



Зборник на трудови

**Меѓународна конференција за
образованието по математика,
физика и сродни науки**

Природно-математички факултет, Скопје

27 – 28 септември, 2019



Зборник на трудови
Меѓународна конференција за образованието по математика, физика и
сродни науки

Издавачи:

Друштво на физичарите на Република Македонија
Просветно дело АД, Скопје
Природно-математички факултет, Скопје

Уредници:

Ламбе Барановски
Ѓорѓи Маркоски
Боце Митревски
Анета Гацовска – Барановска
Ана Иванова

Редакциски одбор:

Ицко Ѓорѓоски
Александар Скепраовски
Ѓорѓи Маркоски
Слаѓана Јакимовиќ
Ламбе Барановски
Весна Целакоска – Јорданова
Оливер Зајков
Анета Гацовска – Барановска
Ирена Стојковска
Боце Митревски
Марина Стојановска
Јасмина Марковска
Валентина Гоговска
Валентина Миовска
Сузана Диневска Ќофкаровска
Ристо Атанасов
Владимир Петрушевски

© 2019 ДФРМ

Сите права се задржани. Ниту еден дел од оваа книга не смее да биде препечатуван или пренесуван во каква било форма или со какви било средства, електронски или механички, вклучувајќи и фотокопирање, документирање или да биде зачуван во систем за повторно пронаоѓање без писмена согласност од издавачот.

Печати: Печатница „Напредок“ ул. 120 бр.1, Тетово

Тираж: 300

ISBN 978-608-4711-09-4

Зборник на трудови

Меѓународна конференција за образованието по математика, физика и сродни науки

во организација на

Природно – математички факултет во Скопје (ПМФ)
Друштво на физичарите на Република Македонија (ДФРМ)
Сојуз на математичарите на Македонија (СММ)

Организациски одбор

Ламбе Барандовски
Ицко Ѓорѓоски
Ѓорѓи Маркоски
Александар Скепаровски
Валентина Миовска
Боце Митревски
Анета Гацовска-Барандовска
Фадил Ајредини
Весна Манчевска
Милена Мицковска
Несет Изаири

Поканети предавачи

Мирјана Јоноска, Македонија
Ристо Атанасов, САД
Александар Липковски, Србија
Ванес Мешиќ, Босна и Херцеговина
Аленка Липовец, Словенија
Кирил Барбареев, Македонија
Крешо Задро, Хрватска
Јасмина Милинковиќ, Србија
Тони Чехларова, Бугарија
Мичо Митровиќ, Србија
Дончо Димовски, Македонија
Небојша Икодиновиќ, Србија

Програмски одбор

Мирјана Јоноска, Македонија
Дончо Димовски, Македонија
Мичо Митровиќ, Србија
Јасмина Милинковиќ, Србија
Кирил Барбареев, Македонија
Ристо Атанасов, САД
Крешо Задро, Хрватска
Ванес Мешиќ, Босна и Херцеговина
Александар Крапеж, Србија
Слаѓана Јакимовиќ, Македонија
Тони Чехларова, Бугарија
Весна Ц. Јорданова, Македонија
Аленка Липовец, Словенија
Оливер Зајков, Македонија
Небојша Икодиновиќ, Србија
Барбара Ровшек, Словенија
Валентина Гоговска, Македонија

Благодарност

Друштвото на физичарите на Република Македонија и Сојузот на математичарите на Македонија, ја изразуваат својата благодарност на Институтот за физика и Институтот за математика при Природно – математичкиот факултет во Скопје за успешната коорганизација на Меѓународната конференција за образованието по математика, физика и сродни науки.

Организаторите на КОМФСН 2019 најискрено се заблагодаруваат на Генералниот поддржувач Просветно дело АД, Скопје.



