големи личности во историјата на педагошката мисла го истакнуваат примерот како најмоќно воспитно средство, бидејќи ништо не продира така благо и длабоко во човечката душа како примерот [4]. Да се биде добар наставник, да се биде добар воспитувач значи да се владее со способност за воспитување во која знаењето претставува само еден сегмент. Да се биде добар учител, значи да се воспитува со целото свое битие. Познатиот германски педагог Адолф Дистервег рекол: „Училиштето вреди толку колку што вреди наставникот“. Наставникот едноставно е стожер на современиот воспитно-образовен процес. Имајќи го во предвид ова, се наметнува констатацијата дека наставникот извршува мошне одговорна професија, која бара негова солидна стручна, педагошка и методска подготовка. Улогата на наставникот во денешно време е насочена кон развивање на творечка и самостојна работа на учениците, наспроти традиционалната улога на неприкосновен извор на информации. Со промените и реконцептуализацијата на традиционалната улога, наставникот се поставува пред посложени и одговорни барања. Од наставникот се бара да поседува:

- стручни вредности – да посветува внимание на својот професионален развој, да ги мотивира учениците за тимска работа, да демонстрира нови стратегии и модели за учење, да има предизвик во неговите предавања, да поседува висок степен на вербална, писмена и информатичка писменост, да поседува висок степен на професионална етика;
- педагошки вредности – да биде педагошки лидер, да не е пристрасен, да биде праведен, да биде пред сè советник;
- човечки вредности – да поседува висок степен на интелигенција, самоконтрола, емпатија, моќ на расудување, да умее да влијае на однесувањето, ставовите и поведението на учениците.

Наставниците при вршење на работните задачи се раководат од следниве принципи:

- ефикасно извршување на работните задачи;
- самостојност во постапувањето;
- политичка непристрасност и верска неутралност;
- професионален и љубезен однос кон учениците;
- непристрасност во работењето;
- еднаков третман на сите ученици;
- стручност и професионалност во работењето;
- грижа за угледот на образовната институција.

Воспитно-образовната работа е комплексна и одговорна и бара пристапност, етичност и примерно однесување. Кога говориме за етичност, треба да напоменеме дека таа е условена од личните особини и квалитетот на личноста и нејзиниот интегритет, како и од колективните и индивидуалните искуства, кои се темелат на разбирање, соработка и толеранција.

2. ПРОФЕСИОНАЛНАТА ЕТИКА НА НАСТАВНИКОТ КАКО ФАКТОР ЗА ОБЕЗБЕДУВАЊЕ НА ПОДДРШКА ВО РАЗВИВАЊЕ НА ЛИЧНОСТА НА УЧЕНИКОТ

Професионалната етика, како конститутивен елемент на секоја професија, наставникот треба постојано да ја негува. Неопходно е кај него да се истакнуваат трите видови на основни елементи на професионалната етика, како што се: општите морални норми на учителската професија, правилата за однесување со учениците и правилата за однесување со колегите. Наставникот треба да биде приврзан кон својата работа и кон своите ученици, да умее да ги согледа проблемите и ефективно да управува со нив. Наставничката професија е хуманистичка, т.е. современиот наставник треба да поседува висок степен на хуманизам и социјализација и тие особини да ги развива со своите ученици и соработници. Квалитетниот наставник треба да поседува некои општи и практични особини, коишто во исто време се однесуваат на неговата етичност во работата:

- Наставникот пред сè треба да биде воспитувач;
- Наставникот треба да биде комплетна и сестрана личност, која ги разбира младите луѓе, нивните потреби и проблеми, но во исто време и тие во наставникот да гледаат соработник и човек кој сака да им помогне;
- Наставникот во ученикот треба да гледа како на личност во развој, да му приоѓа индивидуално и преку соодветна активност да придонесе во развојот на позитивни црти на личноста;
- Етиката на наставникот е неделива од неговите карактерни, професионални и други индивидуални особини.

Една од најважните задачи на сите степени на образованието е оспособувањето на младите за самостојно учење. Важен услов за тоа е секојдневното користење разновидни извори на знаења, како од учениците, така и од наставниците. Добриот наставник ја преферира индивидуализираната работа во наставата и знае да ги поттикне и активира сите потенцијали на секој ученик и да ги насочи кон квалитетно учење. Успешноста на наставникот се цени според остварените резултати и од другите активности кои имаат влијание врз успехот на учениците. Наставниците треба да ги почитуваат правата на учениците, нивната личност и достоинство. Притоа, тие создаваат услови за негување на толеранција и заемно почитување на учениците. Го следат и помагаат напредувањето на учениците. Го поттикнуваат логичното мислење кај своите воспитаници. Истовремено неодговорното однесување на наставникот, неговото доцнење, непочитување на личноста на учениците, примена на метод на казнување и исмејување на учениците, како и нивно етикетање, е сосема спротивно на она што тој ги поучува. Таквиот пристап на наставникот создава конфузија и несигурност кај ученикот, ги нарушува меѓусебните односи и чувството на доверба и го демотивира ученикот за работа.

Професионалната етика на наставникот, поседува норми и начела, кои се услов за развој на воспитно-образовната институција, а со тоа и за развој на личноста на ученикот. Во својата професионална работа потребно е наставникот:

- при извршување на своите должности да не прави дискриминација врз основа на пол, раса, националност, политичко и верско убедување и општествено-економка положба;

- образованието и воспитанието на учениците да му претставува највисок императив во неговиот професионален однос;
- својата професија просветен работник да ја негува и истата да ја извршува одговорно, совесно и хумано.