Содржина

1.	Кирил Барбареев , <i>Професијата на наставникот - од конструктивизам до форма на уметност</i>	11
2.	Мирјана Јоноска, Ламбе Барандовски , <i>Како до поквалитетна настава по физика?</i>	19
3.	Дончо Димовски , <i>Приказна за записите и имињата на природните броеви - бројни системи</i>	29
4.	Тони Чехларова , <i>Подготовка за математически пѐрформанс „Правилни звездни многоъгълници“</i>	34
5.	Мићо Митровић, Бранислава Мисаиловић, Билјана Максимовић, Андријана Жекић, Милица Милојевић , <i>Значајне цифре у бројним вредностима физичких величина</i>	44
6.	Nebojša Ikodinović , <i>How to keep balance in education?</i>	51
7.	Јасмина Милинковић , <i>Истраживања у математичком образовању као подстицај за унапређење наставе</i>	61
8.	Александар Т. Липковски , <i>Развој образовног система Руске федерације - поуке за будућност</i>	68
9.	Vanes Mešić , <i>Razvoj konceptualnog razumijevanja u nastavi talasne optike</i>	78
10.	Krešo Zadro , <i>Tko je ugasio svjetlo ili O novom kurikulumu fizike u Hrvatskoj</i>	80
11.	Alenka Lipovec , <i>Elementary teachers' mathematical knowledge for teaching in Slovenia</i>	82
12.	Ристо Атанасов , <i>Математички натпревари: за и против</i>	83
13.	Александар Крапеж , <i>Математика у предколумбовској Америци</i>	84
14.	Ирина Петреска , <i>Европска олимпијада по физика: досегашни искуства и анализи</i>	85
15.	Yilmaz Deliktas, Irena Stojkowska , <i>Investigating the impact of flipped learning on mathematics performance and math anxiety</i>	93
16.	Зоран Каделбург, Милан Живановић , <i>Графичка метода решавања једначина и неједначина</i>	103
17.	Vesna Nedanovska, Slagjana Jakimovik , <i>The Use of Picture Books and Prompting Questions in the Mathematics Classroom</i>	111
18.	Боце Митревски, Анета Гацовска-Барандовска , <i>Корелација на наставата по физика и наставата по математика преку решавање математичко-физички проблеми</i>	117
19.	Делчо Лешковски, Валентина Миовска , <i>Геометриски докази на некои неравенства</i>	129
20.	Марина Стојановска , <i>Escape root – иновативен пристап за поттикнување на креативноста во наставата</i>	140
21.	Румјана Ангелова , <i>Работата в малки учебно–изследователски групи – за мотивирачко STEM образование</i>	149
22.	Катерина Дрогрешка, Драгана Черних, Јасмина Најдовска , <i>Едукација за заштита од земјотрес - придобивка за во иднина</i>	157
23.	Ивана Круљ, Татјана Мишић, Марина Најдановић – Лукић, Љубиша Нешић , <i>Закон одржања енергије у настави физике у основној школи</i>	164
24.	Јасмина Маркоска, Ѓорѓи Маркоски , <i>Од реална ситуација до математичка задача: Формулирање и решавање</i>	170
25.	Виктор Урумов , <i>Гравитационен билијард</i>	178
26.	Јасмина Маркоска, Дончо Димовски, Ирена Стојменовска, Вено Пачовски , <i>Примена на Геогевра (Geogebra) во изучувањето на поимите композиција на функции и инверзна функција</i>	183
27.	Петар Соколки, Јасмина Сретеноска, Елена Котевска , <i>Примена на апликацијата „Пресметувач на матрици“ (matrixcalc.org) во наставата по математика</i>	189

28.	Соња Чаламани, Мажанна Северин – Кузмановска, Елена Котевска, Споредба на наставната содржина децимални броеви во учебниците по математика за VI одделение	201
29.	Кети Иваноска, Марина Стојановска, Примена на техниката на интервјуирање во откривање на погрешните претстави во врска со темата киселини и бази	210
30.	Марина Стојановска, Иванка Мијќиќ, Наставата и наставникот по хемија во основното образование	218
31.	Вено Пачовски, Ирена Стојменовска, Дончо Димовски, Јасмина Маркоска, Фракталите како мотивација во наставата по математика	226
32.	Славољуб Митиќ, Југослав Ђорђевиќ, Зимски камп физике "Сокобања"	232
33.	Мирослав Петроски, Определување на издвоената маса гас при електролиза	239
34.	Стојан Манолев, Од идеја, преку експеримент и мерење до потврда на физички закон	248
35.	Никола Делевски, Физика со роботика - Ефективна настава по физика заснована на роботика во средното образование	253
36.	Анкица Спасова, Викторија Илиевска, Примена на математиката во објективно утврдување на времетраењето на користење на современата технологија и нејзино влијание врз постигнатиот успех на учениците	262
37.	Слаѓана Митреска, Вера Зороска, Изучување на физичките величини и нивните мерни единици по предметите математика и физика во основното образование	270
38.	Валентина Степановска-Андонова, Михаил Јанакиевски, Андреј Јовановски, Христијан Николовски, „Паметни венецијанерки“	278
39.	Невена Серафимова, Новите образовни парадигми во напредното математичко образование: можности, предизвици, ограничувања	284
40.	Елена Котевска, Соња Чаламани, Петар Соколоски, Мажанна Северин – Кузмановска, Математика од основно образование до факултет-дали сме ланец или посебни алки?	292
41.	Аида Петровска, Биљана Васиќ, ETWINNING проекти во наставата и воннаставните активности во основните училишта	300
42.	Иван Петков, Google приложения в обучението по информационални технологии	308
43.	Мејдин Салији, Инверзијата како геометриска трансформација	315
44.	Адријана Тодорова, Пајак на делители	321
45.	Димче Грнчаровски, Светлана Грнчаровска, Корелација на математичките поими со содржините од другите наставни предмети	327
46.	Добринка Петровиќ, Соња Крстеска, Лили Јанковска, Ивана Митевска, Критериуми за успех и зајакнување на самооценувањето во наставата по математика во одделенска настава– до поквалитетно учење	333
47.	Фроска Смиљкова, Иновативното учење преку новите технолошки процеси, односно преку мултимедијалните технологии	341
48.	Јулијана Трајковска, Ирина Павловска, Даниела Цветковска, Соња Михајловска, Ефективно испрашување и одговарање на учениците по природни науки	347
49.	Марија Шопова Граматковска, Диференцираната настава во наставата по математика	355
50.	Силвана Јакимовска Бинова, Образование базирано на компетенции – предизвици и можности во наставата по математика во основно образование	363
51.	Силвана Ристевска, Марина Јаневска, Истражуваме за квалитетот на воздухот што го дишаме во училиница преку Golab проектот	373