Наставникот треба да применува етички стандарди, како фактори за обезбедување на поддршка во развојот на личноста на учениците. Потребно е наставникот:

- да ги оспособува учениците за самостојно учење;
- да се однесува професионално, чесно, праведно, хумано и објективно кон секој ученик;
- да не фаворизира одреден ученик, но и да не го издвојува од другите по некој друг критериум;
- да ги оценува реално знаењата на учениците со изградени критериуми и да ги информира за нивните постигнувања;
- да бара од ученикот уредно, пристojно и дисциплинирано да се однесува,
- да умее да го сослуша секој ученик кога ќе му се обрати за совет или помош или да го упати на стручна помош кај соодветните лица во и надвор од воспитно-образовната установа;
- меѓу учениците постојано да се гради однос на другарство, почитување и соработка;
- да го поттикнува секој ученик да учи употребувајќи различни форми и методи за работа.

ЗАКЛУЧОК

Една од најважните димензии во современиот воспитно-образовен процес се личноста на наставникот и неговата професионална етика. Според мислењата на бројни научници, наставникот може да ги покаже неговите квалитети на различни начини: преку структурирање на предавањата и евалуација на наставата, преку изборот на наставната програма и педагошките стратегии и преку своето однесување во училиницата и на работното место. Вештините и компетенциите на наставникот треба да бидат концептуални, емпириски и меѓусебно поврзани со три фундаментални точки: чувствителност за професионализам, училишна култура и практикување етички стандарди [3]. Сите овие напори што ги вложуваат наставниците при реализација на професионалните задачи водат кон развој на ефикасна воспитно-образовна институција. Со својата професионална етичност, со својата упатеност и сигурност, со својата стручност и доблест да охрабрува, наставникот им овозможува на своите воспитаници да ги спознаат најважните етички прашања, поттикнувајќи ја нивната самодоверба и самопочит.

ЛИТЕРАТУРА

1. Campbell, E. (2003). *The Ethical Teacher*. Philadelphia: Open University Press
2. Dewey, L, *What Psychology Can Do for the Teacher*, in: ARCHAMBAULT, R.D. (ed.) (1974) *John Dewey on Education*, Chicago and London: The University of Chicago Press, pp. 197
3. Gulevska, V. (2013). "The Teacher's Professional Ethics", *International Journal Teacher*, vol. 5, pp 98-103
4. Лок, Џ. (1967) Мисли о воспитању, Београд: Завод за издавањ е уџбеника СР Србије, стр.75
5. Шуклев, Б. (2010). *Менаџмент*, Скопје: Економски факултет.

Студија на наставен час по математика: Примена на самооценување на учениците на часовите по математика

Весна Пупчовска¹, Бранка Лазаревска², Оливера Вељковиќ³, Катица Бошевска⁴,

^{1,2,3,4} ОУ „Александар Турунџев“, с. Кукуречани, Битола, РС Македонија

Апстракт. Овој труд опишува студија на истражувачки час по математика во петто одделение. Во него се содржани деловите од неговото заедничко-тимско планирање, реализирање, активности и анализа.

Студијата се однесува на темата **2А: Број и решавање проблеми** и наставната содржина **Процент-стоти дел од целото.**

Во истражувачкиот час се прикажани критериумите за успех како составен дел од дневната подготовка. Во работата на часот учениците се насочуваат кон критериумите за успех и активностите поврзани со нив. Користењето на едноставни примери и решавање на диференцирани задачи овозможува воведување и усвојување на поимот процент, знакот за процент, разбирање и усвојување на изразите: дел од цело, стоти дел, делови од сто.

Примената на самооценување ги поттикнува учениците на поголема сигурност во искажување на нивните достигнувања, ги мотивира да размислат за она што го работеле и да воочат дали нешто пропуштиле или не им е јасно.

Тимското планирање на часови со акцент на постигнување на критериумите за успех и самооценување на својата работа од страна на учениците, дава можност на поголем број на идеи за реализација на час, одбирање на активности и стратегии, споделување на искуства кои ќе им користат и на учениците и на наставниците.

Клучни зборови: Истражувачки час, критериуми за успех, самооценување, процент, делови, сто.

ВОВЕД

Изборот на содржината за истражувачкиот час беше направен во договор со тимот по математика. Предметот на истражување беше одреден уште за време на обуката од проектот „Оценување за учење: Поставување и употреба на критериуми за успех по математика и природни науки во основното образование,,“.

Нивниот избор произлезе од повеќе фактори: претходно одредената временска рамка за реализирање на истражувачкиот час; Наставната програма по математика за петто одделение; поврзување со ситуации од реалниот живот; можност за користење на различни наставни средства, податоци, модели, слики, игри, користење на компјутерски едукативни игри и сл.

За овој истражувачки час тимот по математика и педагогот на училиштето испланираа три работни средби во втората половина од февруари со цел собирање докази за учење, заедничко планирање на час, реализација и следење на час и дискусија по одржувањето на часот за согледување на придобивките, потешкотиите и импликациите за работа во иднина.

На првиот состанок се истакнаа неколку други барања: определување различни активности во однос на сложеноста на задачите според нивото на знаење, што овозможи на часот да има диференцијација преку задачи и учење на учениците, начинот на поттикнување на учениците за учење, изборот на учениците (понатаму во текстот Ученик А, Ученик Б, Ученик В) кои ќе бидат следени, начинот на кој ќе се следат

учениците, избор на стратегија за самооценување, начини на согледување на одговорите на учениците за време на часот и дискусијата, избор на прашања и изработка на листа на прашања по нивоа и очекувани одговори, прашања за интервју со учениците, изведување на заклучок за понатамошен поттик за поучување, учење и оценување.