52.	Тодорка Цилева, Рената Петровска, Дана Гроздановска , <i>Студија на наставен час за анализа на меѓуученичкото оценување</i>	380
53.	Валентина Палифрова , <i>Споредба на критериуми на оценување на учениците од 7 одделение по предметот математика за учебните 2013/14 год и 2019/20 год</i>	388
54.	Вангелина Мојаноска , <i>Професионален и кариерен развој на наставниците</i>	397
55.	Василка Ѓурчиновски , <i>Професионалната етика на наставникот како фактор за обезбедување на поддршка во развивање на личноста на ученикот</i>	405
56.	Весна Пупчовска, Бранка Лазаревска, Оливера Вељковиќ, Катица Бошевска , <i>Самооценување на учениците по математика во одделенска настава</i>	409
57.	Анета Гацовска-Барандовска, Весна Целакоска-Јорданова, Емилија Целакоска , <i>Едукативните таксономии и наставата по математика</i>	418
58.	Игор Богданоски, Моника Богданоска , <i>Компаративен приказ на воведување на алгебрата во наставата во Финска, Норвешка, Шведска, САД и Македонија</i>	419
59.	Каролина Дамјаноска , <i>Моите искуства од учеството на EGU 2019 во Виена</i>	420
60.	Слаѓана Јакимовиќ , <i>Алиса во Земјата на математиката</i>	421
61.	Валентина Гоговска , <i>Преформулирање на текстуални задачи како средство за поттикнување на креативноста и математичкото мислење кај учениците</i>	422
62.	Живко Ангеловски , <i>Доказите и теоремите во наставата по математика во основното образование некогаш и денес</i>	423
63.	Методија Јанчевски , <i>Настава по математика, физика и сродни предмети со примена на образовен софтвер</i>	424
64.	Анета Гацовска-Барандовска, Весна Целакоска-Јорданова , <i>Дефинициите на математичките поими како основа за усвојување нови знаења</i>	425
65.	Бејхан Биљали , <i>Дидактичкиот триаголник и неговата улога во изучувањето на лабораториски експерименти по предметот хемија за средно образование</i>	426

Математика од основно образование до факултет- дали сме ланец или посебни алки?

Елена Котевска¹, Соња Чаламани², Петар Соколки³, Мажанна Северин-Кузмановска⁴,

^{1,2} *Технички Факултет, Битола, Република Македонија*

³ *Природно-математички факултет, Скопје, Република Македонија*

⁴ *Педагошки Факултет, Битола, Република Македонија*

Апстракт. Математичкото образование на младите како никое друго се надградува постепено, почнувајќи од предучилишната возраст преку основното, средното до високото образование, па и потоа. Пирамидата на математички поими и идеи постепено се конструира и најважно е таа да има стабилна основа, но и соодветно надградување. Меѓутоа, при секое наредно скалило, се воочуваат пропусти кај учениците од претходното скалило. Општ впечаток е дека ние, наставниот кадар, не делуваме како ланец, туку како посебни алки во ланецот. Во овој труд ќе предочиме дел од проблемите со кои сме се соочиле при нашите обиди да ја надградиме математичката пирамида во високото образование. Целта на овој труд е преку илустрирачки примери да алармираме за проблемите, но и преку давање на конкретни насоки за делување во иднина да се обидеме истите заеднички да ги решиме.

Клучни зборови: математичко образование, настава, проблеми.

ВОВЕД

Значењето на математиката во денешната информатичка ера е неспорно и е препознаено од страна на сите развиени земји. Тие вложуваат многу напори и средства во зголемувањето на математичката писменост на своето младо население. Тоа се гледа со сеприсутното истакнување на значењето на таканаречените STEM (наука, технологија, инженерство, математика) вештини од страна на сите релевантни фактори во планирањето, креирањето и спроведувањето на нивните научно-образовни политики.

И во нашата земја во текот на изминатите години постои засилена тенденција за унапредување на математичкото образование и соодветно се спроведуваат низа на реформи и реорганизации на наставата по математика. И покрај сите напори, сепак недостасува очекуваниот подем и се чини како да постојат низа пропусти во математичкото образование. Најчестите пропусти се воочуваат при премин од еден во друг степен на образование (од основното во средното и од средното кон високото образование). Имено, впечатокот на секој нареден наставник по математика е дека претходниот наставник недоволно ги подготвил учениците со соодветните математички знаења и вештини. Наставниците во средното образование воочуваат низа пропусти кај своите ученици по наставните содржини кои требало да бидат усвоени во основното образование, а ние во високото образование ги воочуваме пропустите и од двата претходни степени на образование.

Факторите и причините кои придонесуваат кон оваа ситуација се повеќеслојни, наталожени со години наназад и се испреплетуваат меѓу себе, почнувајќи од проблеми кои потекнуваат од носителите на одлуки, наставни програми и планови, преку

проблеми кај наставниот кадар, па се до проблеми поврзани со самите ученици/студенти. Како и секогаш кога во некој процес е вклучен човечкиот фактор, секако дека не можат да се занемарат и разни општествени, социјални и економски фактори кои доведуваат до одредена ситуација.

НАШИ СОГЛЕДУВАЊА ЗА МОЖНИТЕ ПРОБЛЕМИ

Ако сакаме да направиме анализа на можните проблеми, мора да се осврнеме на сите фактори кои влијаат на процесот на математичко образование. Тоа се: образовните политики, наставните програми, наставниците и учениците.

До почетокот на средното образование, секој ученик изучува исти математички содржини. Разликата во стекнатите знаења кај различни ученици, по предметот математика, зависи од повеќе фактори меѓу кои: способностите, организираноста, мотивацијата и работните навики на ученикот, залагањето на наставникот (пристапот, креативноста и пожртвуваноста), но и од односот на родителите и средината кон учењето на природните науки. Во овој дел од образованието, не може да ги вклучуваме наставните програми и учебниците како фактор за разликите во стекнатите знаења и вештини, затоа што сите ученици учат по исти наставни програми.

Кога зборуваме пак за разликите во усвоените знаења и вештини по математика во делот на средното образование, мора како фактор да ги сметаме и наставните програми, затоа што надоградувањето на знаењата по математика во средното образование, директно зависи од тоа во какво средно училиште ученикот одбрал да го продолжи образованието.

Авторите на овој труд работат претежно со студенти од техничките и природните науки и затоа се задржуваме само на анализа на знаењата на учениците кои своето средно образование го стекнале во стручните технички училишта или во гимназија. Генерален впечаток е дека студентите кои доаѓаат од гимназиското образование се со поголеми знаења од студентите кои доаѓаат од средните технички училишта. Тоа можеби се должи на фактот што неделниот фонд на часови во гимназиите и во стручните училишта се разликува. Во средните стручни технички училишта и во гимназиите, фондот на неделни часови по математика во прва и втора година е 3 часа, при што и наставните содржини се поклопуваат. Но, во трета и четврта година, фондот во гимназиите останува 3, а во техничките училишта се намалува на 2, со тоа што учениците имаат можност за уште 2 изборни часа по математика. [7,8]

Во продолжение ќе се обидеме да направиме анализа на причините за проблемите кои се јавуваат кај секој фактор поодделно.

Наставни програми: Проблемот на бројни реформи во образованието

Сведоци сме на многу реформи во основното и средното образование, воведени без претходна сериозна анализа и консултација со сите релевантни фактори. Освен тоа, реформите често се спроведуваа во отсуството на соодветни подготовки на наставниот кадар, наставните помагала и на учениците. Тоа очекувано доведе до нецелосна адаптација кон промените и како резултат добиваме ученици и студенти кои имаат незанемарливи пропусти во стекнатите математички знаења и вештини. За иронијата да е поголема, сите реформи се воведуваа со иста цел: подобрување на квалитетот на наставата и знаењата на учениците.

Што се однесува до високото образование, направените реформи се јавуваат и како проблем во надоградувањето на математичката пирамида, но и како дијагноза за пропустите во основните математички знаења и вештини.

Од една страна, појавата на приватните факултети и зголемениот интерес за студирање на истите, како и тенденцијата на скратување на часовите по математика на поголем дел од државните технички факултети (со цел да се привлечат што поголем број на студенти) се чини ги покажаа во вистинско светло горливите проблеми во математичкото образование. Општиот став е дека најголемиот број од потенцијалните студенти имаат ниско ниво на математичко образование и следствено не можат да одговорат на предизвиците кои ги претставува високото образование во делот на техничките и природните науки. Дел од таквите државни факултети посегнаа по осиромашување на наставните содржини и намалување на фондот на неделни часови по математика, со убедување дека ниското ниво на математичка писменост е директна причина за избегнувањето на факултетите со (повеќе) задолжителни предмети по математика, од страна на потенцијалните студенти. Приватните факултети пак, каде успешноста на запишувањето и студирањето директно зависи од висината на цената која ја плаќа студентот, за брзо време станаа популарно прибежиште на студентите кои ја избегнуваа математиката. Така се направи еден маѓепсан круг од кој тешко се наоѓа излез. Само за потсетување, сакаме да напоменеме дека во минатото не постоеше факултет во земјава во кој задолжително не се изучуваше предметот Виша математика.