Истражувачкиот час по математика се одржа во петто одделение со 12 ученици во присуство на тимот по математика и педагогот на училиштето. Во текот на часот избраните ученици беа набљудувани и следени од тимот на наставници. По реализацијата на часот, тимот по математика водеше дискусија. По неа се изврши интервју со набљудуваните ученици со однапред подготвени прашања.

За реализација на овој час по математика беше извршена претходна подготовка на потребните ресурси: Наставна програма по математика за петто одделение, Учебник по математика за петто одделение, модели на цело и цело поделено на 100 делови - различни примери, наставни листови, компјутерски игри со примена на проценти и сл.

Општа проблематика на истражувањето

Имајќи ја во предвид возраста на учениците, нивните способностите за самооценување и способноста за позитивно критичко оценување како предмет на истражувачкиот час се одбра „Самооценување на учениците на часовите по математика,,

„Самооценувањето е метод со кој учениците го вреднуваат сопствениот процес на учење, ги поставуваат целите за учење и критериумите на успешност заедно со наставниците и проценуваат во кој обем ги исполнуваат критериумите,, (заб. Прирачник за наставници во основното образование „Настава и учење на 21-от век,,-46 стр.).

Од самата дефиниција на предметот на истражување произлегува дека целта на ова истражување е примена на самооценување на учениците на часовите по математика.

Историски контекст

Студијата се однесува на темата **2А: Број и решавање проблеми** и наставната содржина **Процент-стоти дел од целото** која се реализира во второто полугодие во петто одделение.

Процент е поим со кој учениците за прв пат се среќаваат во петто одделение и го изучуваат во следните одделенија самостојно и во корелација со дробки и децимални броеви. Наставната содржина е избрана затоа што е важна како основа за понатамошно усвојување на целите од другите часови во петто одделение: одредување половинки, десеттинки и стотинки во проценти, поврзување на сид со дробки и проценти, наоѓање процент од број, поставување едноставни задачи од секојдневниот живот со примена на одредување на проценти, изразување дробки како процент, користење на поимот пропорции, користење на децимални броеви, дробки и проценти за опишување повеќе од едно цело.

Цели на учењето на ученикот

Целите на учењето на ученикот за оваа содржина се следните: да го разбира процентот како стоти дел од целината и наоѓа проценти од целината; да проценува и ја определува приближната вредност при пресметувањето и го проверува резултатот и ученикот да утврдува дали одговорот е разумен.

Целта на истражувачкиот час е да се постигнат критериумите за успех: можам да објаснам што е процент, можам да одредам процент, можам да запишам делови од 100 како процент, можам да го објаснам и проценам дали мојот одговор е разумен.

РЕАЛИЗАЦИЈА НА ЧАСОТ


Воведен дел - 10 минути

Воведниот дел го започнав со прашања кои ги поттикнуваа учениците на размислување со цел да се открие дали до сега го имаат слушнато поимот процент. Преку насочен разговор и примери за примена на процент и знакот за процент, учениците дојдоа до сознание дека вакви примери среќаваат во нивниот секојдневен живот.



СЛИКА 1. Што е запишано на сликите? Каде сте ги виделе? Што значат тие? Што е запишано покрај броевите?

ВРЕМЕНСКА ПРОГНОЗА

ДЕН	ОПИС	ТЕМПЕРАТУРА НИСКА/ВИСОКА	ВРЕЖИ	ВЕТЕР	ВЛАЖНОСТ
ЧЕТВРТОК 28.02.2019	СОЛНЕЧЕВО 	-3 / 14	0%	ССЗ 6КМ/Ч	48%

СЛИКА 2. Каде во временската прогноза се запишани броеви со знакот од претходните примери?

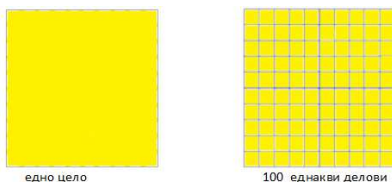


СЛИКА 3. Што друго е запишано со броеви и знак за проценти покрај нив?

Со примена на претходните примери за проценти ја најавив целта на часот (**Денес ќе учиме за проценти како стоти дел од целото, а знакот за проценти е запишаниот знак во примерите %**) и ги истакнав и прочитав критериумите за успех (можам да објаснам што е процент, можам да одредам процент, можам да запишам делови од 100 како процент, можам да го објаснам и проценам дали мојот одговор е разумен).

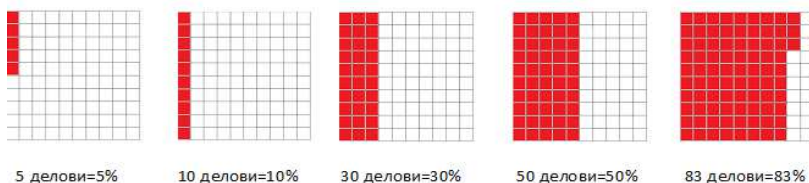
Главен дел на часот - 20 минути

Воведувањето на идејата дека процент значи „во секоја стотка,“ или „дел од сто,“ ја направив со примена на два идентични квадрати - првиот претставен како едно цело, а вториот поделен на сто еднакви делови. За таа цел поставив прашања за двата квадрати, за преку нивно споредување и броење на деловите се дојде до заклучок дека 1 цело е или претставува 100% (1 цело = 100 делови), а 1 дел од таа целина е 1 %, односно 1 од 100.



СЛИКА 4. На колку делови е поделен вториот квадрат? Дали се еднакви по големина? Што е различно кај нив?

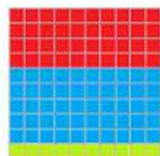
Следната активност беше претставување обоени делови од квадрат поделен на 100 еднакви дела, како примери за 5%, 10%, 30%, 50% и 83%. Одредувањето на процентот се направи преку водење на дискусија со конкретни прашања за секој пример.



СЛИКА 5. На колку делови е поделен квадратот? Колку делови од 100 се обоени? Колку е тоа во проценти? (Дискусија со изведување заклучок).

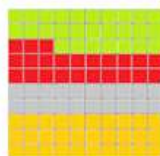
Потоа учениците работеа во групи со различно ниво на знаења. Групите имаа по четири членови од кои се формираа по два парови. Групите добија работен лист со 4 задачи: 1. Да запише што значи процент; 2. Да одреди процент на обоени делови и боја на запишан процент; 3. Да бои според даден процент и да одреди процент на дадена боја; 4. Да запише објаснување како тоа го направи/ле, односно во парови да изведат правило за запишување процент од 100 делови. Првото и четвртото барање беа исти за сите групи, а второто и третото барање се разликуваа по обемот на работа според нивото на групите.

2. На листот имаш квадрати поделени на 100 еднакви делови. Дополни според дадените примери



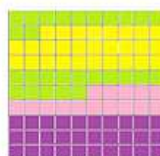
40% се обоени во црвена боја
 ___ % се обоени во сина боја
 10 % се обоени во _____ боја

3а



27% се обоени во зелена боја
 ___ % се обоени во црвена боја
 20 % се обоени во _____ боја
 ___ % се обоени во портокалова боја

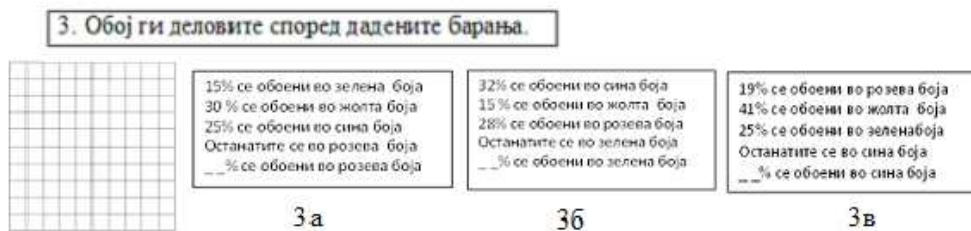
3б



___ % се обоени во зелена боја
 ___ % се обоени во жолта боја
 30 % се обоени во _____ боја
 ___ % се обоени во розева боја

3в

СЛИКА 6. Задача 2



СЛИКА 7. Задача 3

По извршената активност секоја група ја презентираше својата работа. На учениците (А, Б, В) кои ја презентираа работата во групата им беа поставени прашања: А, Б, В: Што значи процент? Што требаше да направи твојата група? Како ги одредивте процентите?; А: Како најдовте во која боја се обоени 10% од целото?; Б: Како најдовте во која боја се обоени 20% од целото?; В: Како најдовте во која боја се обоени 30% од целото? Која боја беше претставена на две места во табелата 100?; А, Б, В : Што требаше да направите во третата задача?

Во текот на презентацијата на учениците од секоја група беа вклучени и другите групи преку дискусија и проверка на одговорите со прашања: Што мислите, дали точно се одредени процентите и боите? На кој начин работевте вие во вашите групи? Дали вашиот начин на работа се совпаѓа со начинот на работа на другите групи?

Завршен дел на часот - 10 минути

Во завршниот дел од часот учениците добија работен лист во кој требаше: 1. Да го сумираат она што го научиле на часот, односно требаше да обојат делови од квадрат поделен на 100 дела и да запишат боја и процент на обоените делови; 2. Да решат задача со различно ниво (истата задача имаше различни барања) и 3. Да се самооценат според дадените критериуми. Самооценувањето требаше да го направат со обојување: зелена боја-целосно ги постигнав критериумите за успех; жолто-делумно ги постигнав критериумите на успех; црвена- не ги постигнав критериумите на успех.

Разликата помеѓу групите во однос на **пвата задача** беше тоа што секоја група требаше да употреби различен број на боја: групата А-3, групата Б-4 и групата В-5.

1. Обој делови од табелата 100 со А- 3/Б-4/ В-5 различни бои. За секоја боја запиши го процентот.

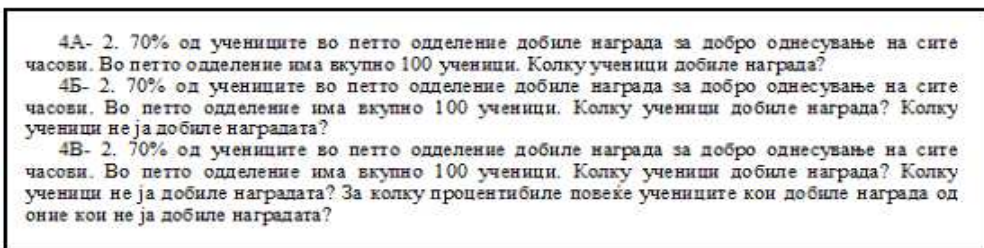
Боја	Процент

Боја	Процент

Боја	Процент

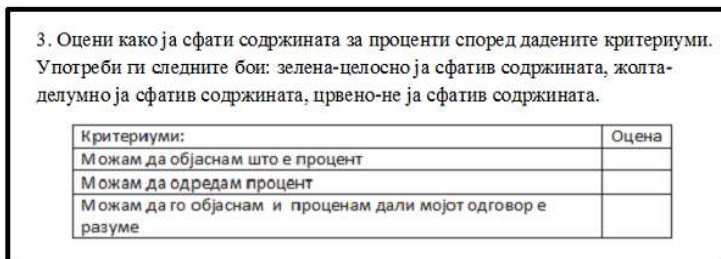
СЛИКА 8. Задача 1

Втората задача беше иста за сите три гурпи, но се разликуваа по нивото на барања во врска со неа.