Од друга страна, споменатото намалување на фондот на часови по математика на дел од државните факултети, не одеше секогаш право пропорционално со намалувањето и на наставните содржини. Така што, денес сме во ситуација да мораме истиот материјал по предметите од математика, да го предаваме во помал број на часови, и тоа на студенти кои покажуваат сериозни пропусти во основните математички знаења. Освен тоа, со измените во наставните програми, цената која ја плаќаат студентите е пропуштање на многу важни теми од математиката, што резултира со недоволна подготвеност на студентите за прифаќање на апстрактните поими и нивно препознавање во останатите предмети. Затоа, честопати сме на удар на критика од колегите во понатамошните студиски години, дека студентите не се подготвени да ги пратат нивните предмети. Сепак, таквата критиката не е ниту конструктивна, ниту е од реална корист за студентите. Тука едноставно се работи за прекин во ланецот на математичкото образование. На пример, имаме ситуација во која студент на машинство изучува теорија на флуиди, без никогаш во животот да не се сретнал со поимот „функција од повеќе променливи“ или „парцијален извод“.

Како пример за скратување на математичките предмети ќе ги посочиме примерите на Техничкиот и Педагошкиот факултет во Битола.

Во периодот 1996-1998 година на Техничкиот факултет во Битола на сите отсеци имало по 4 задолжителни едносеместрални предмети по математика, и тоа: Математика 1 со неделен фонд од 4+4 часа, Математика 2 со неделен фонд од 2+2 часа и Математика 3 и 4 со неделен фонд од 3+3 часа, [1]. Таквата состојба се задржала се до воведувањето на ЕКТ системот кога на Електротехничкиот отсек останале предметите Математика 1, 2 и 3 со неделен фонд од 4+3 часа (при што Математика 3 и Математика 4 се споиле во еден предмет), додека на Машинскиот отсек останале предметите Математика 1 и 2 со намален неделен фонд од 3+2 часа. Слична или иста ситуација е на сите останати отсеци, [2,3,4].

Во периодот 1995-2008 година на Педагошкиот факултет во Битола, се изучувале два двосеместрални предмети: Математика 1 со неделен фонд од 2+1 часа и Математика 2

со неделен фонд од 1+1 час, [5]. Денес на Педагошкиот факултет во Битола предметот Математика се изучува само во еден семестар, со неделен фонд од 3+1 часа, [6].

Проблеми со кои се соочуваат директните учесници во наставниот процес

Проблемите со неспретното воведување на реформи се рефлектираат, како што споменавме и погоре, и при самото изведување на наставата. Во оваа смисла, можеби со најголеми проблеми се сретнуваат наставниците во основното образование, кои како што веќе заклучивме, се клучен фактор во стекнувањето на основите на математичкото знаење. Сигурни сме дека не е лесно да се менуваат и адаптираат наставните планови при толку чести и избрзани реформи. Исто така, наследуваат ученици што учеле по една програма, а сега треба да учат по нова програма. На тој начин, се случуваат бројни пропусти во знаењата и вештините, за кои наставниците воопшто немаат вина. Исто така треба да се напомене, дека погоре споменатите скратувања на математичките предмети на Педагошките факултети (веруваме дека е тоа случај секаде), со сигурност придонесуваат кон намалување на капацитетот на идните наставници во одделенската настава по математика. Тоа секако дека се рефлектира и во нивната секојдневна работа и не придонесува за подобрување на квалитетот на наставата.

Проблеми од сличен карактер има и во средното образование. Професорите во средно образование наследуваат ученици кои изучувале наставни содржини кои се резултат на две реформирани наставни програми, при нереструктурирана наставната програма за средно од 2001 година. Како резултат на тоа, прекинат е природниот ланец на математички знаења кои ги поседуваат учениците. Тоа предизвикува сериозно намалување на квалитетот на наставата по математика и претставува проблем за наставниците при спроведувањето на истата.

Сепак, најголема штета е направена кај самите ученици, посебно кај оние кои планираат да го продолжат своето образование на факултети на кои математиката се смета за основен предмет. Дополнително, кај нив влијаат и општествено-социјалните моменти, поврзани со отсекогаш присутната тенденција кај адолесцентите кон брзи и добри резултати, без вложување на поголем напор. Тоа се постигнува со одење на популарно нареченото „спремање“ по математика, честопати кај некомпетентни лица, кои пак профитираат на сметка на целокупната состојба во математичкото образование.