СЛИКА 9. Задача 2

Последното барање се однесуваше на сфаќањето на содржината за проценти. Секој ученик требаше да се самооцени со употреба на една боја според дадените критериуми.



СЛИКА 10. Задача 3

За домашна работа им беа дадени задачи на 121 страна од учебникот по математика. Секој ученик доби лист со интернет адреса за игра со одредување на проценти: ИКТ:
<http://www.softschools.com/math/percent/games/>,
<http://www.kidsmathgamesonline.com/numbers/percentages.html>

Анализа на учењето

Во студијата на истражувачкиот час е применет описниот метод. Од постапките беа применети набљудување, анегдотски белешки и интервју со учениците и наставниците. Како инструменти се коирстеа листи за планирање, набљудување и дискусија за час за истражување, протокол за набљудување на наставен час и интервју со ученици.

Во воведниот дел од часот поставив прашања кои поттикнуваа на размислување и покажав примери на запишани проценти. Учениците внимателно ги следеа активностите, учествуваа во дискусијата и даваа точни одговори.

Во главниот дел од часот учениците требаше да се воведат во идејата дека процент значи „во секоја стотка,“ или „дел од сто,“. Преку примери и прашања учениците одговараа точно, прецизно, ги споредуваа двата квадрати, броеја делови, ги употребуваа поимите цело, делови од цело, 100 делови, процент.

Целта на следната активност беше учениците да го усвојат помот процент како дел од 100 и да воочат колку делови има целото, колку делови од нив се обоени, да кажат број на обоени делови и да го искажат делот на обоени делови во проценти. Бројот на примерите и бројот на прашањата за секој од нив овозможи учество на сите ученици во оваа активност. Сите ученици дадоа точни одговори на прашањата.

Следен беше употребен работен лист во кој учениците требаше: да одговорат што е процент; да одредат процент на обоени делови и боја на даден процент; да обојат според дадени проценти и да одредат боја на даден процент; да запишат како дошле до одговорите, односно како работеле.

Во презентацијата учествуваа тројцата избрани ученици. При нивната презентација беа вклучени и учениците од другите групи за да се изврши споредба на начинот на работа, точноста на дадените одговори и споредување со критериумите дадени на почетокот од часот.

Сите ученици, односно 100% од нив дадоа точен одговор на првото прашање; правилно запишаа процент и боја на процент; точно обоија делови според запишаните проценти.). Учениците скоро идентично одговорија дека го одредувале процентот со броење на обоените делови. Во однос на четвртото прашање-барање да објаснат како работеле, се добија различни одговори: учениците од групата А запишаа дека соработуваа, дека им беше интересно додека ги извршуваа активностите; учениците од групата Б запишаа дека ги броеја квадратите и обојуваа според барањата; а учениците од групата В дадоа најопширен одговор: „Ние работевме во пар и ги извршувавме вежбите дадени во работниот лист, научивме што е процент, броевме квадрати и обојувавме според дадените барања,. Учениците во сите групи истакнаа дека се проверувале помеѓу себе во групата.

Завршниот дел од часот се однесуваше на самостојна работа во наставен лист во кој требаше да обојат празна табела 100 со различни бои и да запишат процент за нив; да решат едноставна текстуална задача со примена на проценти; да се самооценат во табела со запишани критериуми.

Сите ученици, а во нив и тројцата избрани ученици правилно определија процент, значи 100% точно обоија и запишаа процент. 66,66% (групата А и групата Б) точно ја решија текстуалната задача - запишаа број на ученици по даден процент. Само еден ученик (25% од групата) од групата В точно запиша броеви што се бараа во задачата, останатите тројца ученици (75% од групата), исто така запишаа точни броеви, но покрај нив запишаа и знак за процент (кој не се бараше во задачата).

На крај од наставниот лист учениците го оценаа својот одговор по даден клуч со боја. Самооценувањето се изврши со примена на едноставна стратегија за самооценување, односно со обојување според три запишани критериуми: 1. Можам да објаснам што е процент; 2. Можам да одредам процент; 3. Можам да го објаснам и проценам дали мојот одговор е разумен.

Единаесет ученици во одделението самостојно и брзо се самооценија и употребија зелена боја (целосно ги постигнале критериумите за успех). Само ученикот А побара помош од еден од наставниците и употреби жолта боја (делумно ги постигна критериумите за успех) за вториот критериум. Значи, 100% од учениците употребија зелена боја за првиот и третиот критериум; 91,6% употребија зелена боја за вториот критериум, само еден ученик, односно 8,33% употреби жолта боја за вториот критериум. Од нивните одговори во текот на часот и самооценување може да се изведе заклучок дека од поголем број на ученици целосно беа постигнати критериумите за успех беа, односно можеа да го прават тоа што се очекуваше на часот.

Учениците научија што е процент и дека процент значи 100 дел од целото, определуваа процент според обоени делови и боеја делови по даден процент. Сите ученици работеа самостојно и можеа усно и писмено (во текот на часот) да образложат што е процент и како се одредува тој, брзо и правилно употребија боја за самооценување (91,6 % употребија зелена боја за сите три критериуми. Само еден

ученик-8,33% употреби зелена боја за првиот и третиот критериум, а жолта боја за вториот критериум.

Учениците од групата А (33,33%) имаа мали потешкотии и им требаше дополнително објаснување во врска со барањата од работниот и наставниот лист. Самооценувањето со примена на клуч со боја е лесен за употреба затоа што се употребува подолго време за оценување на активностите по математика. Како показател на успешното реализирање на целите беше тоа што и учениците од групата А лесно го наоѓаа процентот во задачите, точно запишуваа процент и обојуваа по даден процент.

Начинот на кој учениците презентираа и дискутираа за извршената задача се потврди со предвидувањата запишани во листата за планирање, набљудување и дискусија за час за истражување.

Интервју со ученици

По завршувањето на часот беше извршено интервју со избраните ученици кој одговараа на повеќе поставени прашања во врска со активностите на часот. Интервјуто со учениците го извршија наставниците членови на тимот по математика и педагогот на училиштето. Ученикот А не го знаеше насловот на содржината, како одговор на прашањето „За што учевте денес?“, одговори дека броеле делови. На прашањето „Во колкава мера има познавања за проценти?“, не одговори ништо, туку само ги крена рамениците. На прашањето „ Што научи денес?“, одговори дека не знае. Иако во презентирањето на работата усно одговори како се определува процентот, во интервјуто на прашањето „ Дали можеш да го искажеш правилото за одредување процент?“, одговори со краток негативен одговор. Учениците Б и В имаа скоро идентични одговори. Од нив се гледа дека целосно ја разбрале содржината, дека умеат да одредат процент или да запишат процент по даден пример и можат со свои зборови да кажат како се одредува процент. Мало колебање постоеше кај ученицката В во одговорите, која веројатно произлегува од нејзината несигурност, односно се плаши да не даде грешен одговор. Учениците во текот на интервјуто даваа искрени одговори и користеа свој речник. Иако самооценувањето не е ништо ново за нив, сепак интервјуто претставуваше ново искуство, нова ситуација за нив.

Рефлексија

Планирањето на часот со однапред поставени критериуми и нивно постојано повторување и проверување во текот на часот доведува до полесно усвојување на содржината и извлекување на заклучоци и унапредување на наставата воопшто. Примената на едноставни наставни средства за прикажување на проценти овозможи учениците лесно и правилно да ги извршуваат активностите. Самооценувањето ги поттикнува учениците во нивната сигурност за искажување на нивните достигнувања, ги мотивира да размислат за она што го работеле и да воочат дали нешто пропуштиле или не им е јасно. Преку тоа и самите можат да побараат дополнителни објаснувања или наставникот да воочи каде се јавуваат проблеми кои на следните часови со примена на други активности и стратегии би се надминале.

Во текот на часот учениците беа потсетувани на критериумите и ја одредуваа успешноста на решавањето на задачите користејќи ги критериумите. За време на решавањето на задачите и дискусиите од нив се бараше да проценат дали нивниот одговор е добар, дали може да се дополни или да се даде нов одговор.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ѓорѓијевски, Т., Трифуновска, О., Смилевска, А., Филиповска, Л., Петрушевски, М., *Збирка задачи за петто одделение*, Просветно дело, 2017, Скопје
2. *Методологија на научно – истражувачката работа* (избор текстови), Подготвил: Д-р Мојановски, Ц., “2-ри Август С”, Штип, 1998, Скопје
3. Министерство за образование и наука на Република Македонија, Cambridge International Examination, Биро за развој на образованието, 2015, *Наставна програма по математика за петто одделение*, Скопје
4. Морисон, К., *Математика 5, Учебник*, Македонско адаптирано издание, Арс Ламина-публикации Скопје, авторски права 2015
5. Прентон, К., Јанкуловска, С., Министерство за образование и наука на Република Македонија, 2009, *Прирачник за наставници во основното образование „Настава и учење на 21-от век*, Скопје
6. Чурлевска-Маневска, Б., Богданоска, И., *Математика 5, Збирка задачи со тестови и активности* Арс Ламина-публикации Скопје, авторски права 2016
7. <http://www.primaryresources.co.uk/> (Percentages-Fraction of 100 (Mary Petley).ppt, (Percentages Booklet.(Adam Wenlock).DOC
8. <http://www.softschools.com/math/percent/games/>
9. <http://www.kidsmathgamesonline.com/numbers/percentages.html>

Едукативните таксономии и наставата по математика

Анета Гацовска-Барандовска¹, Весна Целакоска-Јорданова², Емилија Целакоска³

^{1, 2}*Природно-математички факултет, Скопје, Северна Македонија*

³*Машински факултет, Скопје, Северна Македонија*

Апстракт. Едукативните таксономии (или класификации) ги опишуваат мислењето и различните начини на учење, притоа организирајќи ги според нивото на комплексност. Ќе дадеме преглед на неколку, повеќе или помалку, познати таксономии: на Блумовата таксономија (1956), којашто ќе ја споредиме со ревидираната Блумова таксономија на Андресон и Кратвол (2001); на SOLO таксономијата (1982) (анг. Structure of observed learning outcomes – мак. Структура на набљудувани исходи на учење) и на Финковата таксономија (2003). Секоја од овие таксономии ќе ја разгледаме низ примери од наставата по предмети кои ги изучуваат студентите од прва или втора година студии на насоката математика.

Примената на таксономиите во најголем дел се однесува на оценувањето и на составувањето (дизајнирањето) тестови за оценка на знаењата и на стекнатите вештини, како и на нивната интерпретација. Но, тие можат да се користат и во друга смисла, како алатка за проценка на целите на наставната програма, а на тој начин да влијаат и врз наставниот план и предметните програми.