Во врска со проблемите во факултетското образование по математика, би сакале да посочиме дека при нашата секојдневна работа со студентите воочуваме проблеми од различна природа. Низ годините, сведоци сме дека поновите генерации имаат генерално послаба општа писменост која најмногу се манифестира преку неможноста на студентите да се изразат, да разберат или да формулираат малку посложени математички искази или тврдења. Освен општата писменост, недостасува и математичка писменост, манифестирана преку слабата математичка прецизност, намалената јасност и немањето способност за математичка строгост. Како професори, исправени сме пред предизвикот да мораме, на крајно елементарен начин, да предаваме сложени математички концепти, како и да го адаптираме нивото на сложеност на задачите кои ги даваме на испит, кон ниското ниво на општа и математичка писменост. Дури и при барање за обично репродуцирање на основни правила или теореми, студентите имаат потешкотии да одговорат на задачите.

Од нашето досегашно искуство и работа на различни факултети, можеме да изведеме генерален заклучок дека стекнатите знаења и вештини по математика на голем дел од нашите студенти, не се на задоволително ниво за тие да можат успешно да

ја следат наставата по математика. Тоа особено се забележува при изучувањето на предметот Математика 1 (поранешна Виша математика 1, предмет во прва година, прв семестар), затоа што голем дел од наставните содржини се повторуваат од средното образование, а сепак голем дел од студентите не можат навремено да ги совладаат.

Во следниот дел, ќе ги претставиме најчестите грешки кои сме ги забележале кај студентите кои имаат поголеми пропусти во математичкото образование. Некои од грешките се такви што понекогаш и ние запаѓаме во состојба на апатија и потполна збунетост од каде да почнеме со пополнување на празнините.

Типични пропусти во математичкото образование кај нашите студенти

Едни од најчесто забележаните грешки кои ги прават нашите студенти е во начинот на средување на алгебарски изрази.

Left side (Mathematika 2):
 ① $\begin{cases} x = \cos t + t \cdot \sin t \\ y = \sin t - t \cdot \cos t \end{cases} \quad t \in [0, \pi]$
 $L = \int_0^\pi \sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2} dt$
 $\dot{x} = (\cos t + t \cdot \sin t)' = -\sin t + (t' \cdot \sin t + t \cdot \cos t) = -\sin t + \sin t + t \cdot \cos t = t \cdot \cos t$
 $\dot{y} = (\sin t - t \cdot \cos t)' = \cos t - (t' \cdot \cos t + t \cdot (-\sin t)) = \cos t - \cos t + t \cdot \sin t = t \cdot \sin t$
 $(\dot{x})^2 = (t \cdot \cos t)^2 = t^2 \cdot \cos^2 t$
 $(\dot{y})^2 = (t \cdot \sin t)^2 = t^2 \cdot \sin^2 t$
 $L = \int_0^\pi \sqrt{t^2 \cos^2 t + t^2 \sin^2 t} dt = \int_0^\pi \sqrt{t^2 (\cos^2 t + \sin^2 t)} dt = \int_0^\pi t \cdot \sqrt{1} dt = \int_0^\pi t dt = \frac{1}{2} t^2 \Big|_0^\pi = \frac{1}{2} \pi^2$

Right side (Mathematika 1):
 5. a) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2+7}} = \int \frac{t^2 dt}{\sqrt{t^2+7}} = \int \frac{t^2 dt}{\sqrt{t^2+7}}$
 $= \int \frac{t^2 + 7 - 7}{\sqrt{t^2+7}} dt = \int \frac{t^2 + 7}{\sqrt{t^2+7}} dt - \int \frac{7}{\sqrt{t^2+7}} dt = \int \sqrt{t^2+7} dt - 7 \int \frac{1}{\sqrt{t^2+7}} dt$
 $= \frac{1}{2} (t \sqrt{t^2+7} + \ln|t + \sqrt{t^2+7}|) - 7 \ln|t + \sqrt{t^2+7}| + C$

СЛИКА 1: Лево: Извадок од Писмен испит по Математика 2.
 Десно: Извадок од Писмен испит по Математика 1

На Слика 1 дадени се примери од решавани задачи од испити по Математика 1 и Математика 2 на Технички факултет-Битола. На сликата лево од студентот се барало да пресмета должина на лак на крива. Од приложеното се гледа дека студентот го совладал материјалот за должина на лак на крива, затоа што ја знае формулата и знае правилно да

Left side (Mathematika 1):
 $\frac{1}{x(x-2)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+2}$
 $1 = A(x-2)(x+2) + Bx(x+2) + Cx(x-2)$
 $1 = A(x^2-4) + B(x^2+2x) + C(x^2-2x)$
 $1 = (A+B+C)x^2 + (2B-2C)x - 4A$
 $\begin{cases} A+B+C=0 \\ 2B-2C=0 \\ -4A=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-1/4 \\ B=1/4 \\ C=1/4 \end{cases}$
 $\frac{1}{x(x-2)(x+2)} = \frac{-1/4}{x} + \frac{1/4}{x-2} + \frac{1/4}{x+2}$