Клучни зборови: Блумова таксономија, SOLO таксономија, Финкова таксономија.

Компаративен приказ на воведување на алгебрата во наставата во Финска, Норвешка, Шведска, САД и Македонија

Игор Богданоски¹, Моника Богданоска²

¹ ООУ „Блаже Конески“, Прилеп, Северна Македонија

² ООУ „Климент Охридски“, Прилеп, Северна Македонија

Апстракт. Идејата на овој труд е да се направи документирање и почетна анализа на првите неколку наставни содржини со чија што помош учениците се воведуваат во алгебра. Изборот на темата Алгебра е поттикнат на само од нашиот заеднички интерес во учењето и поучувањето во овој домен туку и од забелешките кои се појавуваат во литературата дека токму алгебрата се смета како препрека за многу ученици. Концептите како на пример променливи, непознати, еквивалентност и решавање равенки претставуваат активности кои претставуваат предизвик за многумина. Една од целите на овој труд е да се прикаже како предавањето е организирано, како учениците пристапуваат и се справуваат со соодветните алгебарски модели на размислување. Целта нема да ни биде да дадеме строги генерализации за тоа како се воведува алгебрата во различни земји туку да изнесеме неколку елементи за кои лично сметаме дека се карактеристични кога ќе се споредат со другите земји. Избраните елементи на учењето и поучувањето се карактеристични за соодветниот образован систем. Во Шведска фокусот е ставен на тоа како учениците учествуваат во учењето и поучувањето кога се воведува алгебра, Во Норвешка акцентот е ставен на природата на задачите и примерите кои наставникот ги користи со цел да се разјаснат основните алгебарски концепти и модели на размислување. Од Финска избрани се начините на кои учениците пристапуваат кон решавање на равенки а во делот за Калифорниските училишта се анализира конзистентноста на наставничките концепции за тоа што значи да се учи математика/алгебра од една страна и инструкциите во кои тие се вклучени од друга страна. Македонскиот образован систем и воведувањето на подрачјето Алгебра е анализирано во контекст на деловите во кои сите претходни евидентирани елементи се појавуваат и степенот во кои тие се разликуваат или се идентични.

Клучни зборови: алгебра, променлива, равенки, анализа, задачи, компарација, модели.

Моите искуства од учеството на EGU 2019 во Виена

Каролина Дамјаноска
СОУ „Орде Чопела“, Прилеп, Северна Македонија

Апстракт. Генералното собрание на EGU{EGU}-(Европска унија за гео-наука) 2019 се одржа во април оваа година во Виена. Беа прикажани 5.531 орални, 9.432 постер и 1.287 ПИКО презентации. На конференцијата учествуваа 16.273 научници од 113 земји, присустваа медиуми и реализирани се илјадници посети на официјалниот блог EGU 2019 и на социјалните мрежи.

Во склоп на EGU секоја година се одржува ГИФТ работилница наменета за наставниците од основните и средните училишта од цел свет кои предаваат некои од природните науки или математика. Комитетот за образование на Европската унија за гео-науки (EGU) организира работилници за информации за наставници од областа на гео-науката уште од 2003 година. Избрани научници од врвни светски универзитети и институции кои работат во областа на гео-науката одржуваат предавања на поканети наставници на различна тема секоја година.

Оваа година и јас учествував на оваа работилница во Виена, па сакам да ги пренесам моите искуства, можностите кои ги нуди овој настан за професионален напредок и мотивација со цел поуспешна работа со учениците. Работилниците за наставниците беа организирани од 8-10 април.

Темата на работилницата беше: “Тектонски плочи и структура на Земјата - вчера, денес, утре”. Основната цел на ГИФТ работилниците е наставниците по наука од основните и средните училишта од прва рака да добијат научни информации и значително да се скрати времето помеѓу откритијата и нивно “внесување” во учебниците и на наставниците да им се обезбеди материјал што може директно да се “транспортира” до училищата. Оваа година учествуваа 80 наставници од цел свет. Програмата неофицијално започна со посета на Природонаучниот музеј во Виена. Потоа следуваа предавања и работилници на темата на EGU 2019. А имаше и презентација на платформи за учење креирани специјално за наставниците за да ги користат во натавата.

На овој настан како наставници имавме можност за учество со презентација иако не беше задолжително. Јас учествував со постер-презентација под наслов “Лов на ѕвездите за заштита на ноќното небо”, така што ја презентирав мојата и работата на учениците од СОУ “Орде Чопела” од Прилеп, кои изведуваат активност во рамките на меѓународниот едукативен проект Globeatnight-GaN веќе 11 години под мое менторство.

Во конгресниот центар во Виена имаше и интересна изложба за времетраењето на конференцијата и овој настан претставува многу убава можност за остварување на контакти за идни соработки итн.

Клучни зборови: EGU 2019, ГИФТ работилница.

Алиса во Земјата на математиката

Слаѓана Јакимовиќ

*Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје, Педагошки факултет „Св.
Климент Охридски“*

Апстракт. Во овој труд се претставени некои интересни содржини од животот и делото на Луис Керол, светски познат писател за деца, математичар, аматер фотограф,... Се дискутираат одредени можности коишто ги пружа читањето и обработката на „Алиса во земјата на чудата“, сакана лектира за ученици од одделенската настава, за поддршка на развојот на математичкото мислење.

Клучни зборови: литература за деца, логика, математичко образование, интегрирана настава, проектно учење.