Right side (Mathematika 1):
 1. $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$
 a) $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \cdot \frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = \frac{(1+\sqrt{x})^2}{1-x}$
 $= \frac{1+2\sqrt{x}+x}{1-x} = \frac{1+x}{1-x} + \frac{2\sqrt{x}}{1-x}$
 $= \frac{1+x}{1-x} + \frac{2\sqrt{x}}{1-x} = \frac{1+x}{1-x} + \frac{2\sqrt{x}}{1-x}$
 $= \frac{1+x}{1-x} + \frac{2\sqrt{x}}{1-x} = \frac{1+x}{1-x} + \frac{2\sqrt{x}}{1-x}$

СЛИКА 2: Извадоци од Писмени испити по Математика 1.

да ја примени, а и точно ги пресметува изводите. Значи, материјалот кој што бил предвиден за часовите по Математика 2, го совладал успешно. Но, кога треба да го среди изразот за да го пресмета интегралот, тој го применува најпопуларното „правило“ за кратење под знак на корен: $\sqrt{a^2+b^2} = a+b$. На Слика 1 и Слика 2 имаме слични ситуации, но сега по предметот Математика 1. Студентот очигледно знае да решава неопределен интеграл со метод на замена (Слика 1, десно) и знае како се решава интеграл со примена на неопределени коефициенти (Слика 2, лево), но инвентивниот начин на кој „извлекува“ константи пред интеграл, го спречуваат да го заврши пресметувањето на точен начин.

$$f(x) = \ln(\sqrt{1+e^x} - 1) - \ln(\sqrt{1+e^x} + 1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+e^x} - 1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1+e^x}} - \frac{1}{\sqrt{1+e^x} + 1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1+e^x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2(\sqrt{1+e^x} - 1)\sqrt{1+e^x}} - \frac{1}{2(\sqrt{1+e^x} + 1)\sqrt{1+e^x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+e^x}}$$

$$f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$f'(x) = \frac{(\cos x - \sin x) \cdot (\sin x - \cos x) - (\sin x + \cos x) \cdot (\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\sin x \cos x - \cos^2 x - \sin^2 x + \sin x \cos x - \sin x \cos x + \sin x \cos x + \sin x \cos x + \sin x \cos x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2 \sin x \cos x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

СЛИКА 3: Извадоци од Писмени испити по Математика 1

Слика 3 илустрира исто така крајно чуден начин на „кратење“ на делови од даден алгебарски израз. Слично, од двата прикази на Слика 4, се гледа дека студентот при полагање на предметот Математика 1, се подготвил соодветно и научил како се наоѓа извод од количник и извод од сложена функција, но задачата не може да ја дореша затоа што или нема или има научно погрешни методи за средување на алгебарски изрази.

$$f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$f'(x) = \frac{(\cos x - \sin x) \cdot (\sin x - \cos x) - (\sin x + \cos x) \cdot (\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\sin x \cos x - \cos^2 x - \sin^2 x + \sin x \cos x - \sin x \cos x + \sin x \cos x + \sin x \cos x + \sin x \cos x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2 \sin x \cos x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$f(x) = \sqrt{\ln x + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln x + 1}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln x + 1}} + \frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$$

СЛИКА 4: Извадоци од Писмени испити по Математика 1

Задачите во сите случаи остануваат недорешени, а професорот останува збунет како да ја оцени работата на студентот, кој патем бил редовен на настава, ги решавал сите домашни задачи, а изработил и семинарска работа?

Јасно е дека главната цел на задачите кои му се задавани на студентот во текот на семестарот, била увежбување на методите за решавање изводи, интегрални и нивна примена, а не средување на алгебарски изрази. Овде би сакале да споменеме и дел од останатите популарни „правила“ кои сме забележале дека студентите ги користат:

$$\frac{a+x}{a} = x, \sqrt{a^2} = \pm\sqrt{a}, (a+b)^2 = a^2 + b^2, \sin x = \sin \cdot x, \frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} .$$