Преформулирање на текстуални задачи како средство за поттикнување на креативноста и математичкото мислење кај учениците

Валентина Гоговска

Природно-математички факултет, Скопје, Северна Македонија

Апстракт. Текстуалните задачи и нивното решавање имаат значајно место во наставата по математика. Тие се неопходни алатки во процесите на поттикнување и формирање на математичкото мислење. Целта на овој труд е поттикнување на учениците за продолжување на работата по решавањето на текстуалните задачи и мотивирање на дополнителен процес откако задачата е решена. Едноставно кажано, преформулирање на постојната решена текстуална задача од страна на учениците се со цел решавање на други слични задачи (според условот, решението или постапката) и нивен ангажман за стекнување на трајни знаења. Ќе бидат посочени неколку задачи како примери и ќе бидат опишани предностите и негативностите од предложеното.

Клучни зборови: Текстуални задачи, креативност, математичко мислење.

Доказите и теоремите во наставата по математика во основното образование некогаш и денес

Живко Ангеловски

ООУ „Никола Карев“, Пробиштип, Северна Македонија

Апстракт. Примената на доказите и теоремите има особено значење во реализацијата на наставата по математика во основното образование и во реализирањето на нејзините цели, како од образовен, така и од воспитен карактер. Со докажувањето на теоремите, учениците подобро ги запознаваат математичките поими, користат одредени логички закони и основни правила за изведување заклучоци, со што се развива нивното логичко и математичко размислување и расудување.

Неколку години наназад се изоставени класичните директни, индиректни, синтетички и други видови докази, што резултира со намален интерес и учество на учениците за време на часовите, со што тие стануваат само пасивни набљудувачи на кои им се пласира готова теорема, задача или својство и не се поттикнуваат на никакво размислување. Многу поефективен пристап во наставата би бил методот на истражување во кој ученикот се става во ситуација, преку лабораториска работа или примена на ИКТ, сам да дојде до заклучокот што ќе го формулира како тврдење.

Затоа, целта на оваа презентација е да се направи компарација во реализирањето на наставата по математика некогаш и денес и да се истакне недостатокот од докажување задачи, теореме и својства во основното образование во последните неколку години (во новата Cambridge програма).

Клучни зборови: Доказ, теорема, основно образование, математика.

Настава по математика, физика и сродни предмети со примена на образовен софтвер

Методија Јанчевски

ФИНКИ, Скопје, Северна Македонија

Апстракт. Во трудот се разгледуваат различни аспекти на примената на образовен софтвер во наставата по математика, физика и сродни предмети. На почетокот се анализираат недостатоците на наставата во која не се користи образовен софтвер. Потоа се потенцираат предностите на образовниот софтвер и неговото влијание врз усвојувањето на знаењата и нивното продлабочување и врз усвојувањето и подобрувањето на вештините на 21 век кај учениците. Во трудот се вклучени примери со образовен софтвер применет врз конкретни содржини од наставната програма. Посебен акцент е посветен на прилагодување на образовниот софтвер на различни категории ученици.

Клучни зборови: Образовен софтвер, предности, недостатоци.

Дефинициите на математичките поими како основа за усвојување нови знаења

Анета Гацовска-Барандовска¹, Весна Целакоска-Јорданова²

^{1,2} *Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Природно-математички факултет, Скопје,
Северна Македонија*

Апстракт. При секојдневната работа со студентите од прва година на студиите по математика се среќаваме со многу илустративни примери за тоа колку е трајно студентското математичко знаење стекнато во двете нивоа на претходното образование. Во оваа презентација ќе укажеме на основните нарушувања на карактеристиките на математичките поими, почнувајќи од воведувањето на поимите, нивното усвојување, како и употребата во совладувањето на новите наставни единици. Низ примери ќе се задржиме на честите нарушувања на обемот и содржината на одредени математички поими кои се неопходни при изградувањето на математичката пирамида на знаење.

Клучни зборови: дефиниција на поим, обем и содржина на поим, грешки во дефинициите.

Дидактичкиот триаголник и неговата улога врз изучувањето на лабораториски експерименти по предметот хемија за средно образование

Бејхан Биљали

Јахја Кемал Колеџ, Скопје, Р.С. Македонија

Апстракт. Во истражувањето на релацијата помеѓу ученикот и програмата по хемија како наставен предмет, професорот игра важна улога. Ефектите во изведувањето на наставата се поголеми ако професорот ги воведува релевантните концепти и релации, опфатени во содржината на наставниот предмет, преку дидактички експерименти. Секој од овде илустрираните експерименти може да се изработуваат во училишните лаборатории по хемија, затоа што користат едноставни хемиски соединенија и ефтин лабораториски прибор. Целта на авторот е да ги поттикне наставниците да користат дидактички експерименти како педагошка опција, со цел да се интегрира знаењето кое учениците го усвојуваат за време на теоретската настава.

Клучни зборови: дидактика, едукација, експерименти, супстанци, настава по хемија, средно образование.

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

37.012/.013:5(062)

МЕЃУНАРОДНА конференција за образованието по математика, физика и сродни науки ([2] ; 2019 ; Скопје)

Зборник на трудови / Меѓународна конференција за образованието по математика, физика и сродни науки, Скопје, 27-28 септември, 2019 ; [уредници Ламбе Барановски ... и др.]. - Скопје : Друштво на физичарите на Република Македонија, 2019. - 413 стр. : илустр. ; 25 см

Дел од трудовите и на други јазици. - Фусноти кон текстот. - Други уредници: Ѓорѓи Маркоски, Боце Митревски, Анета Гацовска-Барановска, Ана Иванова. - Библиографија кон трудовите

ISBN 978-608-4711-09-4

а) Образование - Настава - Природни науки - Математика - Собири
COBISS.MK-ID 111087114