Се разбира дека при прегледувањето на задачите за домашна работа или при секојдневната работа со студентите, професорот честопати ја согледува ситуацијата со ваквите пропусти и многу често навремено и соодветно реагира (давајќи задачи за увежбување на деловите каде студентот има пропусти), но студентите се жалат дека немаат секогаш време (или волја) да ги сработуваат тие „специјални вежби“ и брзо губат мотивација за да продолжат со работа. Друг проблем е тоа што некои „правила“ се чини дека се толку силно врежани во главите кај голем дел од студентите, што и покрај тоа што секојдневно ги потсетуваме и алармираме на таквите пропусти, продолжуваат масовно да ги прават истите грешки. Се чини дека што и да направиме, не е доволно за да се постигнат посакуваните резултати. Конечно, се прашуваме дали ваквите студенти треба да полагаат Математика 1 и Математика 2, се додека не си ги пополнат сите „дупки“ во знаењето?! Или треба да положат со најниска оценка и покрај тоа што ги совладале содржините предвидени по предметот?! Притоа, од голема важност е да се напомене дека во сите случаи се работи за интелигентни млади луѓе, со способност брзо да усвојуваат нови знаења, но со многу слаба мотивираност за работа по математика, како и со многу ниско ниво на самодоверба кога се работи за сопствените математички знаења и вештини. Исто така, важно е да се напомене дека како по правило, голем дел од ваквите студенти покажуваат многу мала спремност за самостојно увежбување на задачи. Би се рекло дека се типови на ученици за кои е потребно да се вложи додатен напор од страна на наставникот, за да се подигне нивото на заинтересираност за вежбање задачи.

ЗАКЛУЧОЦИ И ПРЕПОРАКИ

Од погоре изнесените согледувања, природно се наметнуваат неколку заклучоци. За почеток, го имаме одговорот на поставеното прашање во насловот на трудот. За жал, одговорот е потврдан. Навистина се чини дека скалилата во математичкото образование не се надоврзани како ланец, туку повеќе се однесуваат како посебни алки. Освен тоа, наш впечаток е дека и покрај силните напори на општеството во целина за унапредување на математичкото образование, ние сме сведоци на се помали математички знаења и вештини кај учениците/студентите. Притоа, секој нареден наставник по математика (или сродните науки), вината за недоволното математичко предзнаење на учениците/студентите ја префрла на претходните наставници. Тука нема исклучоци и сите сме свесни за таа појава. Честопати во неврзан разговор се шегуваме дека на крај излегува дека највиновни се наставниците до четврто (или по ново до петто) одделение. И така, секој наставник се чувствува оставен сам на себе, како знае и умее да изнајде решение, да ги исполни „дупките“ во предзнаењата на учениците. Но, неретко сме

сведоци и на потполна резигнираност или дури и незаинтересираност на наставниците за своите ученици. Едноставно, тоа може да се случува затоа што некои наставници немаат ни идеја од каде да почнат со пополнување на празнините, а некогаш можеби имаат чувство дека никому не му е ни грижа за тоа, се додека наставата се одржува редовно и формално според наставната програма и план, а оценките се позитивни. Но, сепак мора да се вложуваат максимални напори од страна на наставниците за всадување на љубов кон математиката и стекнување на работни навики за увежбување на вештините, кај децата уште од најмала возраст. Како што веќе споменавме, улогата на наставникот е особено важна во одделенската настава и е клучен фактор во поставувањето на здрави основи на математичкото образование. Ако се постигнат овие цели, тогаш на сите следни степени на образование ќе има многу помалку проблеми за решавање и „дупки“ во знаењето за пополнување.

Наше силно уверување е дека решенијата на проблемите треба да произлегуваат оддолу нагоре, а не во обратен правец-како досега. Сигурни сме дека со зголемување на комуникацијата помеѓу наставниот кадар од сите нивоа на математичкото образование, како и на комуникацијата со надлежните институции, полека но сигурно, посебните алки ќе си го најдат своето место во ланецот. Во оваа смисла, сметаме дека најголемо влијание и улога може да одигра СММ, како здружение кое ги обединува сите наставници по математика. Затоа, им предлагаме на раководните органи на СММ, да направи напори за осмислување на содржини со кои би се активирале членовите на здружението, посебно на локално ниво. Тоа би ја развило меѓусебната соработка и комуникација помеѓу наставниот кадар кој работи со познати групи на ученици. На тој начин, проблемите ќе може да се локализираат појасно и точно ќе се знае каде треба да се делува и на кој начин. Сметаме дека на така ќе се надмине јазот што го чувствуваме меѓу нас и наместо меѓусебно да се обвинуваме, заеднички ќе се обидуваме да обмислуваме и да предлагаме кај законодавецот соодветни решенија за нашите проблеми.

ЛИТЕРАТУРА

1. Информатор на Технички Факултет Битола, јуни 1996-1998
2. Информатор на Технички Факултет Битола, април 2006
3. Информатор на Технички Факултет Битола, јуни 2012
4. Информатор на Технички Факултет Битола, јуни 2017
5. Елаборат на студиската програма Наставник во одделенска настава, 1995
6. Елаборат на студиската програма Наставник во одделенска настава, 2008/2012/2016
7. https://www.bro.gov.mk/%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8/?idcat=16&customposttype=documents_category
8. https://www.bro.gov.mk/%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8/?idcat=13&customposttype=documents_category